



TEK AÇIKLIKLI DAİRESEL KÂĞİR KEMER KÖPRÜLERİN GÖÇME YÜKLERİNİN LİMİT ANALİZ YÖNTEMLERİ İLE HESAPLANMASI

DETERMINATION OF COLLAPSE LOAD OF SINGLE SPAN CIRCULAR MASONRY ARCH BRIDGES BY THE METHODS OF LIMIT ANALYSIS

Süleyman N. ORHAN^{1*}, Mehmet H. ÖZYAZICIOĞLU¹

¹İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye.
snorhan@atauni.edu.tr, mehmetoz@atauni.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 13.01.2014, Kabul Tarihi/Accepted: 15.05.2014
* Yazışılan yazar/Corresponding author

doi: 10.5505/pajes.2014.28863
Araştırma Makalesi/Research Article

Öz

Bu çalışmada, tek açıklıklı dairesel kâğır kemer köprülerin göçme yüklerinin limit analizin alt-limit teoremine göre belirlenmesine yönelik bir algoritma geliştirilmiştir. Algoritma, doğrusal programlama tekniklerini kullanmakta ve gerçek göçme yükü değerine alttan yakınsamakta, yani güvenli tarafta kalmaktadır. Algoritma, Matlab ortamında programlanmıştır. Elde edilen sonuçlar, literatürdeki mevcut sonuçlarla uyumludur.

Anahtar kelimeler: Kâğır kemer köprüler, Göçme yükü, Limit analiz metodu

Abstract

In this study, an algorithm to assess the collapse load of single span circular masonry arch bridges according to the lower-bound theorem of limit analysis is developed. The algorithm uses techniques of linear programming and converges to the true collapse load from below; i.e. predicts the safe collapse load. The algorithm is implemented in Matlab environment. The results compare well with those available in the literature.

Keywords: Masonry arch bridges, Collapse load, Limit analysis

1 Giriş

Bilinen ilk örneği MÖ 9. yüzyıla dayanan ve 20. yüzyıla kadar yapımına yoğun biçimde devam edilen kâğır (taş) kemer köprülerin inşası, gelişen inşaat teknoloji ve yeni yapı malzemelerinin tercih edilmesi nedeniyle günümüzde oldukça azalmıştır. Ancak, ülkemizde ve dünyada hala kullanılmaya devam edilen ve tarihi eser niteliğinde birçok kâğır kemer köprü mevcuttur. Bu köprülerin yapısal analizinin, gerçek davranışlarına en uygun biçimde yapılması gerekir. Ancak, bu yapıların analizinde karşılaşılan bazı temel sorunlar mevcuttur;

- Geometrik boyutlarla ilgili veri eksikliği,
- Yapı malzemelerinin özelliklerinin belirlenmesinde ki güçlükler,
- Ayrıntılı laboratuvar analizlerinin yüksek maliyeti,
- Yapım tekniğinden ve doğal malzeme kullanımından kaynaklanan veri çeşitliliği,
- Yapım süresinin çok uzun olmasından dolayı, aynı eleman kesiti içinde bile değişebilen malzeme özellikleri,
- Yapıdaki mevcut hasarın neden olduğu genel stabilite durumunun ve dayanım sürekliliğinin tam olarak saptanamaması,
- Çağdaş yapı malzemesi, yapısal analiz, tasarım ve yük şartnamelerinin uygulanamaması [1].

Analizlerde karşılaşılan bu problemler, araştırmacıları farklı analiz yöntemleri kullanmaya ve yeni yöntemler geliştirmeye zorlamıştır. Kâğır kemer köprülerin analizinde bugüne değin araştırmacılarca, yapı mekaniğinin analitik ve sayısal yöntemlerinin tümüne (elastik, sonlu elemanlar, vb.)

başvurulmuş olmakla birlikte, karşılaşılan zorluklar, (malzemenin doğrusal davranmaması, taş blokların birbirinden ayrılabilmesi ve birbiri üzerinde kayabilmesi vb.) araştırmacıları daha çok limit analiz yöntemlerini kullanmaya ve kemer köprülerin göçme yükünün tayinine yöneltmiştir. Bu maksatla limit analizin üst sınır teoremine dayanan mekanizma ve alt sınır teoremine dayanan rijit-blok metodları çeşitli çalışmalarda kullanılmıştır.

