

# MATHEMATICAL MODEL FOR STUDYING THE INFLUENCE OF TILLAGE TOOL GEOMETRY ON ENERGY CONSUMPTION

## MODEL MATEMATIC PENTRU STUDIUL INFLUENȚEI GEOMETRIEI SCULELOR DE LUCRAT SOLUL ASUPRA CONSUMULUI DE ENERGIE

Assoc. Prof. Ph.D. Eng. Gheres M. I.

Technical University of Cluj Napoca / Romania  
Tel: 0264-401675; E-mail: Marius.Gheres@auto.utcluj.ro

**Abstract:** In this paper is developed a mathematical model for mechanical energy evaluation in the soil tillage process. A simple tool with plane cylindrical and cylindrical surfaces is used in order to describe the mathematical model. The mathematical equations developed include all the influence factors of the working processes: constructive parameters of tools, functional parameters of agricultural machine systems and soil parameters. A PC expert program is elaborated using the mathematical model. A numerical application is presented for validation of the developed mathematical model.

**Keywords:** mathematical model, soil tillage, energy evaluation

### INTRODUCTION

The soil tillage is a process with high – energy consumption. The objective of mechanical manipulation of the soil designed to agricultural production is to create favourable soil conditions and environment to crop growth by changing bulk density, soil granulometry size distribution and other characteristics [5, 7].

The energy required to till the soil depends to a large extent on the physical properties of soil, operating conditions and the design parameters of the tillage tools. Reducing the energy to change the physical properties of the soil is an important consideration, since tillage tools consume a large portion of the energy required to produce the crop. Because of the large amount of energy involved in the proces of soil cultivation, even small economy, which might be developed in this process, may have significant value [1, 2].

Tillage tools usually produce several effects simultaneously: movement, stretching, compression, bending, torsion. Tillage tools are used to apply energy to the soil to cause some desired effects such as cutting, breaking, overturning or movement of the soil. Considering the energy consumption diminishing to soil tillage, our goal is to design an optimum tool that will ensure an adequate quality of the soil, efficiency and economy of the tillage process [3].

### MATERIAL AND METHOD

#### Mathematical model

The tillage process consists of three major elements: the soil initial physical properties ( $S_i$ ), the energy ( $W$ ) applied to the soil and the final soil physical properties ( $S_f$ ), [6]. The tillage process, as a system, may be describe by the following abstract relation:

$$S_f = f(S_i, W) . \quad (1)$$

The energy ( $W$ ) may be expressed depending on soil initial and final state ( $S_i$ ), ( $S_f$ ), the geometry of tool ( $G_i$ ), the manner of soil manipulation and tool movement parameters ( $M_i$ ), respectively:

$$W = \phi(S_i, G_i, M_i, S_f) . \quad (2)$$

**Rezumat:** În lucrare se dezvoltă un model matematic pentru evaluarea necesarului de energie mecanică la prelucrarea solului. Pentru descrierea modelului matematic s-au utilizat trei scule simple cu suprafața plană, cilindrică și cilindroidală. Ecuațiile matematice dezvoltate includ toți factorii de influență ai procesului de lucru: parametrii constructivi ai organelor de lucru, parametrii de exploatare ai agregatului și parametrii stării inițiale a solului. Se descrie programul PC elaborat pe baza modelului matematic dezvoltat. Pentru validarea modelului matematic se prezintă o aplicație numerică.

**Cuvinte cheie:** model matematic, prelucrarea solului, evaluarea necesarului de energie

### INTRODUCERE

Prelucrarea mecanică a solului este un proces ce implică un consum ridicat de energie. Obiectivul prelucrării solului constă în creerea condițiilor favorabile și a unui mediu propice dezvoltării plantelor de cultură prin modificarea densității aparente, a compoziției granulometrice a agregatelor și a altor însușiri [5, 7].

Energia necesară prelucrării solului este influențată în mare măsură de proprietățile fizice ale solului, caracteristicile de exploatare ale agregatelor agricole și de parametrii geometrici ai organelor de lucru. Reducerea consumului de energie la prelucrarea solului prezintă o importanță deosebită, având în vedere ponderea însemnată pe care o are în consumul de energie pentru obținerea recoltelor. Datorită consumului ridicat de energie implicat în procesul de prelucrare a solului, chiar o economie mică reprezintă o valoare semnificativă [1, 2].

Organele de prelucrat solul realizează de obicei, mai multe procese simultan: deplasare, întindere, compresiune, încovoiere, răsucire. Sculele de lucru au rolul de a transfera o cantitate de energie solului, urmărindu-se unele efecte dorite, cum ar fi: tăierea, mărunțirea, răsturnarea și deplasarea solului. Având în vedere reducerea consumului de energie la prelucrarea solului, se urmărește proiectarea unor scule optime din punct de vedere calitativ și economic al lucrării [3].

### MATERIAL ȘI METODĂ

#### Model matematic

Procesul de prelucrare a solului cuprinde trei elemente esențiale: starea inițială a solului caracterizată de însușirile fizice ( $S_i$ ), cantitatea de energie transferată solului ( $W$ ), și starea finală a solului ( $S_f$ ), [6]. Procesul de prelucrare, ca sistem mecanic, este descris de relația abstractă:

On the other hand, the total energy required by the process may be expressed as a sum of the elementary energy associated to each phase of working process[3], namely:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n, \quad (3)$$

where  $W_1, W_2, W_3, \dots, W_n$ , represent the components of the energy associated to different phenomena being present in the process (e.g., cutting, breaking, moving, friction, adhesion, cohesion etc.). The description of these components of the energy by proper equations is a major task in the soil tillage energy evaluation. One way is to consider that energy is given by the sum of elementary works done by the forces acting on a soil particle during movement over the tool surface. In this case, the following relation may be used:

$$W = W_T + \sum(F_{Gx} + F_{ax} + F_{Ax} + F_{Cx} + F_{fx} + F_{fix}) \cdot dx + \sum(F_{Gy} + F_{ay} + F_{Ay} + F_{Cy} + F_{fy} + F_{fiy}) \cdot dy + \sum(F_{Gz} + F_{az} + F_{Az} + F_{Cz} + F_{fz} + F_{fiz}) \cdot dz, \quad (4)$$

where:  $F$  stands for forces;  $F_a$  - for accelerations;  $F_G$  - for gravity;  $F_A$  - for adhesion;  $F_C$  - for cohesion;  $F_f, F_{fi}$  - for external and internal friction;  $dx, dy, dz$  - for displacement components;  $W_T$  - for cutting energy.

