

Caracterización de las técnicas de modulación *Pulse Width Modulation (PWM)* aplicadas a inversores trifásicos

Characterization of the Pulse-Width Modulation (PWM) Techniques Applied to Three-Phase Inverters

GUILLERMO CAMACHO M.*

DIANA LÓPEZ M.**

JAIME DÍAZ C.***

CARLOS GAVIRIA L.****

RESUMEN

Un inversor trifásico es un dispositivo que genera una señal sinusoidal con amplitud y frecuencia variable a partir de fuentes DC. Este dispositivo es parte fundamental de los accionamientos eléctricos responsables por las aplicaciones de control de velocidad en la industria. Actualmente, los investigadores de esta área están experimentando dificultades al tratar de comparar las diferentes técnicas de modulación de inversores trifásicos reportadas en la literatura. En respuesta a esta situación se presenta un conjunto de características que facilita dicha comparación. A partir del análisis de las técnicas de modulación (PWM), se propone un esquema de clasificación basado en cinco características. Se espera que este grupo de características facilite tanto el proceso de comparación entre las técnicas de modulación, así como el desarrollo de nuevos algoritmos que aporten a la evolución de propuestas en esta área.

Palabras clave: accionamiento eléctrico, motor de inducción, inversor trifásico, vectores espaciales.

ABSTRACT

A three-phase inverter is a device that generates a sine wave signal with variable amplitude and frequency based on DC sources. This device is a critical part of the electrical actuation responsible for speed control applications in the industry. Currently, researchers are experiencing difficulties when trying to compare the different modulation techniques of three-phase inverters reported in existing literature. As a response, the present article proposes a set of characteristics to facilitate this comparison. From the analysis of pulse-width modulation (PWM) techniques,

FECHA DE RECEPCIÓN: 25 DE JUNIO DEL 2012 • FECHA DE APROBACIÓN: 1° DE OCTUBRE DEL 2012

* Vinculado al Departamento de Ingeniería, Universidad de La Salle, Colombia. Correo electrónico: gacamacho@unisalle.edu.co

** Vinculada al Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control, Universidad del Cauca, Colombia. Correo electrónico: djlopez@unicauca.edu.co

*** Vinculado al Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control, Universidad del Cauca, Colombia. Correo electrónico: djlopez@unicauca.edu.co

**** Vinculado al Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control, Universidad del Cauca, Colombia. Correo electrónico: cgaviria@unicauca.edu.co

the article proposes a classification scheme based on five characteristics. This group of characteristics is expected to facilitate the process for comparing modulation techniques as well as the development of new algorithms that contribute to new proposals in this area.

Keywords: Electrical drives, induction motor, three-phase inverter, spatial vectors.

Introducción

Los inversores son elementos fundamentales del accionamiento eléctrico y tienen como función principal el generar una señal sinusoidal con amplitud o frecuencia variable a partir de fuentes DC. Estos pueden ser clasificados en: inversores con fuente de corriente (CSI) e inversores con fuente de voltaje (VSI). Dentro de esta clasificación existen varias configuraciones (Camacho y López, 2007); en el caso de accionamientos eléctricos de baja y mediana potencia la topología típica es el inverter trifásico de dos niveles en puente completo ilustrado en la figura 1 (Martín, 2003). Este sistema está formado por un conjunto de seis transistores de potencia, con seis diodos en antiparalelo alimentados por una fuente de voltaje DC. Cada par transistor-diodo opera en los estados de corte o saturación comportándose como un interruptor que conduce en ambos sentidos; la carga trifásica (el motor de inducción) se conecta entre los puntos *a*, *b* y *c*. A partir del estado de los interruptores, los terminales de salida de cada rama toman los valores de tensión $\frac{V_{dc}}{2}$ o $-\frac{V_{dc}}{2}$ con respecto al terminal central de fuente de DC *N* (figura 1). La secuencia de conmutación que siguen los interruptores viene impuesta por un proceso de *modulación* responsable de determinar la forma de la señal de salida.

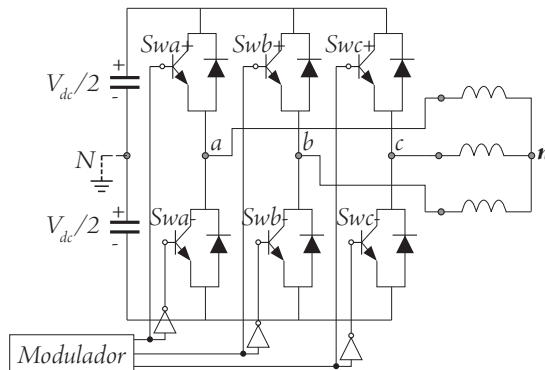


Figura 1. Inversor trifásico VSI de dos niveles en puente completo

Fuente: elaboración propia.

Actualmente existen diversas técnicas de modulación aplicadas al control de inversores trifásicos; una de ellas es la modulación por ancho de pulso (*Pulse Width Modulation* [PWM]). En 1964, Schönung plantea una modulación en función de una señal sinusoidal (*Sinusoidal Pulse Width Modulation* [SPWM]) justificando ventajas en el contenido armónico de las señales resultantes (Schonung y Stemmler, 1964); a partir de entonces se han realizado varias propuestas que modifican el SPWM buscando mejorar alguna característica. Este conjunto de propuestas conocido como métodos PWM modernos (Prats, 2003) ha crecido considerablemente. Nuestro artículo analiza el principio de funcionamiento de las técnicas de modulación PWM modernas más representativas y a partir de dicho análisis propone un conjunto de cinco características que permiten clasificar las propuestas realizadas hasta el momento.

El artículo está organizado de la siguiente manera: la primera sección sitúa la discusión de moduladores PWM en la aplicación específica de accionamientos eléctricos AC. En la segunda sección se presentan fundamentos de la modulación PWM. Las siguientes dos abordan los moduladores con inyección de secuencia cero y el enfoque de modulación basado en vectores espaciales, respectivamente. Finalmente, se presentan las características concluidas junto con la discusión de resultados.

Fundamentos de la Modulación *Pulse Width Modulation* (PWM)

Modulación PWM basada en portadora (CB-PWM)

La figura 2 corresponde a la fase *a* del inversor trifásico; en este las señales de activación de los interruptores S_a y $\overline{S_a}$, se obtienen mediante comparación entre amplitudes de una señal de alta frecuencia denominada “portadora” y una señal de baja frecuencia llamada “moduladora”.

Al considerar el inversor trifásico, son necesarios tres procesos de comparación simultáneos, uno para cada fase (figura 3). En la figura 3a, las señales de entrada del bloque modulador son el conjunto trifásico de moduladoras v_a^* , v_b^* , v_c^* y la portadora v_{tri} ; la salida está compuesta por señales lógicas de compuerta de los interruptores: S_a , S_b , S_c . El bloque inversor toma como señal de entrada al

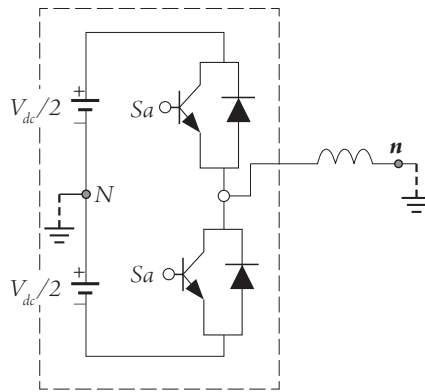


Figura 2. Fase *a* de un inversor VSI de dos niveles en puente completo

Fuente: elaboración propia.

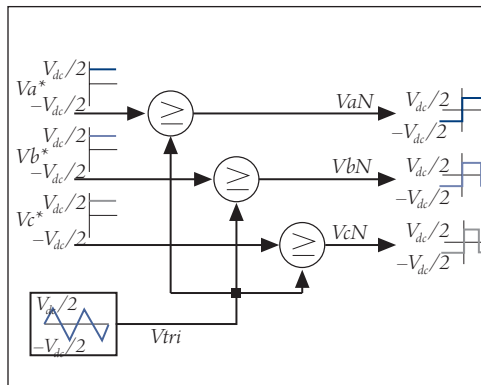
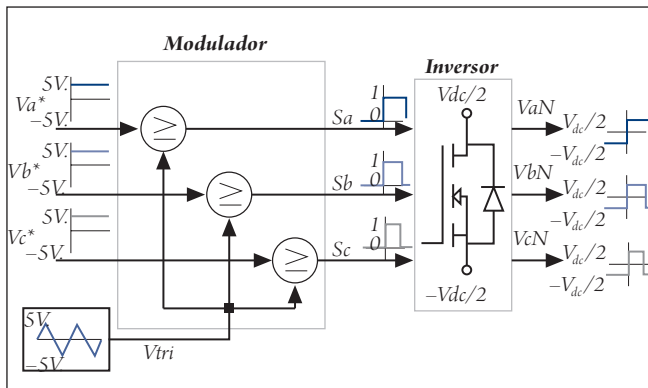


Figura 3. Esquema de modulación trifásico PWM basado en portadora: a) Diagrama de bloques, b) Esquema normalizado

Fuente: elaboración propia.

conjunto $S_i(i = a, b, c)$, y entrega a la salida un tren de pulsos $v_{iN}(t)$ con amplitud $\pm V_{dc}/2$ y ancho variable.

Por simplicidad, la descripción del proceso de modulación se realizará con base en el esquema normalizado de la figura 3b y su análisis se hará solamente para la fase a , teniendo en cuenta que las fases b y c presentan las mismas formas de onda pero desfasadas -120° y -240° , respectivamente.