Bu çalışmada, tek açıklıklı kâğır kemer köprülerin göçme yükünün, limit analizin alt sınır teoremine göre hesaplanması amacıyla bir yöntem önerilmiş ve bir algoritma geliştirilmiştir. Geliştirilen algoritma, MATLAB ortamında bir program olarak kodlanmıştır. Literatürde bulunan bazı test problemleri (tam ölçekli deneyler) için bu program ile üretilen göçme yükleri, deneysel ölçümler ve diğer metodlarla (mekanizma, rijit-blok) bulunan yük değerleri ile karşılaştırılmıştır.

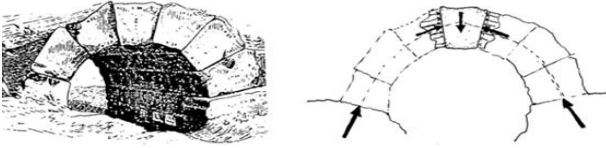
2 Kâğır Kemer Köprüler Üzerine Yapılan Çalışmalar

Kâğır kemerler üzerine ilk bilimsel çalışmalar Robert Hooke (1635-1703) tarafından yapılmıştır [2]. Hooke, düşeyde asılı bir zincirle kemer arasında kurduğu analogide, zincirin yatay eksene göre simetriğinin ideal bir kemer oluşturacağını belirtmiştir. Zincirde oluşan çekme kuvvetine karşılık, kemerin aynı düzeyde basınç kuvvetine maruz kalacağını öngörmüştür [3]. Birkaç yıl sonra İngiliz matematikçi Gregory (1697), zincir eğrisinin gerçek kemer formu olduğunu ve bir kemerin ayakta kalabilmesi için, kemer kalınlığının bir zincir eğrisi ihtiva etmesi gerektiğini belirtmiştir [3]. Hooke ve Gregory'nin bu görüşlerini gerçek bir yapının analizinde kullanan ilk kişi 1748 yılında Poleni olmuştur. Roma'daki St. Peter kilisesinin kubbelerini bu yöntemle incelemiş ve kubbenin güvenli olduğu sonucuna varmıştır [4]. Asılı zincir modeli, taş kemerlerin davranışını belirlemek amacıyla 18. Yüzyılın

sonuna kadar kullanılmıştır [3]. 1729 yılında Couplet, taş kemerlerin göçme mekanizmasını ve basınç çizgisi kavramlarını ortaya koyan ilk kişi olmuştur [2].

2.1 Basınç Çizgisi

Basınç çizgisi, kemer kesitinde oluşan basınç gerilmelerinin bileşkesinin kemer boyunca izlediği yolu temsil eden teorik bir çizgidir [4]. Şekil 1'deki taş kemerin kilit taşının denge durumu düşünülürse, her derzde belirli bir gerilme dağılımı olacaktır. Bu gerilmelerin bileşkesi bir basınç kuvveti oluşturmakta ve bu iki derzdeki basınç kuvveti kilit taşını yerçekimi ve diğer dış kuvvetlere karşı dengede tutmaktadır. Bütün taşlar için aynı denge durumu söz konusudur. Kesitlerdeki basınç kuvvetlerinin etkime noktalarının birleştirilmesiyle yürünge basınç çizgisi oluşmaktadır [5].



Şekil 1: Bir taş kemerdeki basınç çizgisi [5].

Block [4], kemerlerde kararlılığın bozulmaması (kemerin yükü taşımaya devam edebilmesi) için basınç çizgisinin kemer kesitinin içinde kalması gerektiğini söylemektedir.

2.2 Kâgir Kemer Köprülerin Analizinde Kullanılan Yöntemler

1. Ampirik değerlendirme yöntemleri,
 - Mexe metodu (İngiliz Ordu Teşkilatı) [1].
2. Elastik analiz yöntemi,
3. Sonlu elemanlar yöntemi (Doğrusal elastik ve doğrusal olmayan elastik-plastik),
4. Ayrık elemanlar yöntemi,
5. Limit analiz yöntemleri,
 - Alt-Sınır Teoremi (Statik Teorem),
 - Üst-Sınır Teoremi (Kinematik Teorem),
6. Grafikselleştirme yöntemleri [4],[6],[7].