The energy required to the soil cutting ( $W_T$ ), is expressed by the product of the specific resistance of soil cutting ( $k_t$ ), working width ( $b$ ) and the sum of movements in the direction of motion of the aggregate ( $\sum dx$ ), with the relationship:

$$W_T = k_t \cdot b \cdot \sum dx. \quad (5)$$

To solve the relation (4) a mathematical description of all components of the forces and their trajectories are necessary to be established. In order to calculate these elements we have made the following simplified assumptions:

- The soil furrow is divided in elementary prisms of  $dx \cdot dy \cdot dz = d$  dimensions ( $d$  - working depth) by section of furrow with vertical planes ( $V_L$  - parallel and  $V_T$  - perpendicular to the direction of machine movement) (Fig. 1);
- The prisms are moving in the reverse direction of forward speed (with the speed  $v_y = v_m$ ) and rotate in the transversal plane, being in contact with the tool surface, without breaking;

Pe de altă parte, necesarul de energie pentru prelucrarea solului, se poate exprima ca sumă a energiilor elementare asociate fiecărei faze a procesului de lucru [3], astfel:

unde:  $W_1, W_2, W_3, \dots, W_n$ , reprezintă componentele energiei asociate diferitelor faze ale procesului (de ex: tăiere, mărunțire, deplasare, frecare, adeziune, coeziune, etc.). Descrierea acestor componente ale energiei prin ecuații corespunzătoare reprezintă o sarcină dificilă în evaluarea necesarului de energie la prelucrare solului. Pentru simplificarea acestei probleme se consideră că energia este dată de suma lucrurilor mecanice elementare date de forțele ce acționează asupra particulelor de sol în timpul deplasării acestora pe suprafața sculelor. Astfel:

unde:  $F$  reprezintă componentele forțelor:  $F_a$  - de accelerare;  $F_G$  - de greutate;  $F_A$  - de adeziune;  $F_C$  - de coeziune;  $F_f, F_{fi}$  - de frecare externă și internă;  $dx, dy, dz$  - componentele deplasărilor;  $W_T$  - energia necesară tăierii.

Energia necesară tăierii solului ( $W_T$ ), se exprimă prin produsul dintre rezistența specifică la tăierea solului ( $k_t$ ), lățimea de lucru ( $b$ ) și suma deplasărilor după direcția de deplasare a agregatului ( $\sum dx$ ), cu relația:

Pentru rezolvarea ecuației (4) se impune descrierea matematică a tuturor componentelor acestor forțe și a traiectoriilor particulelor de sol. Pentru dezvoltarea relațiilor analitice se impun următoarele ipoteze simplificatoare:

- brazda de sol se divide în prisme elementare de dimensiuni  $dx, dy, dz = d$  ( $d$  - adâncimea de lucru) prin secționarea brazdei cu plane verticale ( $V_L$  - paralele și  $V_T$  - perpendiculare pe direcția de deplasare a agregatului) (Fig. 1);
- prismele de sol se deplasează în sens invers deplasării agregatului (cu viteza  $v_y = v_m$ ) și se rotesc în planul transversal, fiind în contact permanent cu scula, fără a se fragmenta;

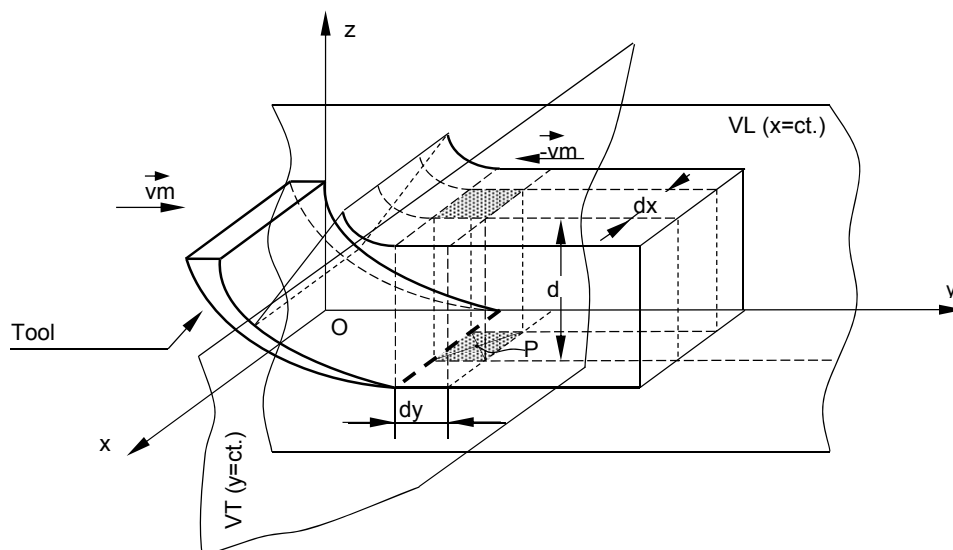


Fig. 1 - The idealization of tillage process / Idealizarea procesului de prelucrare a solului

- Based on these considerations, the soil speed ( $v$ ) is determined by the components ( $v_y=ct.$ ) parallel to the direction of the advancement of aggregate Oy and transversal ( $v_x$ ) and vertical ( $v_z$ ) components - contained in the plan xOz (Fig. 2);

- în baza acestor considerente, viteza de deplasare a solului ( $v$ ) este determinată de componetele ( $v_y=ct.$ ) paralelă cu direcția de înaintare a agregatului Oy și componentele transversală ( $v_x$ ) și verticală ( $v_z$ ) - conținute în planul xOz (Fig. 2);

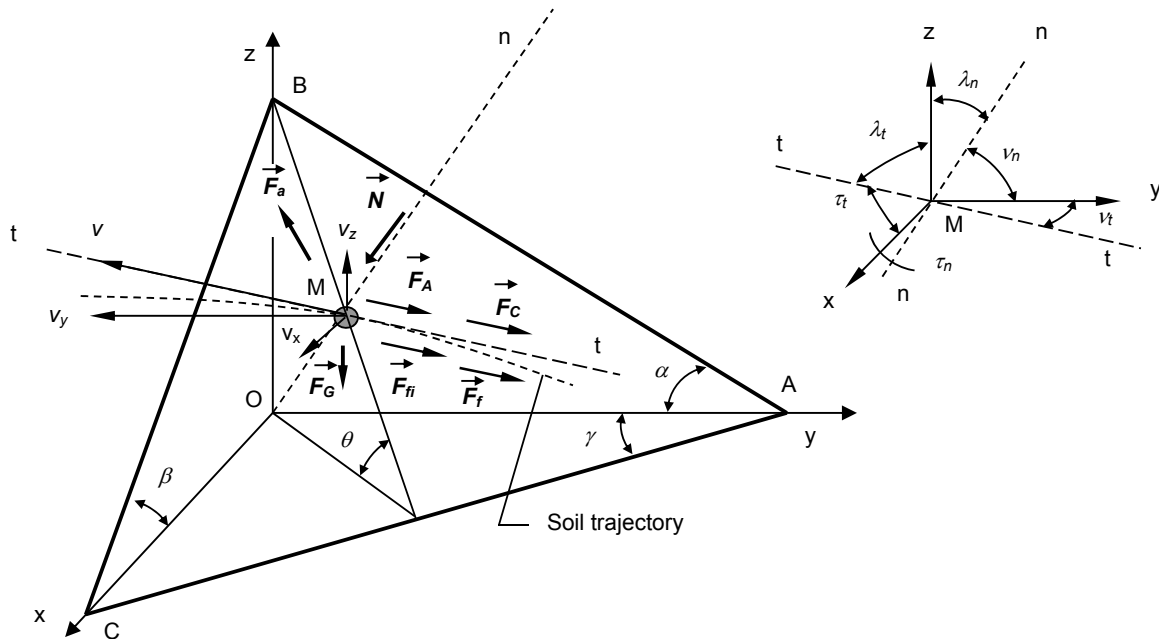


Fig. 2 - Representation of forces and soil movement path over the tool surface.  
Reprezentarea forțelor și deplasărilor particulelor de sol pe suprafața sculelor.

- The soil prisms are undeformable. Thus, their trajectory can be treated as trajectory of the center of symmetry of the surface  $dx \cdot dy$ , that is in contact with the tool surface (point P);

- Also, it is considered that the soil-tool interaction forces have the origin in the P point;

- The system of coordinating axes xOyz is considered fixed in relation to the tool;

- The tool is composed of many plane surfaces ABC. Each of these planes is tangent in an arbitrary closed point  $M(x, y, z)$  on tool surface, characterized by the geometrical parameters of the tool  $\alpha, \beta, \gamma$  (Table 1).

-  $\alpha$  is the angle between the straight line AB (the intersection of the tangent plane ABC in the point  $M(x, y, z)$  on the tool surface with the plane yOz) and the direction Oy;

-  $\beta$  - angle between the line BC (intersection the surface ABC with plane xOy) and Ox;

-  $\gamma$  - angle between the line AC (intersection the surface ABC with the horizontal plane xOy) and Oy;

-  $\theta$  - angle between the plane ABC and horizontal plane xOy.

The functions of variation of the geometrical parameters  $\alpha, \beta, \gamma$  and the surface equations that characterize the three types of tools (plane, cylindrical and cylindrical) are developed and previously published in the literature [3].

The parametric equations of the soil particle trajectories over the tool surface are obtained by integration of equations of speed. Considering that soil prisms perform a movement of the furrow in the direction Oy and the rotation in the xOz plane, we obtain: respectively:

- prisme de sol sunt nedeformabile. Astfel, traiectoria acestora poate fi asimilată cu traiectoria centrului de simetrie al suprafeței  $dx \cdot dy$ , care este în contact permanent cu suprafața sculei (punctul P);

- de asemenea, se consideră că forțele de interacțiune sol-sculă au originea în punctul P;

- sistemul de axe de coordonate xOyz se considera fix în raport cu scula;

- scula se consideră ca fiind compusă dintr-un număr de suprafețe plane ABC. Fiecare dintre acestea este tangentă la suprafața sculei într-un punct arbitrar  $M(x, y, z)$ , caracterizat de parametrii sculei  $\alpha, \beta, \gamma$  (tabelul 1);

-  $\alpha$  este unghiul dintre dreapta AB (intersecția planului tangent ABC la suprafața sculei în punctul  $M(x, y, z)$  cu planul yOz) și direcția Oy;

-  $\beta$  - unghiul format de dreapta BC (intersecția planului ABC cu planul xOy) și axa Ox;

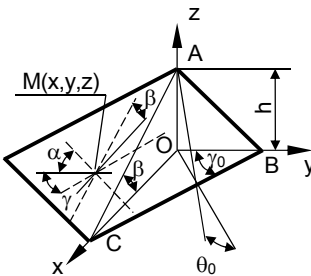
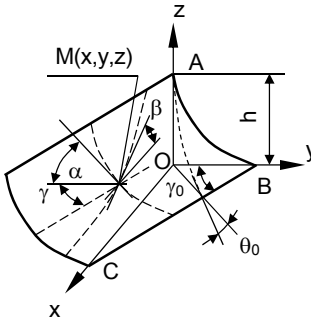
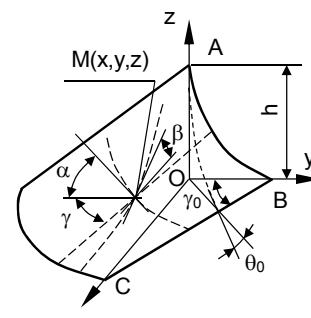
-  $\gamma$  - unghiul dintre dreapta AC (intersecția planului ABC cu planul orizontal de proiecție xOy) și direcția Oy;

-  $\theta$  - unghiul dintre planul ABC și planul orizontal de proiecție xOy.

Legile de variație ale parametrilor geometrici  $\alpha, \beta, \gamma$  și ecuațiile suprafețelor ce caracterizează cele trei tipuri de scule (plană, cilindrică și cilindroidală) sunt dezvoltate și publicate anterior în literatura de specialitate [3].

Ecuațiile parametrice ale traiectoriilor particulelor de sol pe suprafața sculei se obțin prin integrarea ecuațiilor vitezelor. Considerând că prisme de sol realizează o mișcare de translație după direcția Oy și de rotație în planul xOz, se obține:

Table 1 / Tabelul 1

<b>Tool geometry / Geometria sculei, (G)</b>										
<p><b>Plane tool / Scula plană</b></p> 	<p><b>Surface equation / Ecuația suprafeței:</b></p> $x \cdot \operatorname{tg} \beta + y \cdot \operatorname{tg} \alpha + z - h = 0 \quad ,$ <p style="text-align: right;">for / pentru: <math>x \in [0, b]</math> and / și <math>z \in [0, h]</math>.</p> <p>Geometrical parameters of the tool / <math>\alpha(x, y, z) = \operatorname{arctg}(\sin \gamma \cdot \operatorname{tg} \theta_0)</math>, (18)</p> <p>Parametrii geometrice ai sculei: <math>\beta(x, y, z) = \operatorname{arctg}(\cos \gamma \cdot \operatorname{tg} \theta_0)</math>, (19)</p> $\gamma(x, y, z) = \gamma_0 = ct. \quad (20)$ <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td rowspan="3" style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Initial dates</td> <td>Surface height / Înălțimea suprafeței, <math>h</math>, [mm].</td> <td style="text-align: center;">100</td> </tr> <tr> <td>Initial value of the angle <math>\gamma</math> (for <math>z=0</math>) / Valoarea inițială a unghiului <math>\gamma</math> (pentru <math>z=0</math>), <math>\gamma_0</math>, [°].</td> <td style="text-align: center;">45</td> </tr> <tr> <td>Initial value of the angle <math>\theta</math> (for <math>z=0</math>) / Valoarea inițială a unghiului <math>\theta</math> (pentru <math>z=0</math>), <math>\theta_0</math>, [°].</td> <td style="text-align: center;">45</td> </tr> </table>	Initial dates	Surface height / Înălțimea suprafeței, $h$ , [mm].	100	Initial value of the angle $\gamma$ (for $z=0$ ) / Valoarea inițială a unghiului $\gamma$ (pentru $z=0$ ), $\gamma_0$ , [°].	45	Initial value of the angle $\theta$ (for $z=0$ ) / Valoarea inițială a unghiului $\theta$ (pentru $z=0$ ), $\theta_0$ , [°].	45		
Initial dates	Surface height / Înălțimea suprafeței, $h$ , [mm].		100							
	Initial value of the angle $\gamma$ (for $z=0$ ) / Valoarea inițială a unghiului $\gamma$ (pentru $z=0$ ), $\gamma_0$ , [°].		45							
	Initial value of the angle $\theta$ (for $z=0$ ) / Valoarea inițială a unghiului $\theta$ (pentru $z=0$ ), $\theta_0$ , [°].	45								
<p><b>Cylindrical tool / Scula cilindrică</b></p> 	<p><b>Surface equation / Ecuația suprafeței:</b></p> $(z - h)^2 - 2 \cdot p \left( y + \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma_0} \cdot x \right) = 0,$ <p style="text-align: right;">for / pentru <math>x \in [0, b]</math> and / și <math>z \in [0, h]</math>.</p> <p>Geometrical parameters of the tool / <math>p = h \cdot \operatorname{tg} \theta_0 \cdot \sin \gamma_0</math>,</p> <p>Parametrii geometrice ai sculei: <math>\alpha(x, y, z) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{p}{z - h}</math>, (21)</p> $\beta(x, y, z) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \pm \frac{p}{z - h} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma_0} \right), \quad (22)$ $\gamma(x, y, z) = \gamma_0 = ct. \quad (23)$ <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td rowspan="3" style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Initial dates</td> <td>Surface height / Înălțimea suprafeței, <math>h</math>, [mm].</td> <td style="text-align: center;">100</td> </tr> <tr> <td>Initial value of the angle <math>\gamma</math> (for <math>z=0</math>) / Valoarea inițială a unghiului <math>\gamma</math> (pentru <math>z=0</math>), <math>\gamma_0</math>, [°].</td> <td style="text-align: center;">45</td> </tr> <tr> <td>Initial value of the angle <math>\theta</math> (for <math>z=0</math>) / Valoarea inițială a unghiului <math>\theta</math> (pentru <math>z=0</math>), <math>\theta_0</math>, [°].</td> <td style="text-align: center;">30</td> </tr> </table>	Initial dates	Surface height / Înălțimea suprafeței, $h$ , [mm].	100	Initial value of the angle $\gamma$ (for $z=0$ ) / Valoarea inițială a unghiului $\gamma$ (pentru $z=0$ ), $\gamma_0$ , [°].	45	Initial value of the angle $\theta$ (for $z=0$ ) / Valoarea inițială a unghiului $\theta$ (pentru $z=0$ ), $\theta_0$ , [°].	30		
Initial dates	Surface height / Înălțimea suprafeței, $h$ , [mm].		100							
	Initial value of the angle $\gamma$ (for $z=0$ ) / Valoarea inițială a unghiului $\gamma$ (pentru $z=0$ ), $\gamma_0$ , [°].		45							
	Initial value of the angle $\theta$ (for $z=0$ ) / Valoarea inițială a unghiului $\theta$ (pentru $z=0$ ), $\theta_0$ , [°].	30								
<p><b>Cylindroid tool / Scula cilindroidală</b></p> 	<p><b>Surface equation / Ecuația suprafeței:</b></p> $\operatorname{tg} \gamma \cdot \left( \frac{(z - h)^2}{2 \cdot p} - y \right) - x = 0,$ <p style="text-align: right;">for / pentru <math>x \in [0, b]</math> and / și <math>z \in [0, h]</math>.</p> <p>Geometrical parameters of the tool / <math>p = h \cdot \operatorname{tg} \theta_0 \cdot \sin \gamma_0</math>,</p> <p>Parametrii geometrice ai sculei: <math>\alpha(x, y, z) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{p}{z - h}</math>, (24)</p> $\beta(x, y, z) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left( \pm \frac{p}{z - h} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma} \right), \quad (25)$ $\gamma(x, y, z) = \gamma_0 + \frac{z^2}{2 \cdot r} \neq ct, \text{ for / pentru } r = \frac{h^2}{2 \cdot \Delta \gamma}. \quad (26)$ <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td rowspan="4" style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Initial dates</td> <td>Surface height / Înălțimea suprafeței, <math>h</math>, [mm].</td> <td style="text-align: center;">100</td> </tr> <tr> <td>Initial value of the angle <math>\gamma</math> (for <math>z=0</math>) / Valoarea inițială a unghiului <math>\gamma</math> (pentru <math>z=0</math>), <math>\gamma_0</math>, [°].</td> <td style="text-align: center;">45</td> </tr> <tr> <td>Initial value of the angle <math>\theta</math> (for <math>z=0</math>) / Valoarea inițială a unghiului <math>\theta</math> (pentru <math>z=0</math>), <math>\theta_0</math>, [°].</td> <td style="text-align: center;">30</td> </tr> <tr> <td>Increasing angles / Creșterea unghiurilor, <math>\gamma_{\max} - \gamma_0</math>, [°].</td> <td style="text-align: center;">15</td> </tr> </table>	Initial dates	Surface height / Înălțimea suprafeței, $h$ , [mm].	100	Initial value of the angle $\gamma$ (for $z=0$ ) / Valoarea inițială a unghiului $\gamma$ (pentru $z=0$ ), $\gamma_0$ , [°].	45	Initial value of the angle $\theta$ (for $z=0$ ) / Valoarea inițială a unghiului $\theta$ (pentru $z=0$ ), $\theta_0$ , [°].	30	Increasing angles / Creșterea unghiurilor, $\gamma_{\max} - \gamma_0$ , [°].	15
Initial dates	Surface height / Înălțimea suprafeței, $h$ , [mm].		100							
	Initial value of the angle $\gamma$ (for $z=0$ ) / Valoarea inițială a unghiului $\gamma$ (pentru $z=0$ ), $\gamma_0$ , [°].		45							
	Initial value of the angle $\theta$ (for $z=0$ ) / Valoarea inițială a unghiului $\theta$ (pentru $z=0$ ), $\theta_0$ , [°].		30							
	Increasing angles / Creșterea unghiurilor, $\gamma_{\max} - \gamma_0$ , [°].	15								

$$y = - \int \left( \cos^2 \gamma + \sin^3 \gamma \cdot \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \gamma + \operatorname{tg}^2 \alpha}} \right) \cdot v \cdot dt = - \int v_m \cdot dt, \quad (6)$$

$$x = \int \sin \gamma \cdot \cos \gamma \left( 1 - \frac{\sin \gamma}{\sqrt{\sin^2 \gamma + \operatorname{tg}^2 \alpha}} \right) \cdot v \cdot dt, \quad (7)$$

$$z = \int \left( \sin \gamma \cdot \frac{\sin \gamma \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{\sin^2 \gamma + \operatorname{tg}^2 \alpha}} \right) \cdot v \cdot dt. \quad (8)$$

## RESULTS

The elementary displacement components  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , of the soil particles are calculated by using the equations 6, 7 and 8.

Thus, in the proposed mathematical model the effect of the soil elastic deformation is neglected.

The forces of adhesion  $F_A$  and cohesion  $F_C$  and friction forces act along the direction of tangent to soil particle trajectory (tt).

Based on the above considerations the components of elementary forces of the soil – tool interaction systems are calculated. The particular relations include parameters that characterize the initial soil condition (e.g.,  $\mu$  - coefficient of soil – to – metal friction;  $\mu_i$  – coefficient of soil – to – soil friction;  $\rho$  - soil bulk density, and shearing stress). For example, the friction force is expressed by the relation:

$$F_f = \mu \cdot N, \quad (9)$$

where: the component of normal force ( $N$ ) is calculated by using the equilibrium equation of soil – tool interaction forces along the normal direction (nn):

$$- F_{Gn} + N - F_{an} = 0, \quad (10)$$

Mathematical model for determining of the soil-tool interaction forces ( $F_a$  - acceleration forces,  $F_G$  - weight,  $F_A$  - adhesion,  $F_C$  - cohesion, and external friction (soil-steel) and internal (soil-soil) -  $F_f$ ,  $F_i$  is shown in the literature [4].

The projections of the interaction forces upon the axis, of a Cartesian coordinate system  $xOyz$ , are calculated by using the directional cosines of the normal and tangent, that are defined according to figure 1.

Considering the normal to the tool surface at the point M as being perpendicular to the ABC plane (tangent to the tool surface), the directional cosines are:

$$\cos r_n = \frac{1}{\sqrt{1 + (\tan \gamma)^2 + (\tan \gamma \cdot \tan \alpha)^2}}, \quad (11)$$

$$\cos r_n = \frac{\tan \gamma}{\sqrt{1 + (\tan \gamma)^2 + (\tan \gamma \cdot \tan \alpha)^2}}, \quad (12)$$

$$\cos r_n = \frac{-\tan \gamma \cdot \tan \alpha}{\sqrt{1 + (\tan \gamma)^2 + (\tan \gamma \cdot \tan \alpha)^2}}. \quad (13)$$

The directional cosines are expressed as a function of surface geometrical parameters at the arbitrary point M.

The direction of the tangent (tt) to trajectory is defined by derivating the parametric equation of the soil path (eq. 6, 7 and 8), thus:

## REZULTATE

Ecuatiile 6, 7 și 8 permit determinarea componentelor deplasărilor elementare ale prismelor de sol pe suprafața sculei.

În modelul matematic propus se neglijează efectul forțelor de deformare elastică a solului.

Forțele de adeziune  $F_A$ , de coeziune  $F_C$  și forțele de frecare acționează după direcția tangentei la traiectoria prismelor de sol (tt).

Pe baza considerentelor de mai sus, se determină componentele forțelor elementare de interacțiune sol – sculă. Relațiile dezvoltate includ parametrii ce caracterizează starea inițială a solului (de ex:  $\mu$  - coeficientul de frecare sol – oțel;  $\mu_i$  - coeficientul de frecare sol – sol;  $\rho$  - densitatea aparentă a solului, și rezistența la rupere). De exemplu, forța de frecare este descrisă de relația:

unde: componenta normală a forțelor ( $N$ ), se calculează folosind ecuațiile de echilibru ale forțelor de interacțiune sol – sculă, după direcția normalei (nn):

Modelul matematic pentru determinarea forțelor de interacțiune sol-sculă (forțele de accelerare  $F_a$ , de greutate  $F_G$ , de adeziune  $F_A$ , coeziune  $F_C$ , și de frecare externă (sol-oțel) și internă (sol-sol) -  $F_f$ ,  $F_i$ , este prezentat în literatura de specialitate [4].

Proiecțiile forțelor de interacțiune după direcțiile axelor sistemului cartezian de coordonate  $xOyz$ , se determină folosind ecuațiile cosinurilor directori ai normalei și tangentei la traiectorie, descrise în figura 1.

Considerând că normala la suprafața sculei în punctul M este perpendiculară pe suprafața plană ABC (tangenta la suprafața sculei), cosinșii directori sunt de forma:

Cosinșii directori sunt exprimați în funcție de parametrii geometrici ai suprafeței în punctul arbitrar M.

Direcția tangentei la traiectorie (tt) este definită prin derivarea ecuațiilor parametrice ale traiectoriei particulelor de sol (ecuațiile 6, 7 și 8), astfel:

$$\cos \tau_t = \frac{dx}{dt} / \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}, \quad (14)$$

$$\cos \nu_t = \frac{dy}{dt} / \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}, \quad (15)$$

$$\cos \lambda_t = \frac{dz}{dt} / \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}. \quad (16)$$

Based on the mathematical relation of form (8), we calculate the elementary force components and their projections on axes of Cartesian coordinate system xOyz, by using the relations (11 - 16).

By substituting these values in the relation (4), we obtain the equation that permit to calculate the required mechanical energy for soil cultivation.

The proposed model includes also the equations for the calculation of mechanical energy associated to each phase of the process. For example, the energy required to overcome the friction forces may be calculated by the following relation:

Pe baza relațiilor de forma ecuației (8), se pot calcula componentele forțelor elementare și proiecțiile acestora pe axele sistemului cartezian de coordonate xOyz utilizând expresiile (11 – 16).

Substituind valorile acestora în ecuația (4), se vor obține ecuațiile ce permit calculul necesarului de energie mecanică pentru prelucrarea solului.

De asemenea, modelul matematic propus include ecuațiile pentru calculul componentelor energiei asociate fiecărei faze a procesului. De exemplu, energia necesară învingerii forțelor de frecare poate fi calculată folosind expresia de forma:

$$W_f = \sum F_{fx} \cdot dx_i + \sum F_{fy} \cdot dy_i + \sum F_{fz} \cdot dz_i, \quad (17)$$

#### PC program

A PC program based on the previous mathematical model has been developed for soil tillage energy evaluation. In order to compile the program, the user has to know the following: initial soil parameters, geometrical parameters of tool surface and working parameters. The parameters are listed in tables 1, 2 and 3.

The program structure (Fig. 3) is:

- Equation for the calculation of the (x, y, z) coordinates of a number of (m.n) arbitrary points M, obtained by the intersections of vertical planes, parallel to the direction of travel (m) and transversal planes (n) to the furrow. The variables m and n are imposed by the user;
- Calculation of geometrical parameters  $\alpha$ ,  $\beta$ , and  $\theta$  in accord with each plane surfaces ABC;
- Calculation of soil travel speed components ( $v_x$ ,  $v_y$  and  $v_z$ ) and elementary displacements of soil particles ( $dx$ ,  $dy$  and  $dz$ ) using the relations (5, 6, and 7);
- Calculation the elementary forces of soil – tool interaction (eq. 8 and 9);
- Calculation of the directional cosines of normal and tangent to soil particle path (eq. 10 – 15) and directional cosine of soil – tool interaction projection of forces upon the axes of xOyz coordinate system;
- Calculation the energy components required for each phase of soil working process by using the relation of form (17);
- Calculation of the specific energy required to a surface unit tillage, in MJ/ha.

#### Numerical application

In order to validate the method proposed for evaluating the mechanical energy consumption, a numerical application has been developed to determine tillage mechanical energy consumption for two types of soil, characterized by the soil initial parameters (Table 2).

In application are used surfaces tools equations for determining the forces of soil - tool interaction, soil particles displacement on tools surfaces and for soil

#### Programul PC

A fost elaborat un program – PC pentru evaluarea necesarului de energie la prelucrarea solului pe baza modelului matematic descris anterior. Pentru compilarea programului, utilizatorul trebuie să cunoască: parametrii stării inițiale a solului parametrii geometrici ai sculei și parametrii de exploatare. Acești parametrii sunt prezentați în tab. 1, 2, 3.

Structura programului (Fig. 3) este următoarea:

- ecuațiile pentru calculul unui număr de (m.n) coordonate (x, y, z) ale punctelor M, obținute prin secționarea brazdei cu (m) plane verticale paralele cu direcția de deplasare și (n) plane perpendiculare pe direcția de deplasare. Variabilele m și n vor fi impuse de utilizator;
- calculul parametrilor geometrici  $\alpha$ ,  $\beta$ , și  $\gamma$  ce caracterizează fiecare suprafață plană ABC;
- calculul componentelor vitezelor de deplasare ( $v_x$ ,  $v_y$  și  $v_z$ ) și a deplasărilor elementare ale prismelor de sol ( $dx$ ,  $dy$  și  $dz$ ) utilizând relațiile (5, 6 și 7);
- calculul forțelor elementare ale sistemului de interacțiune sol – sculă (ecuațiile 8 și 9);
- calculul cosinuşilor directori ai normalei și tangentei la traiectoriile particulelor de sol (ecuațiile 10 – 15) și cosinuşii directori ai proiecțiilor forțelor de interacțiune după axele sistemului cartezian de coordonate xOyz;
- calculul componentelor energiei necesare fiecărei faze a procesului de prelucrare utilizând expresiile de forma ecuației (17);
- calculul energiei specifice, necesare prelucrării unității de suprafață, în MJ/ha.

#### Aplicație numerică

Pentru validarea metodei propuse pentru evaluarea necesarului de energie la prelucrarea solului se prezintă o aplicație numerică pentru calculul consumului de energie mecanică în două tipuri de sol, caracterizate de parametrii stării inițiale descriși în tabelul 2.

În aplicație se utilizează ecuațiile suprafețelor sculelor pentru determinarea forțelor de interacțiune, a deplasărilor particulelor de sol și ale componentelor

tillage energetic system components.

The obtained results indicate the total energy consumption  $W$  (Table 4) as well as its components (energy losses  $W_p$  and useful energy  $W_u$ ).

sistemului energetic.

Rezultatele obținute indică consumul total de energie  $W$  (Tabelul 4), precum și componentele sale (pierderile de energie  $W_p$  și energia utilă  $W_u$ ).

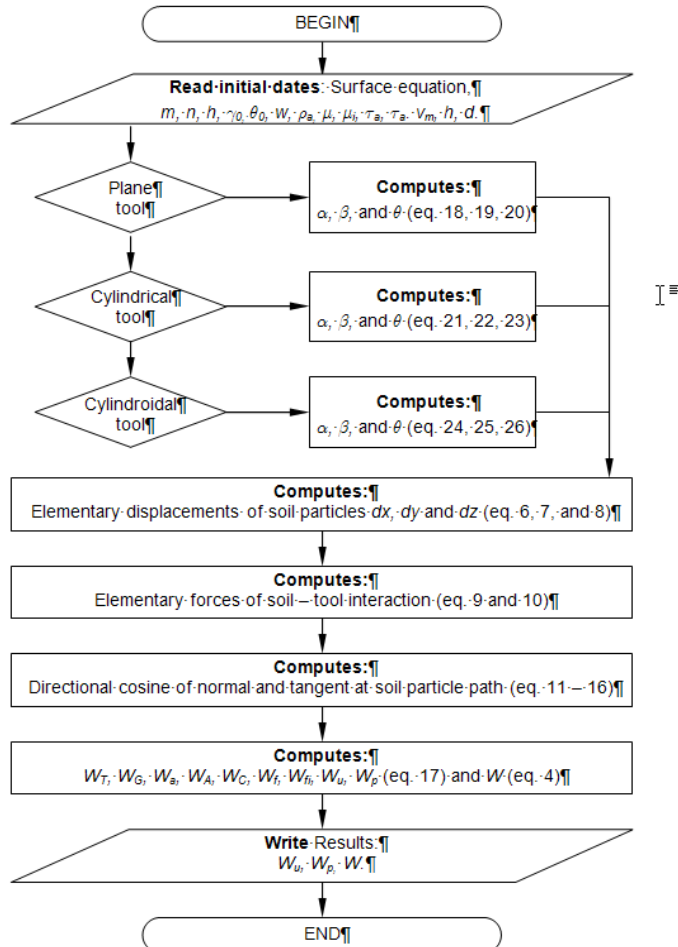


Fig. 3 – Bloc diagram of the PC Program / Schema logică a programului de calcul

Components that determine the energy losses are due to the forces of gravity, friction forces of soil - tool , friction of the soil - soil and soil adhesion.

It is considered that the energy required to soil accelerating, lifting and moving is transmitted to soil, ensuring its shredding.

Componentele care determină pierderile de energie se datorează forțelor de greutate, forțelor de frecare sol – solă, a frecării sol – sol și azeziunii solului.

Se consideră că energia necesară accelerării solului, ridicării și deplasării, se transmite solului asigurând mărunțirea acestuia.

Table 2 / Tabelul 2

Soil initial parameters / Parametrii stării inițiale a solului, (S <sub>i</sub> )		
Soil Texture / Textura solului	44.6% Clay / Argilă	19.2% Clay / Argilă
Moisture / Umiditatea, $w$ [%]	14.67	11.98
Density / Densitatea, $\rho_a$ [t/m <sup>3</sup> ]	1.75	1.85
Friction coefficient / Coeficientul de frecare, $\mu$	0.428	0.372
Internal friction coefficient / Coeficientul de frecare internă, $\mu_i$	0.418	0.398
Adhesion coefficient / Coeficientul de azeziune, $\tau_a$ [kN/m <sup>2</sup> ]	3.90	3.04
Cohesion coefficient / Coeficientul de coeziune, $\tau_c$ , [kN/m <sup>2</sup> ]	47.84	39.62

Table 3 / Tabelul 3

Working parameters / Parametrii de exploatare, (M)	
Speed / Viteza mașinii $v_m$ , [m/s]	2
Working depth / Adâncimea de lucru $d$ , [cm]	15
Working width / Lățimea de lucru $b$ , [cm]	25

Table 4 / Tabelul 4

**Mechanical energy required to till the surface unit /  
Necesarul de energie mecanică pentru o suprafață unitară [MJ/ha]**

Tool type / Tipul sculei	Soil type / Tip sol	$W$ [MJ/ha]	$W_u = W_c + W_a$ , [MJ/ha]	$W_p = W_f + W_n + W_a$ , [MJ/ha]
Plane / Plană	44.60 % clay	539.45	490.12	49.33
	19.20 % clay	522.37	479.51	42.86
Cylindrical / Cilindrică	44.60 % clay	676.23	611.80	64.43
	19.20% clay	647.83	586.92	60.91
Cylindroid / Cilindroidală	44.60 % clay	698.74	628.63	70.11
	19.20 % clay	686.55	618.18	68.37

**CONCLUSION**

Evaluation of the energy in the tillage process is an important objective that may be solved, in a proper way starting from the mathematical description of the process. In this paper a mathematical model for mechanical energy evaluation is presented. Based on this model a computer program was developed. The program is structured in three subprograms designed to the calculation of displacements  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , the forces and the energy ( $W$ ) within the process.

The results have shown that plane tools involves a minimum energy consumption. Increase the energy requirements by 15-25%, for cylindrical and cilindroid tools is due to increment of soil acceleration forces and trajectory length of soil particles on the tools surface.

Analyzing the results, as compared to the previous research results, it has found that the higher consumption of the mechanical energy for the cylindrical and cilindroid tools, is justified by increasing the soil shredding.

**REFERENCES**

- [1]. Fechete T. L. V., Ros V., Coța C., Nagy M. (2007) - *Geometric Optimization of an Active Tillage Tool*, Acta Technica Napocensis Series: Applied Mathematics And Mechanics, Vol. V, Nr. 50, pg. 461-464;
- [2]. Filip N., Simu I., Airinei D. (2009) - *Some aspects regarding the precision farming concept used in the harvesting process*, Actual tasks on agricultural engineering, Vol. 37. Opatija, Croatia, pg. 213-222;
- [3]. Ghereș M. I. (2001) - *Research on optimization of the geometrical and functional parameters of the soil tools to reduce the energy consumption*, PhD thesis, Technical University of Cluj-Napoca;
- [4]. Ghereș M. I., Ghereș M. (2013) - *Research on determination of interaction forces tools-soil*, Proenvironment, Vol. 6, Nr. 14, pg. 262-271;
- [5]. Ivan I., Deac T., (2007), *The analyze of possibilities to increasing the Romania's agricultural performance*, Acta Technica Napocensis Series: Applied Mathematics And Mechanics, Vol. V, Nr. 50, pg. 457-460;
- [6]. Roș V., Smith R.I., Marley S.J., Erbach D.C. (1995) - *Mathematical modeling and computer – aided design of passive tillage tools*. Transaction of ASAE, Vol. 38, No. 3. pg. 675-684;
- [7]. Rusu T., Păcurar I., Dîrja M., Păcurar H.M., Oroian I., Cosma S.A., Ghereș M. (2013) - *Effect of tillage system on soil properties, humus and water conservation*, Agricultural science, Nr.4/2013, pg.35 - 40.

**CONCLUZII**

Evaluarea necesarului de energie în procesul de prelucrare reprezintă un obiectiv important, care poate fi rezolvat, într-un mod adecvat pornind de la descrierea matematică a procesului. În această lucrare este prezentat un model matematic de evaluare a energiei mecanice. Pe baza acestui model a fost elaborat un program de calculator. Programul este structurat în trei subprograme desemnate pentru calculul deplasărilor  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , forțelor și energiei ( $W$ ) aferente procesului.

Rezultatele obținute demonstrează că sculele plane implică un consum minim de energie. Creșterea necesarului de energie cu 15-25%, în cazul sculelor cilindrice și cilindroidale se datorează creșterii forțelor de accelerare a solului și a lungimii traiectoriilor particulelor de sol pe suprafața sculelor.

Analizând rezultatele obținute, comparativ cu rezultatele cercetărilor anterioare, se constată că pentru sculele cilindrice și cilindroidale, consumul mai mare de energie se justifică prin creșterea gradului de mărunțire a solului.

**BIBLIOGRAFIE**

- [1]. Fechete T. L. V., Ros V., Coța C., Nagy M. (2007) - *Optimizarea paramerilor geometrice ai unei scule active de lucrat solul*, Acta Technica Napocensis Series: Applied Mathematics And Mechanics, Vol. V, Nr. 50, p. 461-464;
- [2]. Filip N., Simu I., Airinei D. (2009) - *Unele aspecte privind conceptul de agricultură de precizie utilizat în procesul de recoltare*, Actual tasks on agricultural engineering, Vol. 37. Opatija, Croatia, p. 213-222;
- [3]. Ghereș M.I. (2001) - *Cercetări privind optimizarea parametrilor geometrice și funcționali ai sculelor de lucrat solul în vederea reducerii consumului de energie*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca;
- [4]. Ghereș M.I., Ghereș M., (2013), *Cercetări privind determinarea forțelor de interacțiune sol - sculă*, Promediu, Vol. 6, Nr. 14, p. 262-271.
- [5]. Ivan I., Deac T. (2007) - *Analiza posibilităților de creștere a randamentelor agricole în România*, Acta Technica Napocensis Series: Applied Mathematics And Mechanics, Vol. V, Nr. 50, p. 457-460;
- [6]. Roș V., Smith R.I., Marley S.J., Erbach D.C. (1995) - *Modelarea matematică și proiectarea asistată a sculelor pasive de lucrat solul*. Transaction of ASAE, Vol. 38, Nr. 3. p. 675-684;
- [7]. Rusu T., Păcurar I., Dîrja M., Păcurar H.M., Oroian I., Cosma S.A., Ghereș M. (2013) - *Efectele sistemelor de lucrare a solului asupra proprietăților solului, humusului și conservării apei*, Agricultural science, Nr.4/2013, p. 35-40.