La señal portadora. Esta señal generalmente es periódica, su forma más común es la triangular, sin embargo, otras variantes conocidas son: diente de sierra con pendiente positiva, diente de sierra con pendiente negativa y versiones aleatorias que varían entre las tres anteriores (Capitaneanu, 2001) (figura 4).

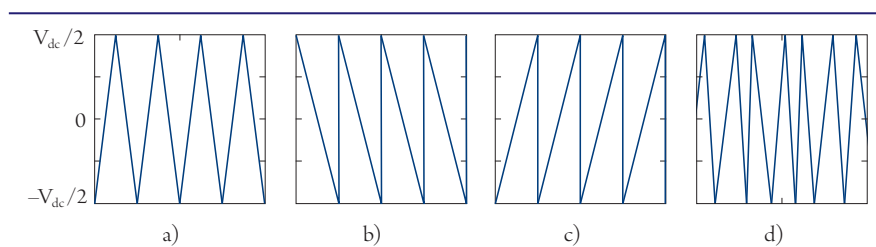
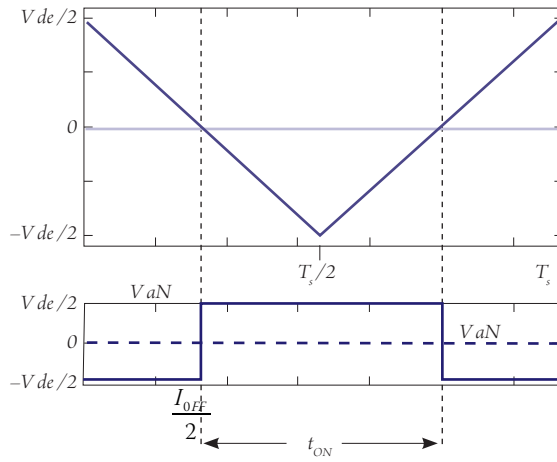


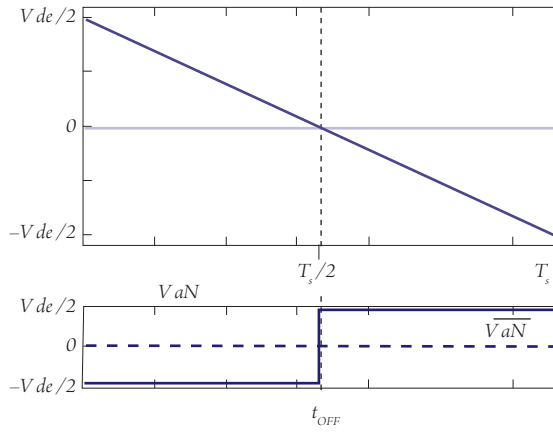
Figura 4. Formas de la señal portadora: a) triangular, b) diente sierra de pendiente negativa, c) diente sierra de pendiente positiva, d) aleatoria

Fuente: elaboración propia.

La forma de la portadora define el tipo de control que se hace sobre los flancos de la señal modulada. En la portadora diente de sierra se tienen dos opciones: 1. cuando la pendiente es negativa, el control se realiza sobre el flanco de subida y los pulsos resultantes están alineados hacia la derecha, esta variación del PWM es denominada *leading edge PWM* (figura 5b). 2. Cuando la pendiente es positiva, el control se realiza sobre el flanco de bajada y la variación se denomina *trailing edge PWM*; en este caso, los pulsos resultantes están alineados hacia la izquierda (figura 5c). Cuando la portadora es triangular, en cada periodo de portadora se generan dos intersecciones con la moduladora, permitiendo el control tanto del flanco de subida como del flanco de bajada de los pulsos resultantes; esta variación se denomina *double edge PWM* (figura 5a) (Svenson, 1999).



a)



b)

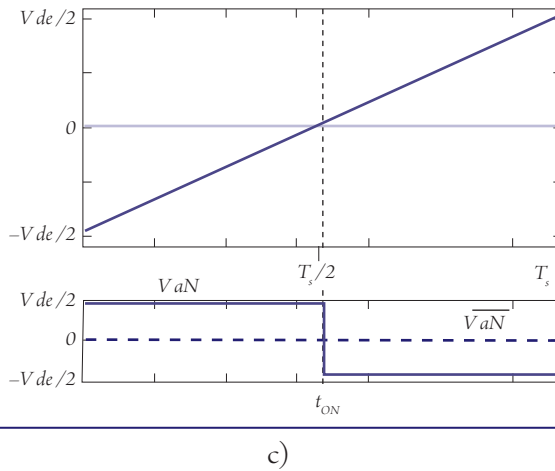


Figura 5. Dependencia del control de flancos en la señal modulada v_{aN}^* respecto a la señal portadora: a) PWM de flanco doble, b) PWM de flanco de subida, c) PWM de flanco de bajada

Fuente: elaboración propia.

La moduladora. Esta señal contiene información de amplitud, frecuencia y fase deseadas. Su forma puede tomar diversos perfiles como se indica en la figura 6.

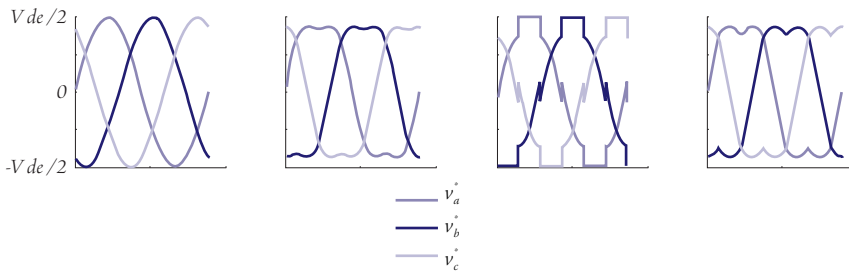


Figura 6. Formas de onda del conjunto de señales moduladoras v_i^* : a) sinusoidal, b) inyección del tercer armónico, c) discontinua, d) CB-SVPWM

Fuente: elaboración propia.

Índice de modulación de frecuencias (N). Este índice relaciona la frecuencia de la señal portadora f_s con la frecuencia de la señal moduladora f_m como se indica en la ecuación 1.

$$N = \frac{f_s}{f_m} \tag{1}$$

Cuando N toma un valor entero el modulador es *sincrónico*; apropiado para aplicaciones que exigen bajo índice de frecuencia ($N < 21$). Cuando N no es entero el modulador es *asincrónico*; caracterizado por generar pulsos de voltaje no periódicos en la salida. La sincronización cobra importancia en aplicaciones de alta potencia, en donde se requieren bajas frecuencias de portadora a fin de disminuir pérdidas por conmutación. En estas aplicaciones el desempeño armónico de la modulación sincrónica es superior al de la modulación asincrónica (Hava, 1998).

Comparación entre portadora y moduladora. Los interruptores superiores del VSI se activan en los instantes en que se igualan las amplitudes de portadora y moduladora. Existen dos métodos para obtener la amplitud de la moduladora: a) PWM natural y b) PWM regular. En el PWM natural, la conmutación ocurre durante la intersección instantánea entre moduladora y portadora como se ilustra en la figura 7. Al emplear el PWM natural, los centros de los pulsos generados no quedan alineados con los picos de la señal triangular lo que provoca *asimetría* en los pulsos resultantes (figura 7b).

En el caso de la PWM regular, la amplitud de referencia se obtiene a partir del muestreo de la señal moduladora en el instante del pico negativo o positivo de la portadora (Svenson, 1999). La figura 8 presenta el caso de muestreo en el pico negativo de la portadora, note que esta configuración provoca que el eje de simetría de la señal triangular coincida con el eje de simetría del pulso generado. Por esta razón, este caso de la modulación regular recibe el nombre de *PWM regular simétrico*.

Cuando el muestreo de la moduladora se realiza en los instantes de los picos negativos y positivos de la portadora, los flancos de bajada y los de subida son determinados empleando muestras diferentes de la moduladora. En este caso se genera un tren de pulsos asimétrico, como se muestra en la figura 9. Este método recibe el nombre de *PWM regular asimétrico*.

En comparación con la PWM natural, la PWM regular es más apropiada para implementaciones digitales puesto que en sus dos enfoques (simétrico y asimétrico) los instantes de subida y bajada de los flancos pueden ser calculados en tiempo real empleando ecuaciones algebraicas sencillas (Pardo, 2004). Adicionalmente, el PWM simétrico se caracteriza por generar un bajo contenido armónico en el voltaje de salida del inversor, siendo comparativamente superior el producido por el PWM asimétrico (Holmes, 1998; Moynihan, 1998).

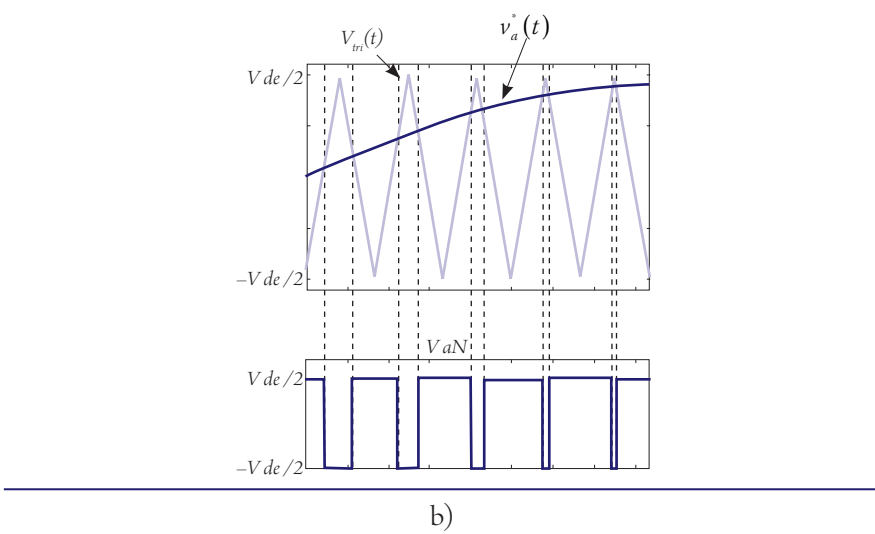
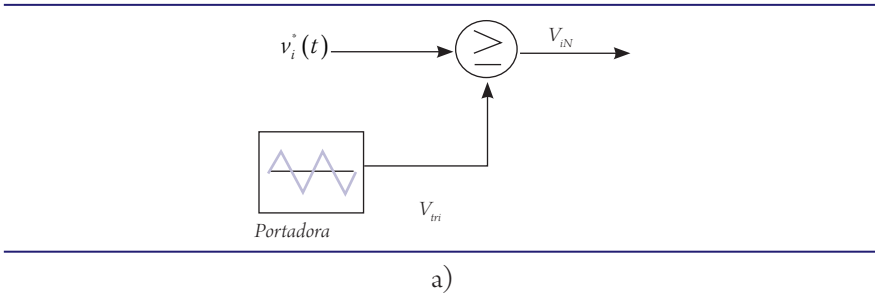
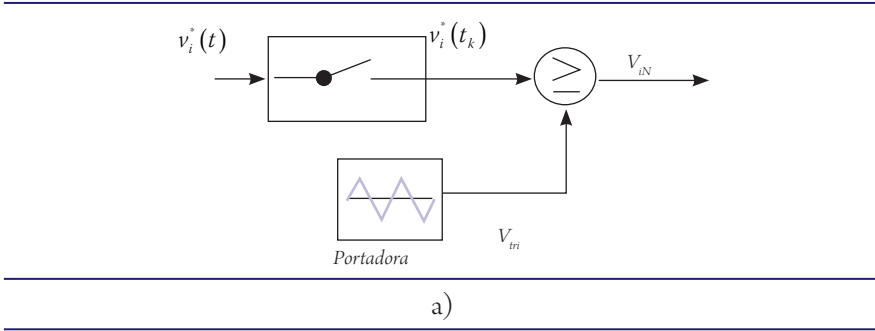


Figura 7. PWM de muestreo natural: a) diagrama de bloques, b) proceso de generación del tren de pulsos v_{aN}

Fuente: elaboración propia.



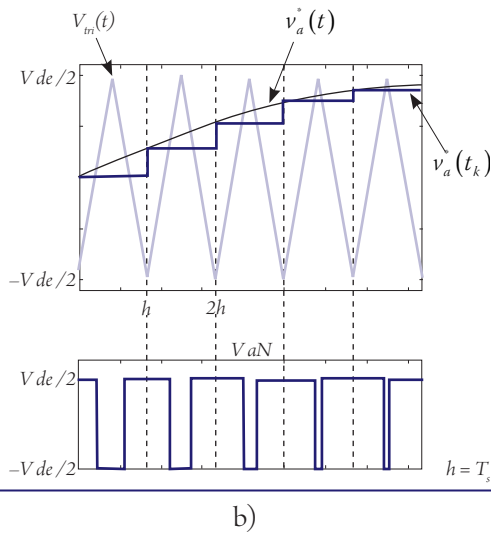


Figura 8. PWM de muestreo regular: a) diagrama de bloques, b) proceso de generación del tren de pulsos v_{aN} en PWM regular simétrico

Fuente: elaboración propia.

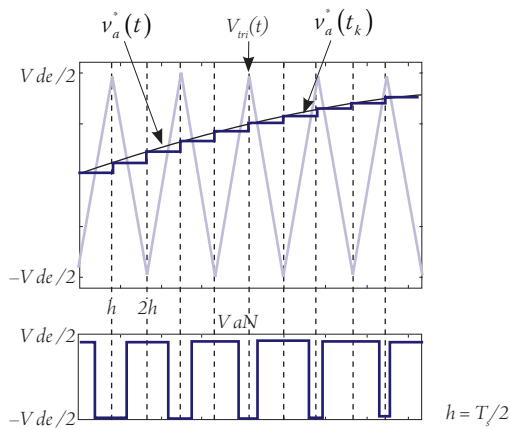


Figura 9. Proceso de generación del tren de pulsos v_{aN} en PWM regular asimétrico

Fuente: elaboración propia.

Índice de modulación de amplitud (M). Usualmente se define como la amplitud de la señal moduladora, normalizada con respecto a la amplitud máxima de la portadora como se indica en la ecuación 2. Existe otra definición común que toma como referencia la amplitud máxima de la componente fundamental del voltaje

línea-línea de la salida del inversor en el modo *six-step*¹ (v_{6step}) como se indica en la ecuación 3. El modo *six-step* permite obtener la máxima utilización del voltaje de bus DC; sin embargo, esta técnica solo posibilita un control sobre la frecuencia de la señal fundamental y no sobre su amplitud.

$$M = \frac{A}{\hat{v}_{tri}} = \frac{A}{V_{dc}/2} \quad (2)$$

$$M_{6step} = \frac{A}{v_{6step}}; v_{6step} = 2V_{dc} / \pi \quad (3)$$

De acuerdo al valor de M , se pueden definir dos modos de operación de la modulación PWM: lineal y no lineal. En el modo lineal, el pico de la señal moduladora es menor o igual al pico de la señal portadora ($M \leq 1$). En el modo no lineal, el pico de la moduladora es mayor al pico de la portadora ($M > 1$), esta condición es conocida como *sobremodulación*. Como se muestra en la figura 10, cuando la amplitud del voltaje de referencia $v_a^*(t)$ supera el nivel $\frac{V_{dc}}{2}$ las intersecciones entre portadora y moduladora desaparecen y los pulsos generados en la comparación permanecen en un único nivel. Durante la sobremodulación en el semiciclo positivo, el conmutador sw_{a+} opera con un ciclo útil del 100%, no obstante el voltaje de salida \bar{v}_{aN} no alcanza a igualar el valor de referencia $v_a^*(t)$, provocando relaciones no lineales entre amplitudes y ángulos de fase de la señal de referencia y la señal de salida del inversor (Hava, 1998).

La modulación PWM sinusoidal (SPWM). En la SPWM introducida por Schönung (1964), las señales moduladoras conforman un conjunto trifásico sinusoidal balanceado que configura la amplitud, frecuencia y fase a la salida del inversor. En la ecuación 4 se presenta la definición algebraica de las moduladoras en SPWM, donde A es la amplitud máxima de las moduladoras y w_m su frecuencia angular.

1 En el modo de operación *six-step* la amplitud de v_{aN} es $\frac{V_{dc}}{2}$ durante los primeros 180° de la fundamental y $-\frac{V_{dc}}{2}$ durante los últimos 180°; las otras dos fases operan de igual manera con la excepción de un desplazamiento de -120° y -240°, respectivamente (Camacho y López, 2007).

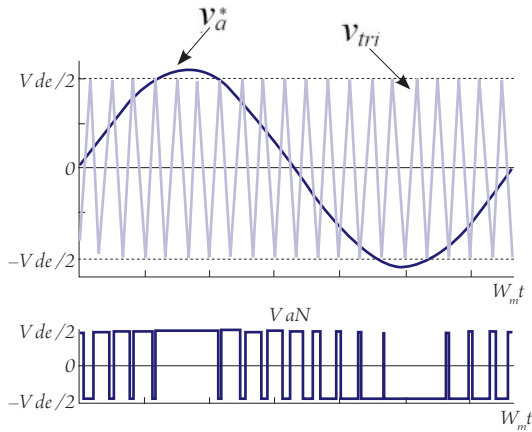


Figura 10. Sobremodulación de la fase a

Fuente: elaboración propia.

$$\begin{aligned}
 v_a^*(t) &= A \sin(w_m t) \\
 v_b^*(t) &= A \sin\left(w_m t - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 v_c^*(t) &= A \sin\left(w_m t - \frac{4\pi}{3}\right) \\
 v_a^*(t) + v_b^*(t) + v_c^*(t) &= 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

La figura 11 presenta el proceso de modulación SPWM basado en portadora para las fases v_{aN} , v_{bN} , v_{cN} junto con los voltajes línea a línea resultantes. En general, la PWM sinusoidal o SPWM es una técnica simple que garantiza buenos resultados en todas las condiciones de trabajo, incluida la sobremodulación y que presenta un buen desempeño armónico. Este buen desempeño se debe a su frecuencia de conmutación constante, que genera un espectro definido, con componentes en alta frecuencia y con reducción de armónicos de bajo orden. Debido a lo anterior, las primeras versiones del método tuvieron gran aceptación en la industria, sin embargo, rápidamente se evidenció que la limitación en su rango lineal provocaba que los motores trabajaran con tensiones inferiores a las nominales, reduciendo así su desempeño (Bergas, 2000). El rango lineal de modulación se puede expresar mediante el máximo índice de modulación dentro de zona lineal, en el caso del modulador SPWM este corresponde a $M_{lineal\ max} = 1$.

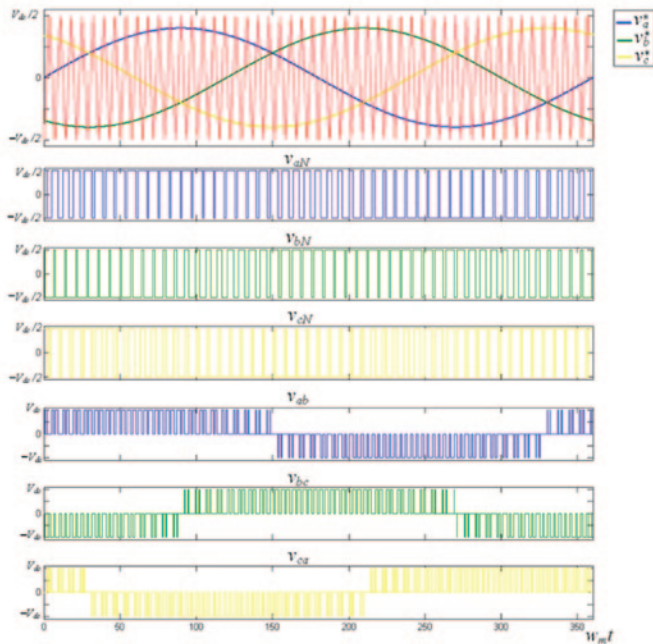


Figura 11. Proceso de modulación SPWM trifásico

Fuente: elaboración propia.

La figura 12 presenta la relación entre el índice de modulación M y la amplitud normalizada del voltaje de línea-línea; en ella, se aprecia cómo el límite superior de la zona lineal del SPWM genera una utilización aproximada del 61,2% del bus DC. Más allá se encuentra la región de sobremodulación que permite una mayor utilización del bus DC a cambio de no linealidades. Cuando el índice M toma el valor 3,24 se alcanza el modo de operación *six-step*, generándose la máxima disponibilidad del bus DC, aproximadamente 78 %.

Modulación PWM con inyección de señales de secuencia cero

En aplicaciones balanceadas de accionamientos de motores trifásicos AC, el punto neutro de la carga n está aislado con respecto al punto medio N del bus DC (ver figura 1). Por tanto, es posible inyectar cualquier señal entre estos dos puntos sin afectar los voltajes y corrientes línea a línea a la salida del inversor. Sin embargo, desde el punto de vista del inversor, la presencia de la señal inyectada, denominada

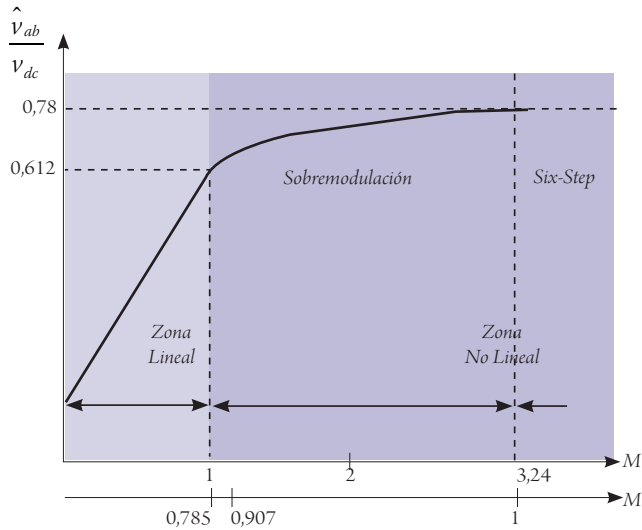


Figura 12. Curva característica del SPWM. Relación del índice de modulación con el porcentaje de utilización del bus DC

Fuente: Malinowski (2001).

señal de secuencia cero (*Zero Sequence Signal [ZSS]*), modifica las características de desempeño de la modulación, entre ellas: el rango de modulación lineal, las pérdidas por conmutación y el espectro del tren de pulsos modulados. En la figura 13 se ilustra el proceso de inyección. En este esquema el bloque Generador de ZSS se encarga de calcular la señal de secuencia cero v_{os} a partir de la información de las tres señales moduladoras fundamentales.

De la figura 15 se deduce que las nuevas señales moduladoras se construyen a partir de las fundamentales y la señal de secuencia cero como se indica en la ecuación 5.

$$v_i^{**}(t) = v_i^*(t) + v_{os}(t); (i = a, b, c) \quad (5)$$

Donde:

$v_i^{**}(t)$ es la señal moduladora.

$v_i^*(t)$ es la señal moduladora fundamental.

$v_{os}(t)$ es la señal de secuencia cero.

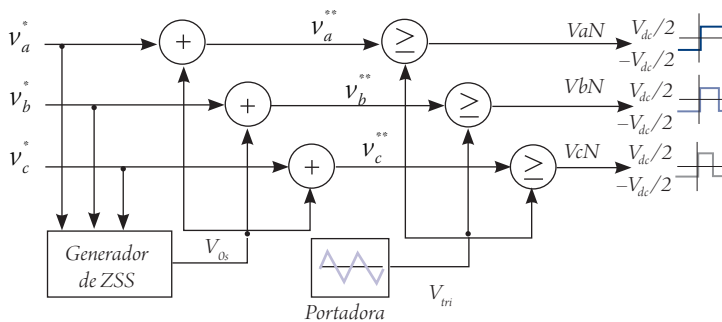


Figura 13. Proceso de modulación con inyección de secuencia cero

Fuente: elaboración propia.

Considerando la ecuación 5, junto con el hecho de que el objetivo de la modulación PWM es lograr que la información de amplitud de la señal moduladora esté contenida en el valor medio del tren de pulsos generado ($\bar{v}_{iN} = v_i^*$, para $i = 1, 2, 3$) se pueden escribir los voltajes de fase en modulación SPWM como se muestra en la ecuación 6, en donde se aprecia la influencia de la señal de secuencia cero sobre los voltajes de fase. Note que en los voltajes línea-línea, (ver la ecuación 9) desaparece $v_{os}(t)$, confirmando su influencia nula sobre la forma de las señales de línea a línea; es por esta razón que la señal $v_{os}(t)$ es denominada señal de secuencia cero (Zhou, 2002).

$$\begin{aligned}
 \bar{v}_{aN} &= A \sin(w_m t) + v_{os}(t) \\
 \bar{v}_{bN} &= A \sin\left(w_m t - \frac{2\pi}{3}\right) + v_{os}(t) \\
 \bar{v}_{cN} &= A \sin\left(w_m t - \frac{4\pi}{3}\right) + v_{os}(t)
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{v}_{ab} &= A\sqrt{3} \sin\left(w_m t + \frac{\pi}{6}\right) \\
 \bar{v}_{bc} &= A\sqrt{3} \sin\left(w_m t + \frac{3\pi}{2}\right) \\
 \bar{v}_{ca} &= A\sqrt{3} \sin\left(w_m t + \frac{5\pi}{6}\right)
 \end{aligned} \tag{7}$$

Sumando las señales en la ecuación 5 y considerando que la suma de señales sinusoidales trifásicas son cero, la señal $v_{0s}(t)$ puede ser formulada en términos de las señales moduladoras $v_i^{**}(t)$ como se presenta en la ecuación 8.

$$v_{0s}(t) = \frac{1}{3}(v_a^{**}(t) + v_b^{**}(t) + v_c^{**}(t)) \quad (8)$$

Note que la inyección de señal de secuencia cero permite incrementar el rango de modulación lineal hasta $M_{linealm\acute{a}x} = 1,15$ como se indica en la figura 14. Reconociendo la potencial ventaja de esta estrategia de modulación, en los últimos años se han reportado distintos métodos de modulación basados en la inyección de v_{0s} , cada uno con su propia señal de secuencia cero y con características de desempeño únicas. De estos métodos se destacan diez desarrollos (Hava, 1998) que pueden ser clasificados en tres grupos: a) continuos, b) discontinuos, c) híbridos. A continuación se expondrán algunas características de estos dos grupos de moduladores:

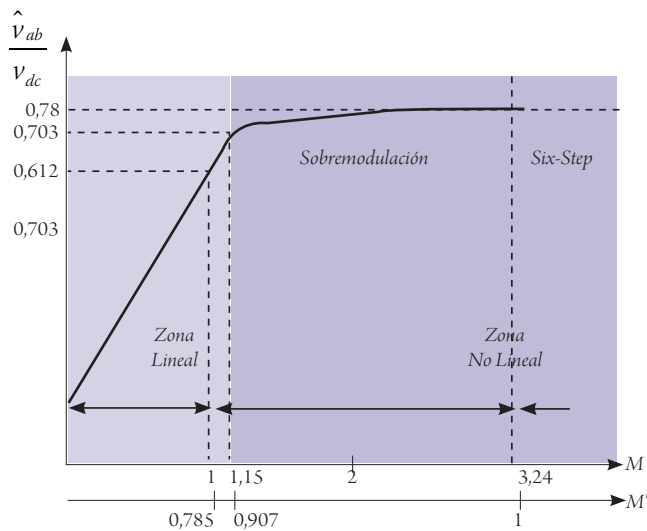


Figura 14. Curva característica de los métodos PWM de máximo rango lineal

Fuente: Malinowski (2001).

Métodos PWM continuos (CPWM)

Estos métodos se caracterizan porque en cada ciclo de portadora generan al menos una conmutación. Hacen parte de esta clasificación: la PWM sinusoidal (SPWM),

los métodos con inyección del tercer armónico (THIPWM) y la PWM con vectores espaciales basada en portadora (CB-SVPWM).

Inyección del tercer armónico (Third Harmonic Injection PWM [THIPWM]). Estos métodos logran incrementar la tensión trifásica de salida del inversor hasta en un 15% sin salir de zona lineal (90,7 % del voltaje *six-step*). En 1975, Buja propone inyectar una señal de secuencia cero con amplitud 1/6 de la señal fundamental y el triple de la frecuencia fundamental (Buja e Indri, 1975). Este método es conocido como THIPWM1/6, su señal de secuencia cero se presenta en la figura 16 y en la ecuación 9.

$$v_{0s}(t) = \frac{A}{6} \sin(3w_m t) \quad (9)$$

Como se muestra en la figura 15, la señal moduladora v_a^{**} es el resultado de la suma de dos señales sinusoidales. Note que en los rangos donde la fundamental v_a^* alcanza su máxima amplitud ($[60^\circ \leq w_m t \leq 120^\circ]$ y $[240^\circ \leq w_m t \leq 300^\circ]$), la amplitud de la nueva señal v_a^{**} se reduce. Esta reducción es compensada en los primeros 60° y en los últimos 60° de cada medio periodo de fundamental permitiendo el uso de índices de modulación mayores a la unidad sin pasar a sobremodulación.

En 1986, Bowes calcula una moduladora de mínima distorsión armónica, concluyendo como valor óptimo la inyección del tercer armónico con amplitud 1/4 de la fundamental (Bowes y Midoun, 1986). En la actualidad, dicho método es conocido como THIPWM1/4; su señal de secuencia cero se expresa en la ecuación 5. Este método permite un rango lineal menor al presentado por THIPWM1/6 ($M_{linealm\acute{a}x} = 1,117$) pero a cambio, presenta una mejora en el espectro armónico del tren de pulsos resultante. Las formas de onda correspondientes a THIPWM1/4 se ilustran en la figura 16.

$$v_{0s}(t) = \frac{A}{4} \sin(3w_m t) \quad (10)$$

Los dos moduladores THIPWM presentan complejidad en la implementación ya que el cálculo de la señal de frecuencia triple involucra altos requerimientos com-

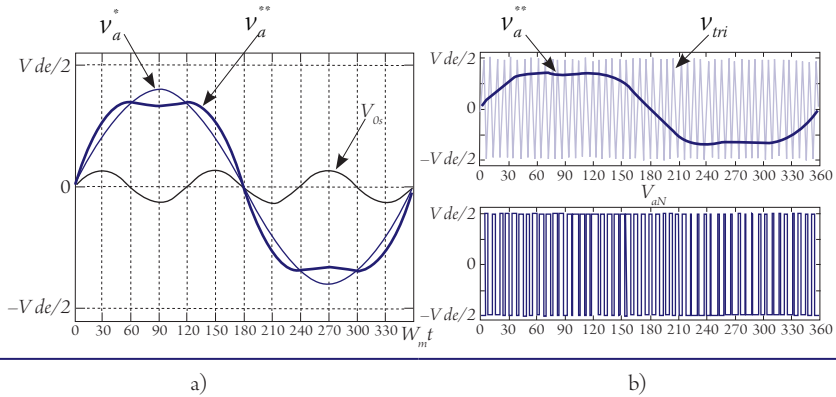


Figura 15. THIPWM1/6: a) generación de la señal ZSS, b) modulación para la fase a

Fuente: elaboración propia.

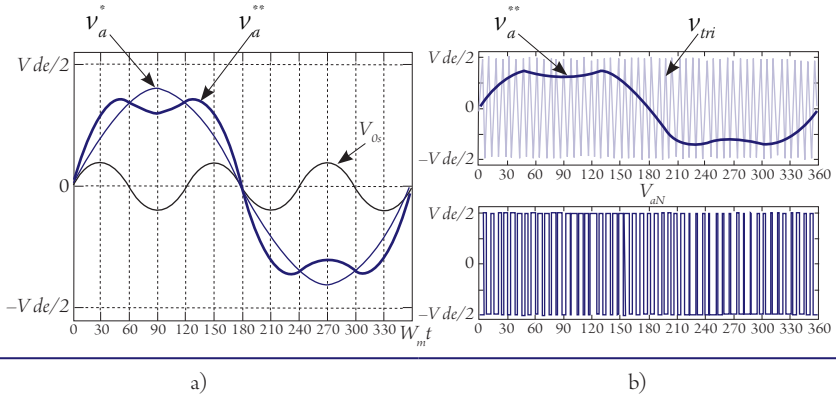


Figura 16. THIPWM1/4: a) Generación de la señal ZSS, b) Modulación para la fase a

Fuente: elaboración propia.

putacionales (Hava, 1998). Por esta razón su popularidad no alcanzó ambientes industriales y solo perdura en los académicos.

PWM con vectores espaciales basada en portadora (Carrier-Based Space-Vector-PWM [CB-SVPWM]). Este esquema conocido en la actualidad como CB-SVPWM, es atribuido a King (1974). Para la generación de la señal de secuencia cero este modulador emplea la expresión en la ecuación 11.

$$v_{0s}(t) = -0,5 \left[\max(v_a^*, v_b^*, v_c^*) + \min(v_a^*, v_b^*, v_c^*) \right] \quad (11)$$

Es decir, compara la magnitud de las señales fundamentales $v_i^*(t)$, para realizar dos selecciones: a) la señal con mínima magnitud y b) la señal de máxima magnitud; posteriormente suma las selecciones y escala el resultado con un factor de $-0,5$. El resultado de la señal de secuencia cero es una señal triangular, periódica, con el triple de la frecuencia fundamental y $1/4$ de amplitud fundamental como se ilustra en la figura 19. Este algoritmo es posiblemente el método PWM de inyección de señal de secuencia cero más antiguo reportado en la literatura. Una década después reapareció empleando la teoría de vectores espaciales y bajo una implementación digital, de aquí su nombre (Rodríguez, 2005).

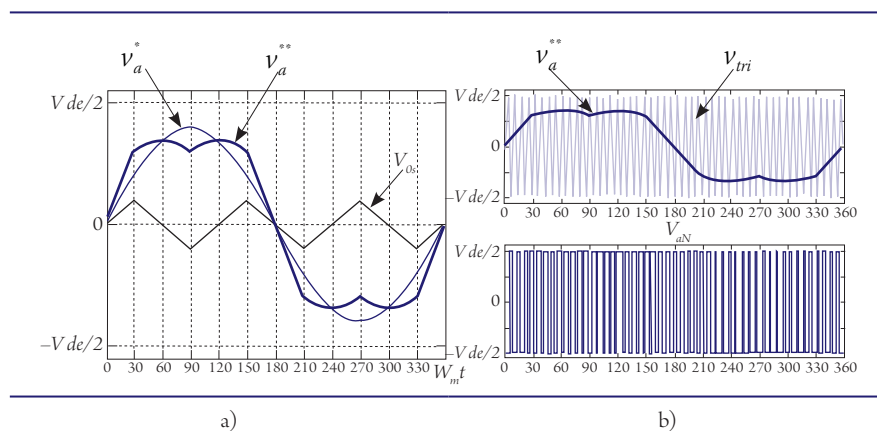


Figura 17. CB-SVPWM: a) generación de la señal ZSS, b) modulación para la fase a

Fuente: elaboración propia.

Métodos PWM discontinuos (Discontinuous Pulse Width Modulation [DPWM])

Los DPWM generan conmutaciones solo en $2/3$ del ciclo de la moduladora. Esto se logra inyectando una señal de secuencia cero que lleva a una de las tres señales fundamentales $v_i^*(t)$ al nivel del pico positivo o negativo de la portadora triangular. Para elegir la fase que será saturada se aplican reglas de selección sobre las señales fundamentales; la fase seleccionada determina la forma de la señal de secuencia cero como se indica en la ecuación 12.

$$v_{0s}(t) = \text{sign}(v_x^*(t)) \frac{V_{dc}}{2} - v_x(t) \quad (12)$$

El subíndice x en la ecuación 12 corresponde al índice de fase que fue escogido con la regla de selección. Estas reglas son únicas para cada modulador y determinan la señal de secuencia cero de cada método de modulación discontinuo. Entre los métodos reportados se destacan ocho denominados: DPWM1, DPWMMax, DPWM2, DPWM0, DPWM3, DPWMMin, *Generalized Discontinuous PWM* (GDPWM) y *Hybrid Discontinuous PWM* (HDPWM) (Hava, 1998; López M., Camacho M., Díaz C., Gaviria L., y Bolaños, 2009). Estos métodos presentan un buen desempeño armónico en zona lineal y permiten un rango de modulación lineal máximo del 90,7% del voltaje *six-step*; a continuación se realiza una breve descripción de cada uno de ellos. El análisis se limitará a las señales correspondientes a la fase a puesto que las señales de las fases b y c presentan la misma forma pero desfasadas -120° y -240° respectivamente.

DPWM1. La primera versión de este método es reportada en (Depenbrock, 1977), donde emplean un rectificador de puente de diodos para generar una señal de secuencia cero, tal que sean reducidas las pérdidas por conmutación en aplicaciones con cargas de factor de potencia cercano a la unidad. En este método se selecciona la señal con mayor valor absoluto de entre las tres fundamentales; la señal seleccionada se lleva hasta el valor máximo positivo o negativo del bus DC durante 1/3 del ciclo de la fundamental (figuras 18 y 19). La regla de selección se indica en la ecuación 13.

$$IF(|v_a^*| \geq |v_b^*| \text{ AND } |v_a^*| \geq |v_c^*|) \rightarrow v_{0s} = \text{sign}(v_a^*) \frac{V_{dc}}{2} - v_a^* \quad (13)$$

La señal v_{0s} generada se caracteriza por ser periódica con el triple de la frecuencia fundamental y discontinua. En la figura 18a se muestra que la moduladora resultante (v_a^{**}) tiene dos instantes de saturación, ambos alrededor de los picos de la señal v_a^* y cada uno con una duración de 60° . En la figura 18b, el tren de pulsos resultante indica que durante los primeros 60° de saturación, el interruptor inferior de la fase a permanece abierto mientras el superior permanece cerrado, en tanto que durante los últimos 60° de saturación los estados se invierten; en consecuencia, la reducción en el número de conmutaciones es igual en los conmutadores inferiores y superiores de cada rama del inversor.

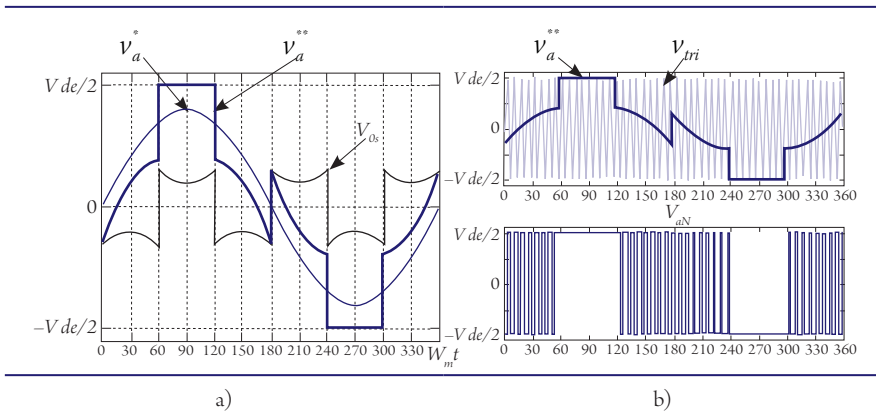


Figura 18. DPWM1: a) generación de la señal ZSS, b) modulación para la fase a

Fuente: elaboración propia.

DPWMMax. Este modulador fue reportado en (Taniguchi, Ogino e Irie, 1988) y busca saturar la fase de mayor valor instantáneo de entre las tres señales fundamentales. La regla de selección se indica en la ecuación 14.

$$IF(v_a^* \geq v_b^* AND v_a^* \geq v_c^*) \rightarrow v_{0s} = sign(v_a^*) \frac{V_{dc}}{2} - v_a^* \quad (14)$$

Como se indica en la figura 19a, la zona de saturación está centrada en el máximo positivo de la señal $v_a^*(t)$ y tiene una duración de 120° . El efecto de esta saturación se ilustra en la figura 19b donde se aprecia cómo, durante el rango $[30^\circ \leq \omega_m t \leq 150^\circ]$ el conmutador superior de la fase a permanece cerrado mientras el conmutador inferior permanece abierto; por tanto, con este algoritmo se genera una mayor reducción de pérdidas en los conmutadores inferiores.

DPWM2. Ogasawara, Akagi y Nabae, 1989 proponen una señal de secuencia cero que permita eliminar las conmutaciones en 30° de atraso, con respecto al pico del voltaje. Esta estrategia diseñada para cargas con ángulo factor de potencia cercano a los 30° en atraso, busca evitar la conmutación cuando la corriente en los conmutadores presenta su valor más elevado. En este método las tres señales moduladoras v_a^*, v_b^*, v_c^* son atrasadas 30° y de las tres nuevas señales: $v_{ax}^*, v_{bx}^*, v_{cx}^*$ se selecciona la de mayor magnitud. La señal seleccionada se satura, como en el caso de la DPWM1. Las formas de onda resultantes son indicadas en la figura 20 y la regla de selección es presentada en la ecuación 15.

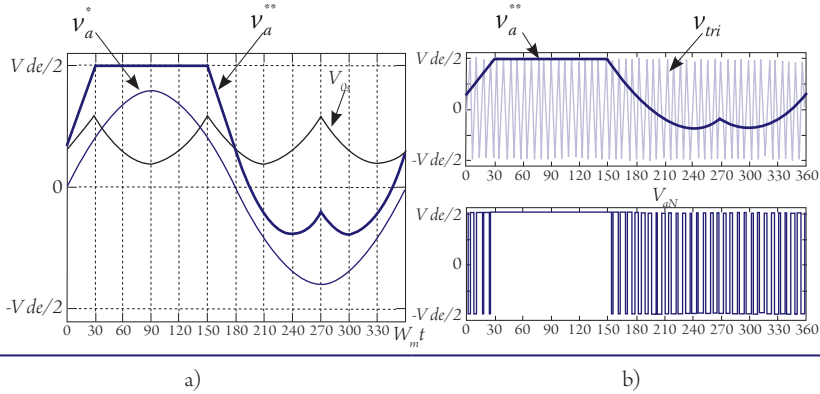


Figura 19 DPWMMax: a) generación de la señal ZSS, b) modulación para la fase a.

Fuente: elaboración propia.

$$IF \left(\left(|v_{ax}^*| \geq |v_{bx}^*| \text{ AND } |v_a^*| \geq |v_{cx}^*| \right) \rightarrow v_{0s} = \text{sign}(v_a^*) \frac{V_{dc}}{2} - v_a^* \right) \quad (15)$$

DPWM0. En (Kenjo, 1990) desarrollan un modulador similar al presentado en (Ogasawara, 1989), pero dirigido a aplicaciones con cargas de factor de potencia en adelanto de 30°; este modulador es conocido como *DPWM0*. Para la generación de la señal de secuencia cero, las señales fundamentales v_a^*, v_b^*, v_c^* son desfasadas con adelanto de 30° originando tres nuevas señales: $v_{ax}^*, v_{bx}^*, v_{cx}^*$. Como en *DPWM2*, la señal de mayor magnitud absoluta es seleccionada y saturada (ver ecuación 15). Las formas de onda generadas son ilustradas en la figura 21.

DPWM3. Este modulador propuesto por Kolar, Ertl y Zach (1990) busca saturar la fase que presenta la amplitud con valor absoluto intermedio de las tres señales fundamentales. La regla de selección se resume en la ecuación 16 y las formas de onda generadas son presentadas en la figura 22. Entre las técnicas discontinuas ésta se caracteriza por ser la más efectiva en la reducción del contenido armónico (Narayanan, 1999).

$$IF \left(\left(|v_b^*| \geq |v_a^*| \geq |v_c^*| \text{ OR } |v_c^*| \geq |v_a^*| \geq |v_b^*| \right) \rightarrow v_{0s} = \text{sign}(v_a^*) \frac{V_{dc}}{2} - v_a^* \right) \quad (16)$$

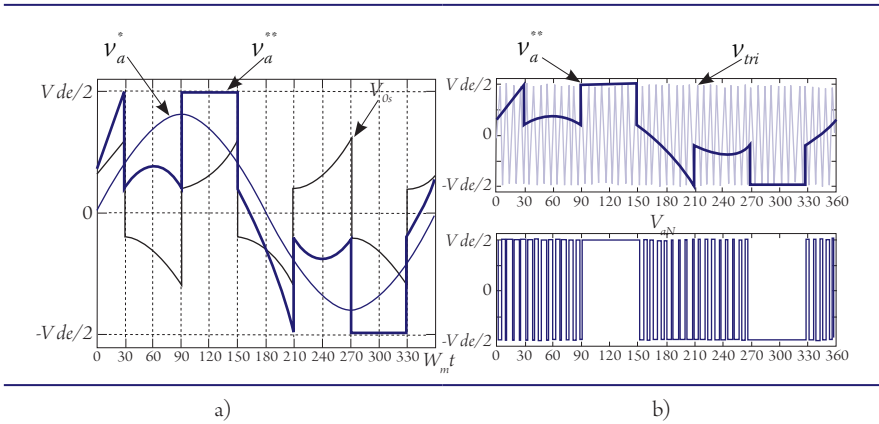


Figura 20. DPWM2: a) generación de la señal ZSS, b) modulación para la fase *a*

Fuente: elaboración propia

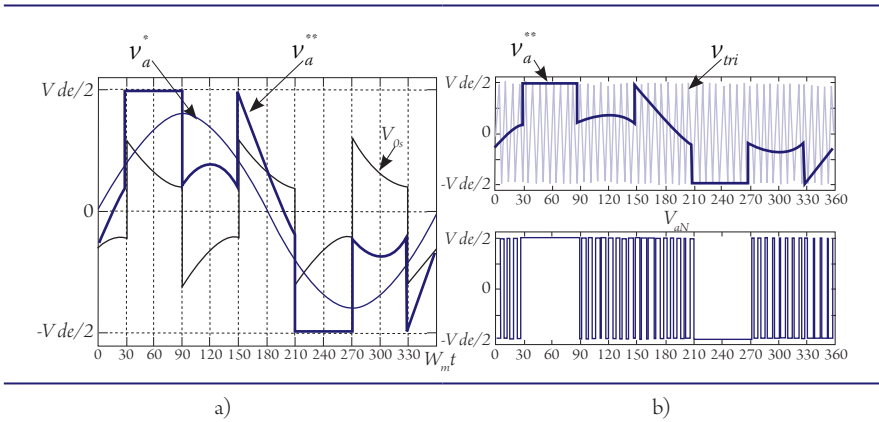


Figura 21. DPWM0: a) generación de la señal ZSS, b) modulación para la fase *a*

Fuente: elaboración propia.

Como se ilustra en la figura 23, la señal moduladora discontinua $v_a^{**}(t)$ presenta cuatro zonas de saturación, cada una de 30° , con sus centros alejados 45° del máximo de la señal $v_a^*(t)$. Esta división permite un incremento en el rango de aplicaciones, cubriendo cargas con ángulo de factor de potencia entre $[-30^\circ, 30^\circ]$, a cambio de un incremento en pérdidas por conmutación.

DPWMMin. Este modulador, propuesto también por Kolar (1990), es similar al *DPWMMax*, con la particularidad de que busca saturar la fase de menor valor

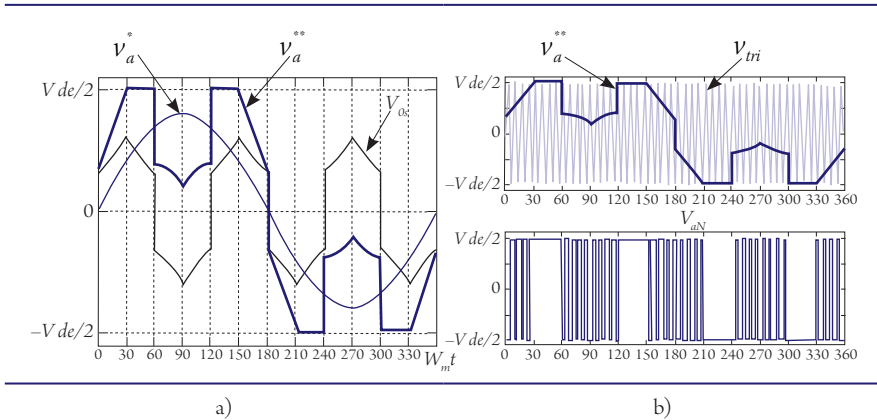


Figura 22. DPWM3: a) generación de la señal ZSS, b) modulación para la fase a

Fuente: elaboración propia.

instantáneo de entre las tres señales fundamentales. La regla de selección es resumida en la ecuación 17.

$$IF(v_a^* \leq v_b^* AND v_a^* \leq v_c^*) \rightarrow v_{0s} = \text{sign}(v_a^*) \frac{V_{dc}}{2} - v_a^* \quad (17)$$

Las formas de onda generadas son ilustradas en la figura 23. El desempeño de este método es similar al DPWMMax, con la diferencia que los interruptores superiores del inversor tienen pérdidas por conducción más bajas que los interruptores inferiores.

Métodos DPWM híbridos

Estos métodos se caracterizan por implementar combinaciones de los algoritmos PWM continuos y discontinuos, buscando mejorar características del proceso de conversión de energía. Entre las propuestas realizadas se destacan el GDPWM y el HDPWM.

GDPWM. Hava (1998) propone el modulador GDPWM, el cual permite modificar mediante una variable de control ψ , la localización de la saturación de las señales moduladoras. Al presentar los métodos DPWM1, DPWM2 y DPWM0, se ilustró que la señal moduladora $v_i^{**}(t)$ estaba saturada en medio ciclo de fundamental

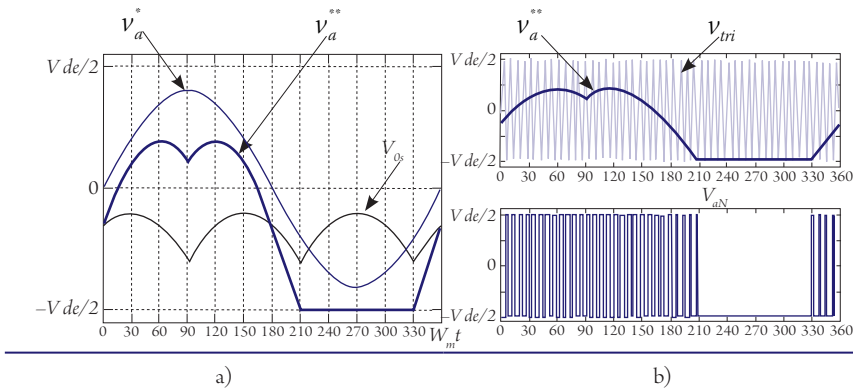


Figura 23. DPWMMin: a) generación de la señal ZSS, b) modulación para la fase a .

Fuente: elaboración propia.

durante intervalos de 60° . Estos intervalos de saturación están localizados a un determinado ángulo ψ respecto a la posición en que la fundamental $v_i^*(t)$ presenta su valor máximo. El algoritmo propuesto por Hava (1998) permite regular este ángulo en el rango $[0, 60^\circ]$ para obtener un conjunto de moduladores discontinuos (entre ellos: DPWM0, DPWM1 y DPWM2) que minimizan las pérdidas por conmutación, en aplicaciones de cargas con ángulos de factor de potencia que varían entre $[-30^\circ, 30^\circ]$. Para generar la señal de secuencia cero, las señales fundamentales son desfasadas un ángulo de $\psi - 30^\circ$ y de las tres nuevas señales: $v_{ax}^*, v_{bx}^*, v_{cx}^*$ la de mayor magnitud absoluta es saturada.

HDPWM. López, Camacho, Díaz, Gaviria y Bolaños (2009) proponen el modulador HDPWM, una solución capaz de escoger el algoritmo de modulación de mejor desempeño armónico de acuerdo con las condiciones de operación, específicamente: índice de modulación M y ángulo de fase θ . Esta solución híbrida presenta un desempeño armónico superior al exhibido por la técnica convencional SVPWM y su esquema de desarrollo es apropiado para implementaciones digitales (Camacho y López, 2007).

Modulación PWM de vectores espaciales (SVPWM)

Este enfoque implica la síntesis de un vector espacial de referencia V^* en el plano $\alpha\beta$ mediante aplicación instantánea de los estados posibles de un VSI. Los ocho

vectores espaciales de voltaje posibles en un VSI trifásico de dos niveles se pueden clasificar en dos grupos: vectores activos ($V_1 - V_6$) y vectores cero (V_0 y V_7); estos se ilustran en la figura 24. Los vectores activos poseen igual magnitud y están desfasados mutuamente 60° , por tanto, pueden ser expresados mediante la ecuación 18.

$$V_k = \frac{2}{3} V_{dc} e^{j(k-1)} \quad \text{para } k=1,2,\dots,6 \quad (18)$$

En donde k es uno de los sectores del hexágono. Como se ilustra en la figura 24, los vectores dividen el plano complejo en seis sectores (I-VI), formando un hexágono en el plano $\alpha\beta$. Cualquier vector de referencia V^* dentro de los límites del hexágono puede ser sintetizado mediante descomposición en sus vectores de voltaje adyacentes.

En aras de mejorar el desempeño armónico, la síntesis del vector referencia se complementa con la aplicación de los vectores cero (Narayanan, 1999). Considere la descomposición ilustrada en la figura 24, donde el vector referencia V^* se ubica en el sector I, por tanto:

$$\vec{V}^* = \frac{T_x}{T_{sh}} V_1 + \frac{T_y}{T_{sh}} V_2 \quad (19)$$

Donde:

T_{sh} corresponde a medio ciclo de conmutación.

T_x, T_y son los tiempos de activación de los vectores activos (en este caso V_1 y V_2).

Al considerar un conjunto trifásico balanceado, el vector de voltaje de referencia describe una trayectoria circular como la ilustrada con línea punteada en la figura 24. De esta manera, cualquier voltaje de referencia deseado puede ser descrito por la ecuación 20.

$$\vec{V}^*(t) = M \frac{V_{dc}}{2} e^{j2\pi f_m t} = M \frac{V_{dc}}{2} e^{jw_n t} \quad (20)$$

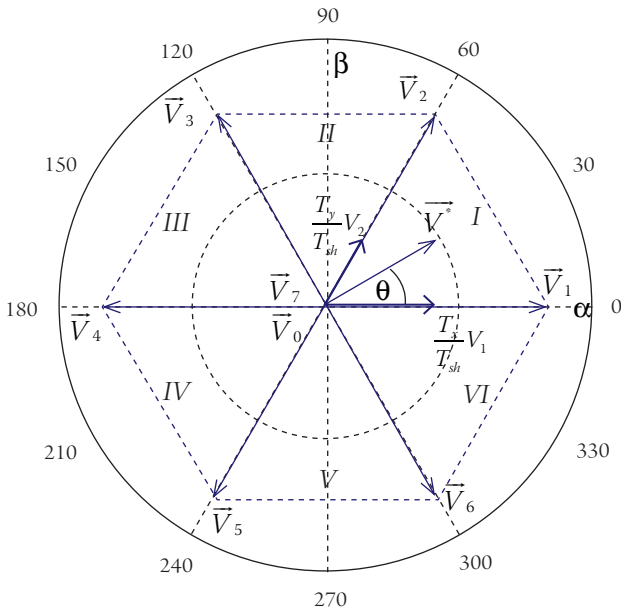


Figura 24. Hexágono del inversor

Fuente: elaboración propia.

Resolviendo T_x y T_y de la ecuación 19 mediante sustitución de V_1 y V_2 de la ecuación 18 para el voltaje de referencia definido en la ecuación 20 se obtienen la expresión de la ecuación 21, válida para el cálculo de T_x y T_y dentro del sector I. Al generalizar para los seis sectores se obtiene la ecuación 22, en donde k es el sector en el que se ubica el vector de referencia ($k + 1 = 1$ para $k = 6$).

$$\begin{aligned}
 T_x &= T_{sh} M \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) \\
 T_y &= T_{sh} M \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\theta)
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
 T_k &= T_{sh} M \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(k\frac{\pi}{3} - \theta\right) \\
 T_{k+1} &= T_{sh} M \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\theta - (k-1)\frac{\pi}{3}\right)
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

La diferencia entre T_{sh} y T_x , T_y corresponde al tiempo de activación de los vectores cero (T_z), generalmente, este tiempo se divide en partes iguales entre T_0 y T_7 . Sin embargo, existen otras alternativas de distribución de tiempo cero, estas pueden ser representadas mediante la ecuación 23, en donde $K_0(w_m t)$ es el distribuidor de estados cero [$1 \geq K_0(w_m t) \geq 0$] (Zhou, 2002).

$$\begin{aligned} T_7 &= K_0(w_m t) T_z \\ T_0 &= (1 - K_0(w_m t)) T_z \end{aligned} \quad (23)$$

Las alternativas más comunes en la selección de K_0 se resumen en la tabla 1; cada una de ellas se asocia con uno de los algoritmos de modulación PWM continuos o discontinuos descritos en este artículo.

Tabla 1. Alternativas de selección de K_0

	K PAR	K IMPAR
$K_{0_{SPWM}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$K_{0_{SPWM}}$	$\frac{1}{2} + \frac{T_1 - T_2}{6T_z}$	$\frac{1}{2} + \frac{T_2 - T_1}{6T_z}$
$K_{0_{DPWM0}}$	1	0
$K_{0_{DPWM1}}$	0, primera mitad del sector; 1, segunda mitad.	1, primera mitad del sector; 0, segunda mitad.
$K_{0_{DPWM2}}$	0	1
$K_{0_{DPWM3}}$	1, primera mitad del sector; 0, segunda mitad.	0, primera mitad del sector; 1, segunda mitad.
$K_{0_{DPWM_{Max}}}$	1	1
$K_{0_{DPWM_{Min}}}$	0	0

Fuente: elaboración propia.

Discusión

A partir del análisis presentado podemos identificar cinco características propias de las técnicas de modulación PWM modernas:

1. *Enfoque*. Determina la forma de implementación del modulador PWM, existen dos opciones: la modulación basada en portadora (CB-PWM) y la modulación basada en vectores espaciales (SV-PWM). La CB-PWM resulta apropiada para la presentación de conceptos de modulación en ambientes académicos, sin embargo, es poco utilizada en la práctica. La SV-PWM resulta ser más compleja, sin embargo, es la más utilizada en implementaciones digitales.

2. *Algoritmo de modulación*. Establece la estrategia de conmutación de las ramas del inversor VSI. Se divide en tres grupos como se explicó en la sección 3: a) algoritmos continuos b) algoritmos discontinuos y c) algoritmos híbridos. Cada grupo presenta ventajas asociadas con la aplicación específica y la comparación de dichas ventajas está fuera del alcance de los propósitos de este artículo.

3. *Control de flanco*. Indica el flanco del pulso PWM que varía durante la modulación. Existen tres alternativas: flanco doble, flanco de subida y flanco de bajada. Esta característica está asociada a la forma de la señal triangular como se expuso en la sección 2. La selección de control de flanco incide directamente sobre las pérdidas de energía en los conmutadores del inversor, siendo que a mayor cantidad de conmutaciones, mayores pérdidas.

4. *Sincronismo*. Está definido por la relación entre frecuencias portadora y moduladora como fue definido en la sección 2. El modulador asincrónico produce *subarmónicos* a frecuencias que no son múltiplos enteros de la frecuencia moduladora; sin embargo, para valores grandes de N ($N > 21$) la amplitud de estos sub-armónicos es muy pequeña. De otro lado, el modulador sincrónico es apropiado para aplicaciones que exigen un bajo índice de frecuencia ($N < 21$), es decir, aplicaciones de alta potencia.

5. *Simetría*. Depende de la técnica de muestreo de la señal moduladora. Cuando el muestreo es hecho en solamente uno de los picos de la portadora (positivo o negativo) se tiene el muestreo simétrico, de lo contrario, el muestreo es asimétrico. Ambas alternativas de simetría generan un bajo contenido armónico en el voltaje

de salida del inversor, siendo comparativamente superior el producido por el PWM asimétrico (Holmes, 1998).

La tabla 2 presenta una clasificación de las técnicas de modulación PWM modernas con base en las características identificadas. Este conjunto de características permite clasificar las propuestas de modulación en el área del control de inversores VSI para aplicaciones de control de motores de inducción. Con este grupo de características se espera facilitar el proceso de comparación entre las diversas técnicas de modulación PWM y, asimismo, aportar para el desarrollo de nuevos algoritmos que permitan la evolución de propuestas en esta área.

Tabla 2. Resumen de las características concluidas

CARACTERÍSTICAS	ALTERNATIVAS
Enfoque	Basado en portadora (CB-PWM),
	Basado en vectores espaciales (SV-PWM)
Algoritmo de modulación	Continuo: SPWM, THIPWM1/6, THIPWM1/4, SY-SVPWM.
	Discontinuo: DPWM0, DPWM1, DPWM2, DPWM3, DPWMMAX, DPWMMIN.
	Híbrido: GDPWM, HDPWM
Control de flanco	Flanco de subida
	Flanco de bajada
	Doble flanco
Sincronismo	Sincrónico
	Asincrónico
Simetría	Simétrico
	Asimétrico

Fuente: elaboración propia.

Las características concluidas abordan los aspectos fundamentales para realizar comparaciones objetivas entre técnicas de modulación, permiten el uso de un lenguaje común durante dichas comparaciones y son definidas de forma genérica con el propósito de incluir la caracterización de futuros esquemas de modulación PWM. El objetivo de los autores es que la estructura aquí presentada, estimule la discusión en la comunidad científica y permita una interpretación de mayor didáctica en los ambientes académicos.

Referencias

- Bergas, J. (2000). *Control del motor d inducció considerant els límits del convertidor i del motor*. Barcelona: Universidad Politècnica de Catalunya.
- Bowes, S. y Midoun, A. (1986). *New PWM switching strategy for microprocessor controlled inverter drives*.
- Buja, G. y Indri, G. (1975). Improvement of pulse width modulation techniques. En *Archiv für Elektrotechnik*.
- Camacho, G. y López, D. (2007). *Evaluación experimental del contenido armónico de las señales de carga en inversores trifásicos*. Popayán: Universidad del Cauca.
- Capitaneanu, S. (2001). Graphical and algebraic synthesis for PWM methods. En *EPE Journal*, 11(3).
- Depenbrock, M. (1977). *Pulse width control of a 3-phase inverter with nonsinusoidal phase voltages*.
- Hava, A. (1998). *Carrier Based PWM-VSI Drives In The Overmodulation Region*. Madison: University of Wisconsin.
- Holmes, D. (1998). *A General Analytical Method for Determining the Theoretical Harmonic Components of Carrier Based PWM Strategies*.
- Kenjo, T. 1990. *Power Electronics for the Microprocessor Age*. Oxford: Oxford University Press.
- King, K. G. (1974). *A three phase transistor class-b inverter with sinewave output and high efficiency*. Institute of Electronic Engineering.
- Kolar, J.; Ertl, W. y Zach, F. (1990). *Minimization of the harmonic RMS content of the mains current of a PWM converter system based on the solution of an extreme value problem*. Budapest, Hungary.
- López, M.; Camacho, M.; Díaz, J. et ál. (2009). Nuevo algoritmo PWM híbrido de desempeño armónico superior. *Ingeniería e Investigación*, 29(1), 82-89.
- Malinowski, M. (2001). *Sensorless Control Strategies for Three-Phase PWM Rectifiers*. Poland: Institute of Control and Industrial Electronics. Faculty of Electrical Engineering, Warsaw University of Technology.
- Martín, M. (2003). *Nuevas técnicas de modulación vectorial para convertidores electrónicos de potencia multinivel*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- Moynihan, J. (1998). *Theoretical spectra of space-vector-modulated waveforms*, 145(1).
- Narayanan, G. (1999). *Synchronised Pulsewidth Modulation Strategies based on Space Vector Approach for Induction Motor Drives*. Bangalore: Department of Electrical Engineering, Indian Institute of Science.
- Ogasawara, S.; Akagi, H. y Nabae, A. (1989). *A novel PWM scheme of voltage source inverter based on space vector theory*. Germany .Aachen.

- Pardo, A. (2004). *Aplicaciones de los convertidores de frecuencia. Estrategias PWM*. Pamplona: JAVA E.U.
- Prats, M. (2003). *Nuevas técnicas de modulación vectorial para convertidores electrónicos de potencia multinivel* [tesis doctoral]. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- Rodríguez, P. (2005). *Aportaciones a los acondicionadores activos de corriente en derivación para redes trifásicas de cuatro hilos* [tesis doctoral]. Barcelona: Universidad Politécnica de Catalunya.
- Schonung, A. y Stemmler, H. (1964). Static frequency changers with subharmonic control in conjunction with reversable variable speed AC drives. *Brown Boveri Review*.
- Svenson, J. (1999). *Pulse Width Modulation Techniques*. Electric Power Engineering, Chalmers University of Technology.
- Taniguchi, K.; Ogino, Y. y Irie, H. (1988). *PWM technique for power MOSFET inverter*.
- Zhou, K. (2002). Relationship between space-vector modulation and three-phase carrier-based PWM: A comprehensive analysis. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(1) 186-196.