Mexe (Military Engineering Experimental Establishment) metodu, II. Dünya Savaşı süresince, kemer köprülerin tankların geçişi için uygunluğunu belirlemek amacıyla İngiltere'de geliştirilmiştir [8]. Elastik analiz teorisine ve yapılan bir dizi deneysel çalışmaya dayanmaktadır. Geliştirilen bir nomogram yardımıyla kemer için geçici bir göçme yükü değeri belirlenmektedir. Sonra bu değer, kemerin geometrisine, fiziki durumuna ve kullanılan malzemenin özelliklerine bağlı olarak belirlenmiş katsayılarla düzeltilmekte ve istenilen göçme yükü değeri elde edilmektedir [2]. Bu yöntemde mühendisin kararına bırakılan faktörler bulunmakta ve kemerin göçme şekli dikkate alınmamaktadır. Mexe metodu kemerdeki yer değiştirmeler ve gerilmeler hakkında da bilgi vermemektedir [9],[10].

Elastik analiz yöntemi, kemer ayaklarında meydana gelecek küçük açılmaların, bu ayaklara mafsallanmış olan kemer gövdesindeki taşların arasında üç tane plastik mafsallı oluşturacağı ve bunlarında kemeri izostatik hale getireceği varsayımına dayanmaktadır. Hesaplamalar, iki taraftan mafsallanmış eksen ve yükün taş kısmının üzerinde etkideği parabolik kemer kabulleriyle yapılır [11]. Yapılan kabullerden en tartışmalı olanı, kemerin taş kısmından yapılan yüklemidir. Çünkü genel kabule göre kemerin en zayıf olduğu durum bu yüklemeye durumudur. Bununla birlikte taş, harç ve dolgu

malzemesi bu metodun yaptığı kabulün aksine elastik davranış göstermeyecektir [9].

Doğrusal elastik sonlu elemanlar yöntemi, çalışma yükleri altında yığma yapıda, kemerde oluşacak olan deformasyonları hesaplayabilmekle birlikte yapının göçme mekanizmasını ve yükünü verememektedir. Doğrusal olmayan elastik-plastik sonlu elemanlar yöntemi ise, hem yığma yapı sisteminin deformasyonlarını hem de göçme mekanizması ile plastik bölgelerini hesaplayabilmektedir. Ancak, bu yöntemin en önemli dezavantajı süreksizlikler içeren yığma yapı sisteminin, sürekli ortam kabulleriyle çözülmeye çalışılmasıdır. Bu nedenle süreksizlikler içeren anizotropik yığma yapı sisteminin eşdeğer bir deformasyon modülü ve dayanım parametreleri ile temsil edilmesi gerekir [12].

Ayrık elemanlar yönteminde yapı, münferit blokların yani ayrık elemanların birleşimi şeklinde düşünülür. Elemanların her biri, birbirinden bağımsız şekilde hareket edebilir ya da deforme olabilir. Blokların birbirine temasıyla kuvvetler bloktan bloğa aktarılırken, gerilme ve biçim değişimleri oluşacaktır. Yüklerden dolayı meydana gelecek yer değiştirmelerin belirlenmesinde kullanılan birçok farklı yöntem vardır [13]. Bu yöntemin en önemli dezavantajı, yöntemin üç boyutlu bir yapının tamamına uygulanmasındaki güçlüktür. Böyle bir uygulama ciddi bir hacimde geometrik veri girişi ve hesaplama gerektirmektedir [12].

2.3 Kâgir Kemerlerin Analizi İçin Özel Olarak Geliştirilmiş Programlar

Kâgir kemer köprülerin göçme yüklerini hesaplamak üzere geliştirilmiş ve yukarıda sayılan metodlardan yararlanan programlar bulunmaktadır. Yazarların ulaşabildiği bazı programlar şunlardır;

1. Ring 2.0 (Limit Analiz),
2. Archie-M (Limit Analiz, Basınç çizgisi analizi),
3. Interactive Thrust (Grafikselleştirme Yöntem).

3 Materyal ve Yöntem

3.1 Limit Analiz

Limit analizin amacı, yapının taşıyabileceği bu en büyük yük değerinin belirlenmesidir. Özellikle çelik yapıların tasarımında kullanılan bu yöntem, elastik-tam-plastik malzeme davranışı kabulüne dayanmaktadır [14]. Limit analiz teorisine göre, göçme durumunda sağlanması gereken üç şart aşağıda verilmiştir;

- Denge Şartı: İç ve dış kuvvetler arasında bir denge durumu olmalıdır,
- Mekanizma Şartı: Yapıda bir göçme mekanizması oluşturacak, yeterli sayıda plastik mafsallı oluşmalıdır,
- Akma Şartı: Kesitte meydana gelecek eğilme momenti değerleri, kesitin her bir noktasında, sistemin eğilme momenti kapasitesinden küçük olmalıdır [15].

Limit analizin, bu temel şartların sağlanmasına bağlı olarak iki temel teoremi vardır;

- Üst-Sınır Teoremi: Bu teoreme göre, denge kriteri ve mekanizma kriterlerini sağlayan göçme yükü değeri, gerçek göçme yüküne eşit ya da bu yükten daha büyüktür. Yapının, muhtemel bütün göçme mekanizmalarından hesaplanan göçme yüklerinden en küçüğü, yapının göçme yükü değeri olarak kabul

edilir. Bu yöntem "Mekanizma Metodu" olarak da adlandırılmaktadır [15],

- Alt-Sınır Teoremi: Bu teoreme göre, statik denge kriteri ve akma kriterini sağlayacak şekilde hesaplanan göçme yükü değeri, yapının gerçek göçme yüküne eşit ya da bu yükten daha küçük olacaktır. Yapıdaki, olası bütün akma şartlarına bağlı olarak hesaplanan göçme yüklerinden en büyüğü yapının göçme yükü olarak kabul edilir [15].

3.2 Doğrusal Programlama

Hedef fonksiyonu ve kısıtlayıcıları, tasarım değişkenlerinin doğrusal fonksiyonu olarak verilen optimizasyon problemleri, doğrusal programlama problemi olarak adlandırılır. Her ne kadar çoğu mühendislik optimizasyon problemleri, doğrusal olmayan denklemler vasıtasıyla tanımlansalar da, limit analiz gibi problemler doğrusal olarak tanımlanır. Ayrıca, bazı doğrusal olmayan optimizasyon problemleri, doğrusal programlama problemlerine dönüştürülerek çözüm yapılır. Çoğunlukla, finans ve ekonomi alanlarında uygulamaları olsa bile, yukarıda verilen nedenlerden dolayı mühendislik alanında da kullanımı yaygındır [16].

3.3 Alt-Sınır Teoreminin Çelik Kirişlerin Göçme Yükünün Hesabında Kullanılması

Alt-sınır teoreminde amaç, yük faktörünün, denge ve akma şartlarına uygunluk için gerekli kısıtlayıcılara bağlı olarak en büyük değerini bulmaktır. Bu durumda hedef fonksiyon doğrusaldır ve kısıtlayıcılarda doğrusal olduğu zaman (akma şartı doğrusal olmayan gerilme bileşkeleri içerirse, bunlar uygun bir şekilde doğrusal parçalara ayrılabilir), problem bir doğrusal programlama problemi haline gelir ve böylece göçme yükü değeri doğrusal programlama ile bulunabilir. Fakat bulunan değer göçme yükünün nihai alt sınırı olmayabilir. Örneğin, akma şartının sadece yapının belirli kesitlerinde kontrol edilmesi bazı kritik kesitleri, hesaplamının dışında bırakabilir. Benzer şekilde, doğrusal olmayan akma yüzeyi, doğrusal hale getirilirken, plastik bölgenin dayanımının, dolayısıyla da göçme yükünün daha küçük değerlerde çıkması muhtemeldir [17].

Çelik kiriş ve çerçeveler için alt-sınır teoremi, aşağıdaki adımlar takip edilerek, bir doğrusal programlama problemine dönüştürülebilir [17]:

Yapıdaki kritik bölgeler belirlenir ve seçilen her bir kritik bölgedeki eğilme momenti için denge denklemleri elde edilir.

Bütün kritik kesitlerdeki moment değeri,

$$m = a \cdot B_0 \cdot f + B_1 \cdot x \quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada;

- m : Bütün kritik kesitlerdeki eğilme momentlerinin toplamı,
- f : Verilen yük vektörü,
- a : Hesaplanmak istenen yük faktörü,
- x : Birim yüklemelerin vektörü.

B_0 ve B_1 ; Sırasıyla, temel ve birim yükleme matrisleridir.

Kritik kesitlerde kontrol edilecek akma kriterleri belirlenir. İşlemi basitleştirme amacıyla akma kriteri olarak, kesitlerdeki moment ifadelerinin, negatif veya pozitif olsun, kesitin plastik

moment kapasitesi olan M_p 'yi aşmaması şartı kısıtlayıcı olarak kullanılır.

$$-M_p \leq m \leq M_p \quad (2)$$

Doğrusal programlama problemi, Denklem (1) ve Denklem (2)'ye bağlı olarak, göçme yükü katsayısı a 'nın en büyük yapılması problemi haline gelir.

maks.

a

kısıtlayıcılar;

$$m = a \cdot B_0 \cdot f + B_1 \cdot x$$

$$-M_p \leq m \leq M_p$$

3.4 Kâgir Kemerlerde Alt-Sınır Teoreminin Uygulanması

Yöntem basitçe, belirli sayıda bloktan oluşan sistemde, denge ve akma kısıtlayıcılarına bağlı olarak, doğrusal programlama yardımıyla göçme yükü faktörünün en büyük yapılmasını amaçlamaktadır. Kemerlerde kullanılan malzemenin basınç dayanımının sonsuz olup olmadığı kabulüne bağlı olarak akma kısıtlayıcıları değişmektedir. İlk olarak taşların basınç dayanımı sonsuz kabul edilirse, sistemde s adet blok ve c adet ara yüzey olmak üzere, problem aşağıdaki gibi olacaktır;

Hedef fonksiyon; maks. a

Denge kısıtlayıcıları;

$$B \cdot q - a \cdot f_L = f_D \quad (3)$$

Akma kısıtlayıcıları;

a) Çekme gerilmesi oluşmaması şartı;

Bunun için kesitteki, basınç kuvvetinin dış merkezliği hesaplanır ($e = M/N$) ve basınç çizgisinin kesitin sınırları içinde kalıp kalmadığı kontrol edilir. Eğer basınç çizgisi kesitin sınırları içindeyse, yani $|e| \leq (b/2)$ şartı sağlanıyorsa, akma kriterlerinden ilki sağlanmış demektir [18]. Bu şart aşağıdaki gibi eşitsizlik kısıtlayıcıları formunda ifade edilebilir;

$$\left. \begin{array}{l} M_i \leq 0.5N_i \cdot b_i \\ M_i \geq -0.5N_i \cdot b_i \end{array} \right\} (i = 1, 2, \dots, c) \quad (4)$$

b) Kayma kısıtlayıcıları;

Bloklar arasındaki kesme kuvveti V , normal kuvvet N ve sürtünme katsayısı μ olmak üzere kayma kısıtlayıcıları aşağıdaki şekilde olacaktır;

$$\left. \begin{array}{l} V_i \leq N_i \cdot \mu_i \\ V_i \geq -N_i \cdot \mu_i \end{array} \right\} (i = 1, 2, \dots, c) \quad (5)$$

Burada, a göçme yükü faktörü, B doğrultu kosinüslerini içeren ($3s \times 3c$) boyutundaki denge matrisi, b bloğun kalınlığı, μ bloklar arasındaki sürtünme katsayısı, q ve f ise sırasıyla, temas yüzeylerindeki kuvvetlerin ve blok yüklerinin vektörleridir. Ayrıca, $q^T = \{N_1, V_1, M_1, N_2, V_2, M_2, \dots, N_c, V_c, M_c\}$ şeklindedir ve de f_D ve f_L sırasıyla ölü ve dış yüklerin vektörleri olmak üzere $f = f_D + a \cdot f_L$ biçimindedir.

Bu şekilde oluşturulan doğrusal programlama probleminde, ara yüzeylerdeki kuvvetler, yani N_i, V_i, M_i ve hesaplanmak istenen göçme yükü faktörü a , problemin değişkenleridir. Burada, $N_i \geq 0$ olmalıdır ve V_i, M_i ise kısıtlanmamış serbest değişkenlerdir.

Çekme oluşmaması şartı için verilen kısıtlayıcılar yalnızca taşların basınç dayanımının sonsuz olduğu kabulü yapılsa geçerlidir. Taşların basınç dayanımı sonsuz değilse taşlarda

ezilme tahkiki yapılmalıdır ve çekme kısıtlayıcıları yerine ezilme kısıtlayıcıları kullanılmalıdır. Ezilme tahkikiinde, kesitte meydana gelebilecek en büyük basınç gerilmesi değerinin, malzemenin basınç dayanımından küçük olması şartı kullanılır. Bu şart, kesitteki normal kuvvet ve moment değeri dikkate alınır, aşağıdaki eşitsizlikle ifade edilebilir [19].

$$-\bar{M} + 2\bar{N}(1 + \bar{N}) \leq 0 \quad (6)$$

Burada, $\bar{N} = N/N_p$, $\bar{M} = M/M_p$ ve $N_p = b \cdot t \cdot \sigma_c$, $M_p = 1/(4 \cdot b \cdot t^2 \cdot \sigma_c)$ şeklindedir ve b , t , σ_c ise sırasıyla, kesitin kalınlığı, derinliği ve malzemenin basınç dayanımıdır [20]. Bu durumda, Denklem (6)'dan hareketle, çekme oluşmaması kısıtlayıcılarının yerini alacak ezilme kısıtlayıcıları, aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\left. \begin{aligned} M_i &\leq N_i \left(0.5b_i - \frac{N_i}{2 \cdot \sigma_c \cdot t} \right) \\ M_i &\geq -N_i \left(0.5b_i - \frac{N_i}{2 \cdot \sigma_c \cdot t} \right) \end{aligned} \right\} i = 1, 2, \dots, c \quad (7)$$

Bununla birlikte, verilen ezilme kısıtlayıcıları doğrusal değildir. Doğrusal programlamanın kullanılabilmesi için bu kısıtlayıcıların, doğrusal kısıtlayıcıların bir serisi şekline getirilmesi gereklidir. Başlangıçta her bir ara yüzey için, çekme oluşmaması kısıtlayıcıları kullanılır ve doğrusal programlama ile bu kısıtlayıcılara bağlı bir çözüm değeri elde edilir.

Her bir ara yüzey için, son çözümden elde edilen N_i ve M_i değerleri ezilme kısıtlayıcılarında yerine konarak, kısıtlayıcıların sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir. Eğer kısıtlayıcılardan biri ihlal edilmişse, ihlal faktörü k_i hesaplanır.

Eğer, $k_i > 1$ olursa, bu durumun geçerli olduğu her bir ara yüzey için, doğrusal bir kısıtlayıcı eklenir. Bunun için, N_i değerleri kullanılarak hesaplanan M_i değerleri dikkate alınır, doğrusal olmayan ezilme kısıtlayıcısına bu noktalardan teğetler çizilir ve bu teğetlerin denklemleri doğrusal kısıtlayıcı olarak, ezilme kısıtlayıcılarının yerine kullanılır. Eklenen yeni doğrusal kısıtlayıcılar ile yeniden bir çözüm yapılarak yapılan işlemler, $k_i < 1$ şartı sağlanan kadar tekrarlanır [19].

3.5 Kâgir Kemerlerin Alt-Sınır Teoremi ile Analizi

Matlab kullanılarak geliştirilen programın içerdiği algoritmanın temel adımları aşağıda açıklanmıştır.

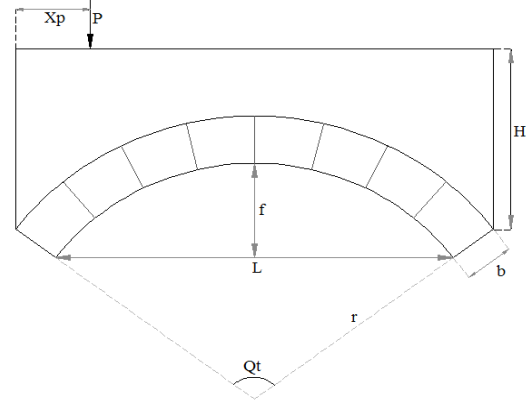
3.5.1 Veri Girişi

Oluşturulan program, ilk olarak analiz için gerekli olan verilerin girilmesini istemektedir. İhtiyaç duyulan bu değerler aşağıda verilmiştir.

- Köprü geometrisinin oluşturulması için gerekli parametreler;
 - Kemer açıklığı (L), kemer yüksekliği (f), kemer üst dolgusunun yüksekliği (H), kemerin kalınlığı (b), köprünün genişliği (w), kemerin içerdiği blok sayısı (s),
- Ölü yüklerin belirlenmesi için gerekli parametreler ve dış yükün uygulanma noktası;
 - Kemerde kullanılan malzemenin (taş, tuğla vb.) birim hacim ağırlığı (G_s), kemer üst dolgusunda kullanılan malzemenin birim hacim ağırlığı (G_b), dış yükün uygulama noktası (X_p),
- Akma kısıtlayıcıları için gerekli parametreler;
 - Bloklar arasındaki sürtünme katsayısı (μ) ve kemerde kullanılan malzemenin basınç dayanımı (σ_c).

3.5.2 Kemer Geometrisinin Oluşturulması

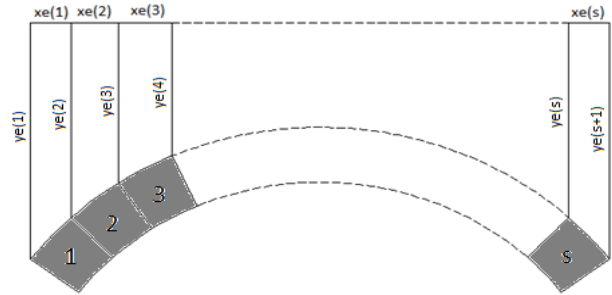
Veri girişi yapıldıktan sonra, program öncelikle analizde kullanılacak geometrik parametreleri belirlemektedir. Kemerin şeklinin "dairesel kemer" olduğu kabulü yapılmıştır. Bu nedenle öncelikle iç yayın (kemer karnının) merkezi belirlenmekte ve daire yayının yarıçapı (r) ve merkezden yaya bakan toplam açı (Q_t) hesaplanmaktadır. Sonra her bir ara yüzeyin kemer karnı ve kemer sırtına temas ettiği noktaların koordinatları tespit edilmektedir. Köprünün genel geometrisi Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2: Programda kullanılan genel köprü geometrisi.

3.5.3 Dolgu Parçalarının Alanlarının Hesaplanması

Kemer köprünün üzerine ölü yük olarak etkiyecek olan dolgu ağırlığının belirlenebilmesi için her bir bloğun üzerinde kalan dolgu ağırlığı ayrı ayrı hesaplanmıştır (Şekil 3). Dolgu parçalarının her birinin yamuk şeklinde olduğu kabulüyle alanları ve ağırlık merkezleri hesaplanmıştır.



Şekil 3: Kemer bloklarının üzerindeki dolgu parçaları.

3.5.4 Blokların Alanlarının ve Ağırlık Merkezlerinin Hesaplanması

Kemerdeki her bir bloğun alanı, kemerin eşit parçalara ayrıldığı kabulünden dolayı birbirine eşit olacaktır. Bu nedenle kemerin toplam alanı hesaplanmış ve blok sayısına bölünmüştür.

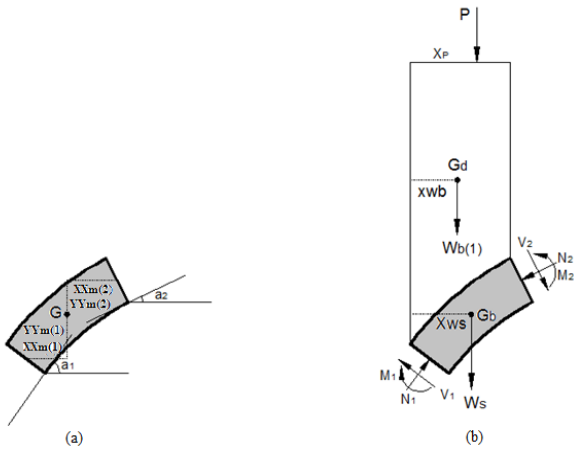
3.5.5 Ölü Yüklerin Hesaplanması

Geometrik parametreler belirlendikten sonra, blokların ve dolgu parçalarının ağırlıkları hesaplanmaktadır. Her bir blok için, bloğun ve bloğun üstündeki dolgu parçasının ağırlığı, bloğa hesaplanan ağırlık merkezlerinden ölü yük olarak etki ettirilmiştir.

3.5.6 Denge Kısıtlayıcılarının Oluşturulması

Rijit-blok analiz metodunun alt-sınır teoremi kullanılarak uygulanmasında, sağlanması gereken iki koşuldaki ilk denge şartıdır. Bu nedenle her bir bloğun dengesi dikkate alınarak denge kısıtlayıcılarını içeren matris oluşturulmuştur. Şekil 4'te gösterilen bloğun dengede olması için, statik denge eşitlikleri sağlanmalıdır.

Şekil 4'e bağlı olarak klasik denge denklemleri yazıldığında, bilinmeyenler, birinci ve ikinci ara yüzlerde yer alan, kesme kuvvetleri (V_1 ve V_2), normal kuvvetler (N_1 ve N_2), momentler (M_1 ve M_2) ve de uygulanan dış yük olan (P) değeridir. Hesaplanmak istenen bu değerlerin katsayıları, doğrusal programlamada kullanılacak matrislere atanmaktadır.



Şekil 4: Birinci bloğun denge durumu için kuvvetler ve mesafeler.

3.5.7 Akma Kısıtlayıcılarının Oluşturulması

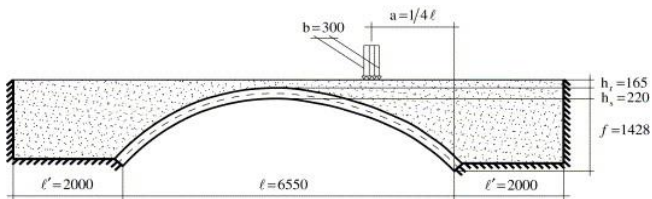
Denge şartı sisteme uygulandıktan sonra, her bir ara yüzeye akma kriterleri uygulanır. Basınç dayanımının sonsuz olması halinde dikkate alınan akma kriterleri, kayma kriteri ve çekme gerilmesi oluşmaması kriteridir. Basınç dayanımı sonsuz olmaması halinde yukarıda anlatılan yöntem uygulanmaktadır.

Denge kriterinden ve akma kriterlerinden elde edilen eşitlik ve eşitsizlik kısıtlayıcılarının matrisleri, ayrı matrisler altında birleştirilir ve doğrusal programlama formatına uygun hale getirilerek analiz yapılır.

4 Araştırma Bulguları ve Tartışma

4.1 Prestwood Köprüsü'nün Analizi

İngiltere'de ki tek açıklıklı, genişliği 3.8 m olan Prestwood Köprüsü'nün, deneysel araştırmalar amacıyla, TRL tarafından göçme testi yapılmış ve göçme yükü 228 kN olarak bulunmuştur. Mafsal mekanizmasıyla göçtüğü belirlenen köprünün genel geometrisi Şekil 5'te gösterilmiştir [21].



Şekil 5: Prestwood Köprüsü'nün geometrisi [21].

Kemerin üzerindeki dolgu malzemesinin ve kederde kullanılan malzemenin birim hacim ağırlığının 20 kN/m³, keder malzemesinin basınç dayanımının ise 4.5 MPa olduğu belirtilmiştir [21]. Köprünün, geliştirilen programda modellenmesinde yukarıda verilen değerler kullanılmıştır. Ayrıca analiz için gerekli olan, bloklar arasındaki sürtünme katsayısı ve kemeri oluşturan blok adedi, sırasıyla 1 ve 20 olarak alınmıştır. Burada blok adedi tamamen keyfi bir tercih olup, sürtünme katsayısı, kemeri mafsal mekanizması ile göçtüğü bilindiğinden, bloklar arasında kayma oluşmaması için büyük bir değer olarak alınmıştır. Yapılan analiz sonucunda, kemeri göçme yükü P=252.065 kN olarak bulunmuştur. Bu değer, gerçek göçme yükü değerinden yaklaşık %10.56 daha büyük bir değerdir. Göçme yükleri arasındaki bu farkın aşağıdaki nedenlerden kaynaklandığı düşünülmektedir;

- Öncelikle, geliştirilen programda, keder üst dolgunun keder üzerindeki yatay basınç etkisi dikkate alınmamıştır,
- Programda, üst dolgunun yüzeyinden uygulanan yük, keder üzerine aynı doğrultuda etki ettirilmiş, dolgunun yükü keder üzerine dağıtıcı etkisi dikkate alınmamıştır. Bu durumun, hesaplanan göçme yükü değerinin etkilediği bilinmektedir,
- Gerçekte kemere uygulanan 30 cm genişliğindeki ve keder genişliği boyunca etkiyen yük yerine, 2-boyutlu olarak yapılan analizde noktasal bir yük uygulanmıştır.

4.2 Örnek Bir Köprünün Analizlerinin Ring 2.0 Programı ile Karşılaştırılması

Boyutları ve malzeme özellikleri keyfi olarak seçilmiş bir keder köprü, geliştirilen program ve Ring 2.0 programı ile analiz edilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. