

INVESTIGATION OF THE STABILITY OF THE TORSORIAL VIBRATIONS OF A SCREW CONVEYER UNDER THE INFLUENCE OF PULSE FORCES

ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ШНЕКА ПІД ДІЄЮ ІМПУЛЬСНИХ СИЛ

Prof. Ph.D. Eng. Hevko. I.B., Lect. Ph.D. Eng. Dyachun A.Ye., Lect. Ph.D. Eng. Hud V.Z.,
Rohatynska L.R., Klendiy V.M.

Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University, Ruska str., 56, Ternopil / Ukraine

E-mail: gevkoivan1@rambler.ru.

Abstract: The aim of the research is to analyze the influence of pulse forces on non-linear torsorial vibrations of a screw conveyer.

The methodology is based on the combination of the methods by Bubnov-Halorkin and Van der Pol. With the help of this methodology we have developed the so called equations of a standard form for the case of pulse forces action.

A mathematical model of the torsorial vibrations of a screw conveyer under the influence of pulse forces is presented. It has been determined, that there is a jump pattern of change of the amplitude-frequency characteristics of the torsorial vibrations of a screw conveyer. Resonance torsorial vibrations of a screw conveyer under the influence of pulse forces have been considered. Torsorial vibrations of a screw conveyer have been investigated in case, when the moment of resistance forces is proportional to the relative angular velocity, and the moment of pulse forces is approximated by a non-linear function. It has been determined, that in such a case the influence of pulse forces becomes apparent only in the change of frequency of the vibrations of a screw conveyer. The amplitude-frequency characteristics of the torsorial vibrations of a screw conveyer of different geometrics have been presented.

Keywords: screw conveyer, torsional vibrations, pulse forces

INTRODUCTION

Conveyer transport and technological mechanisms are widely used in different branches of industry, including mining industry, for the transportation of bulk and lump material. The efficiency of the operation of many bays, shops and the whole enterprises depends on their reliable functioning. Screw conveyers can be characterized by the simplicity of their design and, consequently, high reliability, easiness of operation and adjustment when used in automated systems and by being ecologically-friendly to the environment because of their hermeticity [2], [4], [5]. High speed screw conveyers are used for all-purpose loading and unloading complexes, which are designed to transport load on horizontal, declining and vertical routes. The existing methods are based on a number of theoretical and experimental investigations as well as on the analysis of the statistical data on the results of their exploitation. In order to provide the reliability and the quality of the technological processes performed by conveyer mechanisms, it is necessary to take into account the dynamic vibrations, caused by outside power factors and the peculiarities of the functioning of screw conveyers.

The fundamentals of the designing and the investigation of screw conveyers were layed by such scientists as A.M. Grigoryev [5], B.M. Gevko [2], R.M. Rohatynskiy [2], V.S. Loveikin [6], R.B. Gevko [4] and other. The development of the theory of vibrations was

Резюме: Мета роботи – провести аналіз впливу імпульсних сил на нелінійні крутильні коливання шнека.

Методика базується на поєднанні методів Бубнова-Гальоркіна та Ван-дер-Поля. Із її допомогою отримано так звані рівняння у стандартному вигляді для випадку дії імпульсних сил.

Представлено математичну модель крутильних коливань шнека у випадку дії імпульсних сил. Встановлено стрибкоподібний характер зміни амплітудно-частотних характеристик крутильних коливань шнека. Розглянуто резонансні крутильні коливання шнека під дією імпульсних сил. Досліджено крутильні коливання шнека за умови, що момент сил опору пропорційний відносній кутовій швидкості руху шнека, а момент імпульсних сил апроксимується нелінійною функцією. Встановлено, що в цьому випадку вплив імпульсних сил проявляється в зміні лише частоти коливань шнека. Представлено амплітудно-частотні характеристики крутильних коливань шнека за різних значень його геометричних параметрів.

Key words: шнек, крутильні коливання, імпульсні сили

ПЕРЕДМОВА

Шнекові транспортно-технологічні механізми широко використовують у різних галузях промисловості, в тому числі і у видобувній для транспортування сипких та кускових матеріалів. Від надійної їх роботи залежить ефективність діяльності багатьох дільниць, цехів і підприємств загалом. Шнекові транспортери характеризуються простотою конструкції та, відповідно, високою надійністю, простотою в користуванні та легкістю адаптування при використанні в автоматизованих системах, екологічністю використання внаслідок їх герметичності [2], [4], [5]. Для універсальних розвантажувально-завантажувальних комплексів, які призначені для транспортування вантажу, як по горизонтальних, похилих, так і вертикальних трасах, використовують швидкохідні шнекові конвеєри. Існуючі методи їх розрахунку ґрунтуються на ряді теоретичних та експериментальних досліджень а також аналізі статистичних даних за результатами їх експлуатації. Для забезпечення надійності та якості виконання технологічних процесів шнековими механізмами необхідно враховувати динамічні коливання, які зумовлені зовнішніми силовими факторами та особливостями роботи шнеків.

Основи проектування та дослідження гвинтових конвеєрів заклали такі вчені як А.М. Григорьев [5], Б.М. Гевко [2], Р.М. Рогатинський [2], В.С. Ловеїкін [6],

elaborated by V.S. Loveikin [6], L.Q. Chen [1] and other. In case of forced vibrations, in other words those vibrations, which are caused by the influence of periodical forces, the frequency of which is altering in time, the amplitude of vibrations and the dynamic stress essentially depend on the frequency of the forcing power. When the above mentioned frequencies are the same, or when the frequency of forcing power approximates the frequency of natural oscillations in a screw conveyer and in case of low damping, resonance is developing [7,3], that is the amplitude of vibrations which is increasing rapidly. Such a rise in the amplitude causes an essential increase of a twist angle or deflection of a conveyer. With the increase of angle or linear deformations, the dynamic stress in the working bodies of screw conveyers increases as well. In this case, dynamic stress (resonance) depends both on inside factors (physical and mechanical parameters of a screw conveyer, its geometrics etc.) and on the outside ones. The outside factors include the angle speed of the rotation of a conveyer and the value of outside disturbing forces for flexural [3] and torsorial vibrations [7].

MATERIAL AND METHOD

General results, presented in papers [7,3], are used for the investigation of the influence of pulse forces on the torsorial vibrations of a screw conveyer. A screw conveyer rotates about an axis, making torsorial and flexural vibrations. In many cases the last ones cause short-lasting periodical influence on torsorial vibrations. The question is about the contact of a screw and a casing, transportation of bulk loads of relatively large sizes and other. A mathematical model of the torsorial vibrations of a screw conveyer for the above mentioned influence of outside immediate forces is the following differential equation

$$I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = Q \left(\theta, \frac{\partial \theta}{\partial t}, \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \sum_{i=1}^n Q_i \left(\theta, \frac{\partial \theta}{\partial x}, \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) \cdot \sum_{j=1}^n \delta(t - (t_i + j\tau)), \quad (1)$$

where $\theta(x, t)$ - twist angle of a screw conveyer, I - linear moment of inertia of a screw conveyer about a strain-free axis, G - shear modulus of the material of a screw conveyer, J - equatorial moment of the cross-section of a screw conveyer, $\delta(\dots)$ - Dirac function, which acts periodically over a period of τ at time moments t_i , $Q_i \left(\theta, \frac{\partial \theta}{\partial x}, \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)$ - function, which characterizes the intensity of pulse forces action at the time moments mentioned.

If the properties of δ -function are used:

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t),$$

$$\sum_j \delta(t - j\tau) = \frac{1}{\tau} \left[\frac{1}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \cos j\omega\tau \right]; \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^t \delta(t) dt = \begin{cases} 1, npu & t > 0, \\ 0, npu & t \leq 0, \end{cases} \quad (3)$$

the system of differential equations (1) after the averaging is as follows:

Р.Б. Гевко [4] та інші. Розвитку теорії коливань присвячені праці В.С. Ловейкіна [6], L.Q. Chen [1] та інших. У випадку вимушених коливань, тобто таких, що викликані впливом змінних у часі періодичних сил, точніше кажучи таких, частота котрих змінюється в часі, амплітуда коливань, а значить динамічні напруження, суттєво залежать від частоти вимушуючої сили. При співпаданні вказаних частот, або при наблизненні частоти вимушуючої сили до частоти власних коливань шнека та слабкому демпфуванні розвивається резонанс [7, 3], тобто різко збільшується амплітуда коливань. Такий ріст амплітуди спричиняє значне зростання кута закручення чи прогину шнека. Із ростом кутових чи лінійних деформацій зростають динамічні напруження у шнекових робочих органах. При цьому динамічні напруження (резонансні) залежать як від внутрішніх чинників (фізико-механічних параметрів шнека, геометричних розмірів та бу.), так і від зовнішніх. До зовнішніх слід віднести кутову швидкість обертання шнека й величину зовнішніх збурюючих сил для згинних [3] та крутильних коливань [7].

МАТЕРІАЛ І МЕТОДИКА

Викладені загальні результати у роботах [7, 3] використаємо для дослідження впливу імпульсних сил на крутильні коливання шнека. Шнек обертається навколо осі, здійснюючи крутильні та згинальні коливання. В багатьох випадках останні спричиняють короткотривалу періодичну дію на крутильні коливання. Мова йде про контакт шнеку із кожухом, переміщення сипких вантажів відносно великих розмірів та ін. Математичною моделлю крутильних коливань шнеку для вказаної дії зовнішніх миттєвих сил є диференціальне рівняння

де $\theta(x, t)$ - кут закручення шнека, I - погонний момент інерції шнека відносно недеформованої осі, G - модуль зсуву матеріалу шнека, J - екваторіальний момент поперечного перерізу шнека, $\delta(\dots)$ - функція Дірака, яка діє періодично із періодом τ у моменти часу t_i , $Q_i \left(\theta, \frac{\partial \theta}{\partial x}, \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)$ - функція, яка характеризує інтенсивність дії імпульсних сил у вказані моменти часу.

Якщо використати властивості δ -функції:

то система диференціальних рівнянь (1) після усереднення набуває вигляду

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\mu}{\omega_\theta} \left\{ F_{k0}^s(a) + \frac{\nu}{2\pi} \sum_{i=1}^n F_{ik0}^s(0) \right\}, \quad (4)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{\mu}{a\omega_\theta} \left\{ F_{k0}^c(a) + \frac{\nu}{2\pi} \sum_{j=1}^n F_{jk0}^c \right\},$$

where $\nu = \frac{2\pi}{\tau}$, ω_θ – frequency of the vibrations in a screw conveyor.

If it is technically considered, the fact that the above mentioned equations can be integrated, then the dynamic process of a screw conveyor can be shown as

$$\theta(x, t) = a(t) X(x) \cos(\omega_\theta t + \varphi(t)), \quad (5)$$

In (5) the amplitude of torsorial vibrations $a(t)$ and its phase $\psi = \omega_\theta t + \varphi(t)$ are determined by the system (4).

The indicated solution will be the first approximation to the task stated. In order to describe a jump pattern of change for the main parameters of the torsorial vibrations of a screw conveyor, it is necessary to find its first improved approximation. In order to find it, we assume, that the solution of the differential equations (4) is the functions $a = a(t)$ і $\psi = \psi(t)$. Then, the first “improved” approximation of the parameters a and ψ is represented as follows

де $\nu = \frac{2\pi}{\tau}$, ω_θ – частота власних коливань шнека.

Якщо формально вважати, що вказані рівняння вдається зінтегрувати, то динамічний процес шнеку представляється у вигляді

У (5) амплітуда крутильних коливань $a(t)$ та її фаза $\psi = \omega_\theta t + \varphi(t)$ визначаються системою (4). Вказаний розв'язок буде першим наближенням поставленої задачі. Щоб описати стрибкоподібний характер зміни основних параметрів крутильних коливань шнеку, необхідно знайти його перше покращене наближення. Для його знаходження припускаємо, що розв'язком диференціальних рівнянь (4) є функції $a = a(t)$ і $\psi = \psi(t)$. Тоді перше “покращене” наближення параметрів a і ψ представляється у вигляді

$$a_{\text{нокр.}} = a - \frac{\mu}{\omega_\theta} \left\{ \frac{\nu}{\pi} \sum_{i=1}^n F_{i0}^s(a) \sigma(t, t_i) + \frac{\nu}{2\pi} \sum_{i=1}^n \sum_n \frac{-F_{in}^{ss}(a) \cos(n\psi) + F_{in}^{sc}(a) \sin(n\psi)}{n\omega_\theta} + \right.$$

$$+ \frac{\nu}{2\pi} \sum_{i=1}^n \sum_n \left(\frac{F_{in}^{ss}(a)}{(n\omega_\theta)^2 - (k\nu)^2} (2n\omega_\theta \sin(n\psi) \cos k\nu(t-t_i) - 2k\nu \cos(n\psi) \sin k\nu(t-t_i)) + \right.$$

$$+ \frac{F_{in}^{ss}(a)}{(n\omega_\theta)^2 - (k\nu)^2} (-2n\omega_\theta \cos(n\psi) \cos k\nu(t-t_i) + 2k\nu \sin(n\psi) \sin k\nu(t-t_i)) + \left. \left. + \sum_n \frac{-F_n^{sc}(a) \cos(n\psi) + F_n^{sc}(a) \sin(n\psi)}{n\omega_\theta} \right\}, \quad (6)$$

$$\psi_{\text{нокр.}} = \omega t - \frac{\varepsilon}{a\omega_\theta} \left\{ \frac{\nu}{\pi} \sum_{i=1}^n F_{ki0}^c(a) \sigma(t, t_i) + \frac{\nu}{2\pi} \sum_{i=1}^n \sum_n \frac{-F_{in}^{cc}(a) \cos(n\psi_k) + F_{in}^{cs}(a) \sin(n\psi_k)}{n\omega_\theta} + \right.$$

$$+ \frac{\nu}{2\pi} \sum_{i=1}^n \sum_n \left(\frac{F_{in}^{cs}(a)}{(n\omega_\theta)^2 - (k\nu)^2} (2n\omega_\theta \sin(n\psi) \cos k\nu(t-t_i) - 2k\nu \cos(n\psi) \sin k\nu(t-t_i)) + \right.$$

$$+ \frac{F_{in}^{cs}(a)}{(n\omega_\theta)^2 - (k\nu)^2} (2n\omega_\theta \cos(n\psi_k) \cos k\nu(t-t_i) + 2k\nu \sin(n\psi) \sin k\nu(t-t_i)) + \left. \left. + \sum_n \frac{-F_n^{ss}(a) \cos(n\psi_k) + F_n^{ss}(a) \sin(n\psi_k)}{n\omega_\theta} \right\},$$

where $\sigma(t, t_i)$ – periodical function, which is the sum of $\sum_j \frac{\sin j\nu(t-t_i)}{j}$

The above mentioned shows, that in non-resonance case, the pulse pattern of loading becomes apparent in the jump change of the amplitude $a_{нокр}$ and phase $\psi_{нокр}$ at the moment of pulse forces action. The value of the jumps is low because the intensity of pulse forces is low. Despite of this, during the use of screw machinery their action is increasing and in some time it can lead to major amplitudes of torsorial vibrations.

Resonance torsorial vibrations of a screw conveyer under the influence of pulse forces should be considered. Much more important case of torsorial vibrations is the one, where the frequency of natural oscillations is connected with the frequency of pulse disturbance by the correlation $\omega_\theta \approx \frac{q}{p}\nu$ (p, q – reciprocals); here $\nu = \frac{2\pi}{\tau}$.

The above mentioned substantiates the following differential equation for pulse forces action

$$\frac{d^2T}{dt^2} + \left(\frac{q}{p}\nu\right)^2 T = \mu\left(\bar{F}\left(T, \frac{dT}{dt}, \nu t\right) - \Delta T + \sum_{j=1}^n \bar{F}_j\left(T, \frac{dT}{dt}, \nu t\right) \cdot \sum_{i=1}^m \delta(t - (t_i + j\tau))\right); \quad (7)$$

$$\omega_\theta^2 = \left(\frac{q}{p}\nu\right)^2 + \mu\Delta, \quad (8)$$

where $\mu\Delta$ – deregulation of frequencies $T(t) = a \cos \psi$. In this case, the usual differential equations relative to variables $a(t)$ and $\varphi(t)$ acquire the form of

$$\frac{da}{dt} = -\sin \psi \frac{p\mu}{q\nu} \left(\bar{F}\left(a \cos \psi, -a\nu \frac{q}{r} \sin \psi\right) - \Delta a \frac{q}{p} \nu \cos \psi_k + \sum_{i=1}^n \bar{F}_i\left(a \cos \psi, -a\nu \frac{q}{p} \sin \psi\right) \sum_j \delta(t - (t_i + j\tau)) \right) \quad (9)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\cos \psi \frac{p\varepsilon}{aq\nu} \left(\bar{F}\left(a \cos \psi, -a\nu \frac{q}{p} \sin \psi\right) - \Delta a \frac{q}{p} \nu \cos \psi + \sum_{i=1}^n \bar{F}_i\left(a \cos \psi, -a\nu \frac{q}{p} \sin \psi\right) \sum_{j=1} \delta(t - (t_i + j\tau)) \right).$$

Taking into consideration the assumption, that $Q(\dots)$ and $Q_j(\dots)$ - multinomials, the functions $\bar{F}(a \cos \psi, -a\omega_\theta \sin \psi)$ and $\bar{F}_i(a \cos \psi, -a\omega_\theta \sin \psi)$ are represented in the form of Fourier series. Using the information above and the properties of δ of Dirac function (2), (3), the system of the differential equations (9) after the approximation acquires the form of

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\mu p}{2\pi q \nu} \sum_{i=1}^n (F_{i0}^s(a) + \sum_n (F_{in}^{sc}(a) \cos n(p\varphi + q\nu t_i) + F_{in}^{ss}(a) \sin n(p\varphi + q\nu t_i))) + F_0^s(a).$$

Thus, in resonance case, in contrast to non-resonance, in the approximated equations the additional terms have appeared. But similarly to non-resonance case, the values $a_{нокр}$ and $\psi_{нокр}$ at the

де $\sigma(t, t_i)$ – періодична функція, яка є сумою ряду $\sum_j \frac{\sin j\nu(t-t_i)}{j}$.

Із вищезазначеного випливає, що в нерезонансному випадку імпульсний характер навантаження проявляється в стрибкоподібній зміні амплітуди $a_{нокр}$ та фази $\psi_{нокр}$ в момент дії імпульсних сил. Величини стрибків малі, через те, що інтенсивність імпульсних сил мала. Не дивлячись на це, їх дія за період експлуатації шнекових машин нарастає і з часом може привести до значних амплітуд крутильних коливань.

Розглянемо резонансні крутильні коливання шнека під дією імпульсних сил. Набагато важливішим випадком крутильних коливань є випадок, коли частота власних коливань пов'язана із частотою імпульсного збурення співвідношенням $\omega_\theta \approx \frac{q}{p}\nu$ (p, q – взаємно прості числа); тут $\nu = \frac{2\pi}{\tau}$.

Зазначене дає підстави диференціальне рівняння за дії імпульсних сил записати у вигляді

де $\mu\Delta$ – розбалансування частот, $T(t) = a \cos \psi$.

В такому разі звичайні диференціальні рівняння відносно змінних $a(t)$ і $\varphi(t)$ набувають вигляду

Беручи до уваги припущення, що $Q(\dots)$ та $Q_j(\dots)$ – многочлени, функції $\bar{F}(a \cos \psi, -a\omega_\theta \sin \psi)$ і $\bar{F}_i(a \cos \psi, -a\omega_\theta \sin \psi)$ їх представляємо у вигляді сум Фур'є. Використовуючи вище наведене та властивості δ функції Дірака (2), (3), система диференціальних рівнянь (9) після усереднення набуває вигляду

Таким чином, у резонансному випадку, на відміну від нерезонансного, в усереднених рівняннях з'явилися додаткові члени. Проте, аналогічно нерезонансному випадку, величини

moment of pulse forces action show a jump change.

The torsorial vibrations of a screw conveyer should be considered in case, when the moment of sustaining power is proportional to relative angular velocity of a screw conveyer $\frac{\partial\theta(x,t)}{\partial t}$, and the moment of pulse forces is approximated by the function $\lambda\theta(x,t) + \gamma\theta^3(x,t)$. The differential equation of the torsorial vibrations of a screw conveyer is as follows

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} - \frac{GJ_0}{I_0} \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = \mu(\lambda\theta(x,t) + \gamma\theta^3(x,t)) \times \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \delta(t - (t_i + j\tau)) - \beta \frac{\partial\theta}{\partial t}. \quad (10)$$

According to the method by Bubnov-Halorkin, the solution to the equation (10) is shown to be the same as in paper [7] in the form of $\theta(x,t) = X(x)T(t)$. After simple transformations, the differential equations are reduced to a simple form of differential equation

$$\frac{d^2T(t)}{dt^2} + \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 \frac{GJ_0}{I_0} T(t) = \mu(\lambda T + \gamma T^3) \times \sum_{i=1}^n \sum_j \delta(t - (t_i + j\tau)) - \beta \frac{dT}{dt}. \quad (11)$$

For non-resonance vibrations of a screw conveyer, the amplitude and the frequency of the vibrations according to the results given in paper [3] ($t_1 = 0$, $t_2 = \frac{\pi}{2\nu}$.) are described with the help of the differential equations

$$\frac{da}{dt} = -\mu\beta \frac{a}{2},$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_0 - \frac{\mu}{\omega_0\pi} \left(\frac{\lambda\nu}{8} + \frac{3\gamma a^2\nu}{32} \right).$$

Having integrated the obtained system of differential equations, the first approximation of the solution to the equation of the torsorial vibrations of a screw conveyer is found

$$T(t) = a_0 e^{-\frac{\beta}{2}t} \cos\left(\omega t + \theta_0 - \frac{\lambda\nu t}{8\pi\omega} + \frac{3\gamma\nu a_0^2}{32\pi\beta\omega} e^{-\beta t}\right), \quad (12)$$

Where

a_0 and θ_0 are determined to be starting conditions.

Thus, the influence of pulse forces becomes apparent only in change of the frequency of the vibrations of a screw conveyer.

Resonance vibrations should be considered. Let's assume, that the frequency of natural oscillations of a screw conveyer is connected with the frequency of the pulse disturbance by the following correlation

$a_{нокр}$ і $\psi_{нокр}$ в момент дії імпульсних сил змінюються стрибкоподібно.

Розглянемо крутильні коливання шнека за умови, що момент сил опору пропорційні відносній кутовій швидкості руху шнеку $\frac{\partial\theta(x,t)}{\partial t}$, а момент імпульсних сил апроксимується функцією $\lambda\theta(x,t) + \gamma\theta^3(x,t)$. Диференціальне рівняння крутильних коливань шнеку в такому разі матиме вигляд

Відповідно до методу Бубнова-Гальоркіна розв'язок рівняння (10) представимо як і в роботі [7] у вигляді $\theta(x,t) = X(x)T(t)$. Після нескладних перетворень диференціальні рівняння зводяться до звичайного диференціального рівняння вигляду

Для нерезонансних коливань шнеку амплітуда та частота коливань шнеку відповідно до результатів роботи [3] ($t_1 = 0$, $t_2 = \frac{\pi}{2\nu}$.) описуються диференціальними рівняннями

Зінтегрувавши отриману систему диференціальних рівнянь, знаходимо перше наближення розв'язку рівняння крутильних коливань шнека у вигляді

де

a_0 і θ_0 визначаються початковими умовами.

Таким чином, вплив імпульсних сил проявляється в зміні лише частоти коливань шнека.

Розглянемо резонансні коливання. Нехай частота власних коливань шнека зв'язана із частотою імпульсного збурення співвідношенням

$$\omega \approx q \frac{\nu}{2}. \quad (13)$$

In this case, a first approximation of the solution of the differential equation (12) has the following form

В такому разі перше наближення розв'язку диференціального рівняння (12) матиме вигляд

$$T(t) = a(t) \cos\left(\frac{\nu}{2}qt + \varphi(t)\right),$$

.where functions $a(t)$ and $\varphi(t)$ are determined from the system of differential equations.

де функції $a(t)$ і $\varphi(t)$ визначаються із системи диференціальних рівнянь.

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -\mu\left(\frac{\beta a}{2} + \frac{a(2\lambda + \gamma a^2)}{4\pi q}\right)\left(\sin 2\varphi + \sin\left(2\varphi + q\frac{\pi}{2}\right)\right) - \frac{\gamma a^3}{8\pi q}\left(1 + (-1)^q\right)\sin 4\varphi; \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{\omega_0^2 - \left(\frac{q\nu}{2}\right)^2}{\omega_0} - \mu\left(\frac{4\lambda + 3\gamma a^2}{4\pi q} + \frac{\lambda + \gamma a^2}{2\pi q}\right) \times \left(\cos 2\varphi + \cos\left(2\varphi + q\frac{\pi}{2}\right)\right) + \frac{\gamma a^2}{8\pi q}\left(1 + (-1)^q\right)\cos 4\varphi. \end{aligned} \quad (14)$$

Figure 1 shows the amplitudes of the torsional vibrations of a screw conveyer when there is a transition through the resonance at different parameter values $\omega_0 = \frac{k\pi}{l} \sqrt{\frac{GJ_0}{I_0}}$ at $l = 10\text{м}$; $G = 80\text{ГПа}$; $I_0 = 3,4675\text{кзМ}$.

На рис. 1 наведено амплітуди крутильних коливань шнека при переході через резонанс за різних значень параметра $\omega_0 = \frac{k\pi}{l} \sqrt{\frac{GJ_0}{I_0}}$ при $l = 10\text{м}$; $G = 80\text{ГПа}$; $I_0 = 3,4675\text{кзМ}$.

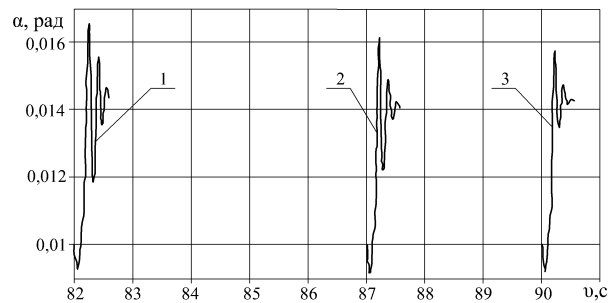


Fig. 1 – The amplitudes of resonance torsional vibrations at different values of the parameter ω_0 at:

$$1 - J_0 = 0,10248 \times 10^{-4} \text{ м}^4; 2 - J_0 = 0,1147 \times 10^{-4} \text{ м}^4; 3 - J_0 = 0,1215 \times 10^{-4} \text{ м}^4$$

RESULTS

In the above mentioned materials and methods for certain models of non-linear and periodical pulse forces, we have got differential equations of the change of amplitude and frequency characteristics of vibrations and on the basis of its numerical integration, graphical relations of the resonance amplitude of the torsional vibrations of a screw conveyer at different values of its natural oscillations were developed. It is connected with the fact, that even relatively simple differential equations of standard form can be integrated only in some cases. Numerical integration of the equations of standard form provides relatively complete information about the dynamic process at specified fixed values of the parameters. However, it is not always possible to track how the change of starting conditions of the specified (and other) parameters can influence the dynamic process using the results of numerical integration. It can be stated based upon the stability of the process. The investigation of the stability of vibrations is as important as the task of finding a solution. That is why, we have to investigate the stability of the vibrations, which were considered, that is to say, permanent values of the amplitude of vibrations for resonance. In order to do this, it is necessary to put the right parts of the correlations, which describe the resonance mode of the

РЕЗУЛЬТАТИ

У вказаних вище матеріалах і методиках для конкретних моделей нелінійних і періодичних імпульсних сил отримано диференціальні рівняння зміни амплітудно-частотних характеристик коливань та побудовано на основі чисельного його інтегрування графічні залежності резонансної амплітуди крутильних коливань шнеку за різних значень частоти його власних коливань. Це зв'язано з тим, що навіть отримані відносно прості, диференціальні рівняння у стандартному вигляді вдається зінтегрувати лише в окремих випадках. Чисельне ж інтегрування рівнянь у стандартному вигляді дає достатньо повну інформацію про динамічний процес за заданих фіксованих значень параметрів. Однак, прослідкувати як впливає зміна початкових значень наведених (та інших) параметрів на динамічний процес із результатів чисельного інтегрування не завжди вдається. Про наведене достатньо точно можна твердити виходячи із стійкості процесу. Дослідження стійкості коливань є не менш важливою задачею як знаходження розв'язку. Тому нижче дослідимо стійкість розглянутих коливань, точніше кажучи стаціонарних значень амплітуди коливань для резонансу. Для цього відповідно до, прирівняємо праві частини співвідношень, які описують резонансний режим

vibrations of a screw conveyer, to zero. We get a system of algebraic equations

коливань шнека до нуля. Отримуємо систему алгебраїчних рівнянь

$$\frac{\beta a}{2} + \frac{a(2\lambda + \gamma a^2)}{4\pi q} \left(\sin 2\varphi + \sin \left(2\varphi + q \frac{\pi}{2} \right) \right) - \frac{\gamma a^3}{8\pi q} (1 + (-1)^q) \sin 4\theta = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\omega_0^2 - \left(\frac{qv}{2} \right)^2}{\omega_0} - \mu \left(\frac{4\lambda + 3\gamma a^2}{4\pi q} + \frac{\lambda + \gamma a^2}{2\pi q} \left(\cos 2\varphi + \cos \left(2\varphi + q \frac{\pi}{2} \right) \right) + \frac{\gamma a^2}{8\pi q} (1 + (-1)^q) \cos 4\theta \right) = 0$$

In this system of algebraic equations, parameter $\varphi(t)$ - the difference in phases is excluded. The correlation, which determines permanent values of the amplitude of the torsorial vibrations of a screw conveyer, is found for the case of the mathematical model (10)

Із отриманої системи алгебраїчних рівнянь виключаємо параметр $\varphi(t)$ - різницю фаз. Знаходимо співвідношення, яке визначає стаціонарні значення амплітуди крутильних коливань шнека для випадку математичної моделі (10)

$$\frac{4\pi^2 \beta^2}{(2\lambda + \gamma a^2)^2} + \frac{(4\pi(2\omega_0 - v) - (4\lambda + 3\gamma a^2))^2}{16(\lambda + \gamma a^2)^2} = 2. \quad (16)$$

This relation shows, that the amplitude of permanent vibrations of a screw conveyer (16) is actual, if the conditions are met

Отримана залежність показує, що амплітуда стаціонарних коливань шнеку (16) буде дійсною, якщо виконуються умови

$$\begin{cases} v < 4\omega_0 - \frac{8\lambda}{\pi} - 2\sqrt{17}|\beta| \\ v > 4\omega_0 - \frac{8\lambda}{\pi} + 2\sqrt{17}|\beta| \end{cases}, \quad (17)$$

If we put $\beta=0$ in these relations, in case of resonance $\omega_0 \approx \frac{v}{2}$ the invariant of motion can be found for a first approximation. In order to find it, we will limit to the values of first order of smallness.

Якщо в отримані залежності покласти $\beta=0$, то у випадку резонансу $\omega_0 \approx \frac{v}{2}$ для першого наближення можна знайти інваріант руху. Для його знаходження будемо обмежуватись величинами першого порядку мализни.

Thus, at $q=1$ we get the correlation

Так, при $q=1$ отримуємо залежність

$$(2\omega_0 - v) \frac{1}{2} a^2 - \frac{2}{\pi} a^2 - \frac{3\gamma a^4}{8\pi} - \frac{2\lambda a^2 + \gamma a^4}{2\sqrt{2}\pi} \cos \left(2\theta + \frac{\pi}{4} \right) = c, \quad (18)$$

where c — is a constant, which is determined by starting conditions.

де c — стала, яка визначається початковими умовами.

With the help of this correlation we can evaluate the value of the amplitude of resonance vibrations. For this reason, we transform the relation (18) to the form of

Із вказаної залежності можна дати оцінку величини амплітуди резонансних коливань. Для цього залежність (18) трансформуємо до вигляду

$$\cos \left(2\theta + \frac{\pi}{4} \right) = \left((2\omega_0 - v) \frac{1}{2} a^2 - \frac{2}{\pi} a^2 - \frac{3\gamma a^4}{8\pi} - c \right) \frac{2\sqrt{2}\pi}{2\lambda a^2 + \gamma a^4}. \quad (19)$$

Having marked $\Phi(a^2)$ in the right part, we develop graphical relations $\Phi(a^2)$ as the functions from a at different fixed values c . These graphical relations under the condition $-1 \leq \Phi(a^2) \leq 1$ determine the domain of the stability of resonance vibrations. Figure 2-3 shows these domains.

Позначивши вираз у правій частині $\Phi(a^2)$, побудуємо графічні залежності $\Phi(a^2)$ як функції від a при різних фіксованих значеннях c . Такі графічні залежності при накладеній умові $-1 \leq \Phi(a^2) \leq 1$ визначають область стійкості резонансних коливань. Вказані області показані на рис. 2 - 3.

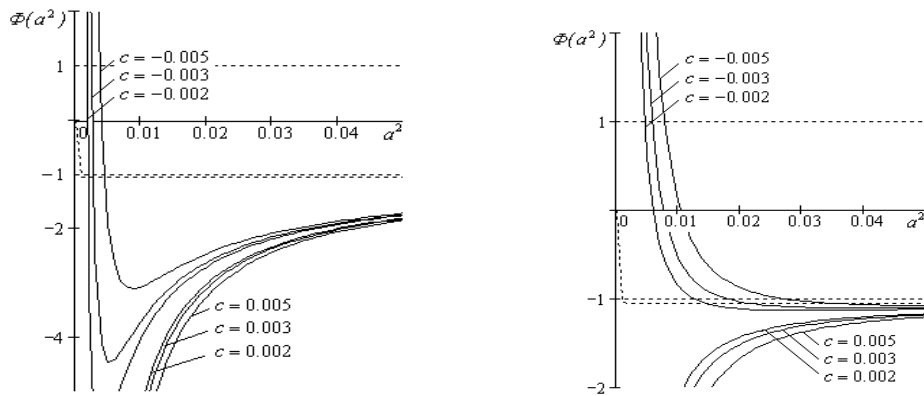


Fig. 2 – Domain of the stable values of the amplitude of the torsorial vibrations of a screw conveyor at different fixed c : a) $\gamma > 0$, $\nu = 2\omega_0 + 1$, b) $\gamma > 0$, $\nu = 2\omega_0 - 1$

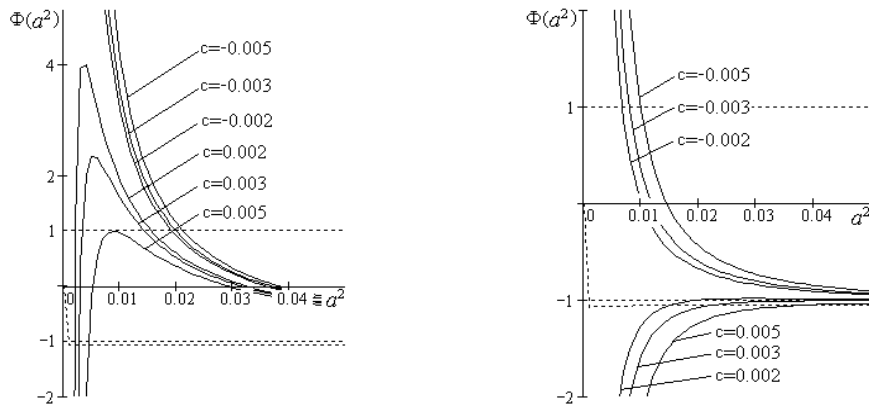


Fig. 3 - Domain of the stable values of the amplitude of the torsorial vibrations of a screw conveyor at different fixed c : a) $\gamma < 0$, $\nu = 2\omega_0 + 1$, b) $\gamma < 0$, $\nu = 2\omega_0 - 1$

The analysis of the graphical relations shows, that at different resonances under different conditions γ and ν , the amplitudes of the torsorial vibrations of a screw conveyor are limited. This limitedness of the amplitude of the vibrations in a system, which is described by the equation (10) in cases of the considered resonances, is the result of non-linearity of the system. This matches the known results concerning non-linear vibrations of a system. It is worth mentioning, that the action of pulse loading on a linear vibration system in resonance case leads to unlimited increase in the amplitude of vibrations.

Figure 4 shows graphical dependancies of the function $\Phi(a^2)$ - on the square of the amplitude at different values of deregulation of frequencies.

Із аналізу графічних залежностей випливає, що при резонансах за різних умов накладених γ і ν амплітуди крутильних коливань шнека будуть обмежені. Обмеженість амплітуд коливань системи, яка описується рівнянням (10) у випадку розглянутих резонансів, є наслідком нелінійності розглянутої системи. Це співпадає з відомими результатами, які стосуються нелінійних коливань систем. Слід зазначити, що дія навантаження імпульсного виду на лінійну коливну систему у резонансному випадку приводить до необмеженого росту амплітуди коливань.

Нижче на рис. 4 представлено графічні залежності функції $\Phi(a^2)$ - від квадрата амплітуди за різних значень величини розбалансування частот.

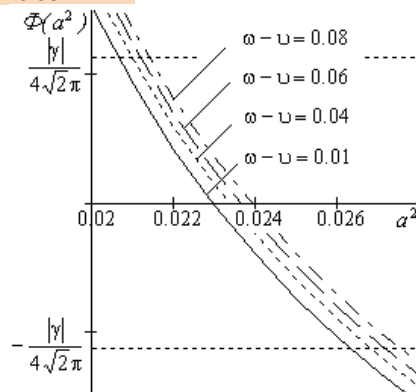


Fig. 4 – Domain of the stable values of the amplitude of the torsorial vibrations of a screw conveyor at different values of deregulation of frequencies $\omega_0 = 79c^{-1}$, $c = -0.005$, $\gamma = 40$

The above mentioned dependancies in Figure 4 show, that the increase in the value of deregulation of frequencies shifts the domain of stable values of the amplitude of the vibrations of the flexible component of a drive to the right. In other words, the closer to the resonance, the less are the values of the amplitude of vibration, at which the dynamic process is stable. With an increase in the value of deregulation of frequencies from $0,01 \text{ c}^{-1}$ to $0,08 \text{ c}^{-1}$, resonance values of the amplitude of vibrations, at which the dynamic process is stable, increase up to 5%.

Figure 5 shows graphical dependancies of the influence of the value of non-linear restoring force (coefficient γ) on the domain of stable values for resonance amplitudes of the vibrations of a screw conveyer.

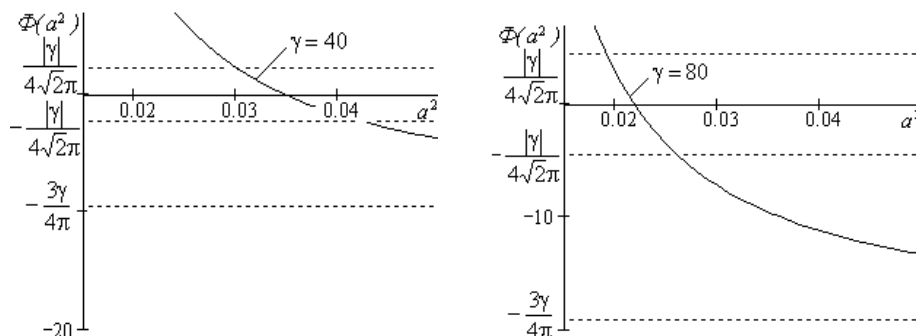


Fig. 5 – Область стійких значень амплітуди крутильних коливань шнека за різних значень коефіцієнта γ при $\omega_0 = 90 \text{ c}^{-1}$ $c = -0.005$

These dependancies show, that with an increase of the non-linearity of the system (for larger values of the coefficient γ), the domain of the values of the amplitude of the torsorial vibrations of a screw conveyer, at which the dynamic process is stable, narrows. At $\gamma = 80$, the domain of the values of the amplitude of the vibrations of a flexible component, at which the dynamic process is stable, is less from the domain of the values of the amplitude at $\gamma = 40$ for 42%.

CONCLUSION

The represented graphical dependancies and their comparison with the resonance curves in case of flexural vibrations [4] make possible to state, that resonance value of the amplitude of the vibrations of a screw conveyer takes a smaller value at larger frequencies. The obtained results give the possibility to avoid resonance torsorial vibrations of a screw conveyer in case of its exploitation under the influence of pulse forces due to the change of material transportation conditions. Based on the taken out equations, it is possible to develop the automated systems of management for the processes of material transportation using screw machinery.

REFERENCES

- [1]. Chen L.Q., Wang B. and Ding H. (2009), *Nonlinear parametric vibration of axially moving beams: asymptotic analysis and differential quadrature verification*, Journal of Physics: Conference Series, Vol. 181, pg. 1-8;
- [2]. Gevko B.M. and Rogatynskiy R.M. (1989), *Screw feeding mechanisms of agricultural machines*, High school, Lviv, Ukraine;

Із приведених на рис. 4 залежностей випливає, що зростання величини розбалансування частот зміщує область стійких значень амплітуди коливань гнучкого елемента привода вправо. Іншими словами, чим ближче до резонансу, тим меншими будуть значення амплітуди коливань, за яких динамічний процес стійкий. Так із зростанням величини розбалансування частот від $0,01 \text{ c}^{-1}$ до $0,08 \text{ c}^{-1}$ резонансні значення амплітуди коливань, за яких динамічний процес буде стійким, зростають на 5%.

На рис. 5 подані графічні залежності впливу величини нелінійної відновлювальної сили (коефіцієнта γ) на область стійких значень резонансних амплітуд коливань шнеку.

Із наведених залежностей випливає, що із зростанням нелінійності системи (для більших значень коефіцієнта γ) область значень амплітуди крутильних коливань шнеку, за яких динамічний процес буде стійким звужується. При $\gamma = 80$ область значень амплітуди коливань гнучкого елемента, за яких динамічний процес буде стійким є меншою на 42% від області значень амплітуди при $\gamma = 40$.

ВИСНОВОК

Представлені графічні залежності та зіставлення їх із резонансними кривими для випадку згинних коливань [4] дозволяють стверджувати, що резонансне значення амплітуди коливань шнеку для більших частот приймає менше значення. Одержані результати досліджень надають можливість уникнути резонансних крутильних коливань шнеку у випадку його експлуатації при дії імпульсних сил за рахунок зміни режимів транспортування матеріалів. На основі одержаних рівнянь можливе створення автоматизованих систем управління процесами транспортування матеріалів шнековими машинами.

БІБЛІОГРАФІЯ

- [1]. Чен, Л.К., Ван, Б. і Дін, Н. (2009) - нелінійних параметричних коливань осі рухомі пучки: асимптотический аналіз і диференціальна квадратурная перевірка ", журнал фізики: серія конференцій, Vol. 181, стор. 8 січня;
- [2]. Гевко Б.М., Р. М. Рогатинский (1989) - *Винтовые подающие механизмы сельскохозяйственных машин*. – Львов: Вища школа – 176 с;
- [3]. Гевко І. (2012) - *Математична модель нелінійних*

[3]. Gevko I. (2012), *Mathematical model of nonlinear bending vibrations of auger*, Visnyk TNTU, no. 4 (68), pg. 141-154;

[4]. Gevko R.B., Vitrovyi, A.O. and Pik, A.I. (2012), *Raising of the technical level of flexible screw conveyors*, Aston, Ternopil, Ukraine;

[5]. Grigoryev A.M. (1972), *Screw conveyors*, Mashinostroyeniye, Moskow, Russia;

[6]. Loveykin V.S. and Nesterov, A.P. (2002), *Dynamic optimization of lifting machines*, LNU, Lugansk, Ukraine.

[7]. Rogatynskiy R., Gevko, I. and Dyachun, A. (2012), *Investigation of torsional vibrations of auger*, Nauchni trudove na Rusenskiya universytet, Vol. 51, pg. 42-46.

згинних коливань шнека, Вісник ТНТУ. № 4 (68). 141-154;

[4]. Гевко Р. Б., А.О. Вітровий, А. І. Пік. (2012) - *Підвищення технічного рівня гнучких гвинтових конвеєрів: монографія*, Тернопіль: Астон, 204 с;

[5]. Григорьев А. М. (1972) - *Винтовые конвейеры* – Машиностроение, 184 с;

[6]. Ловейкин В. С. Нестеров А. П. (2002) - *Динамическая оптимизация подъемных машин* Луганськ: Вид-во ЛНУ, 387 с;

[7]. Рогатынский Р., Гевко И., А. Дячун, (2012) *Исследование крутных колебаний шнека*, Научни трудове на Русенския университет, Русе, Т.51. 42-46.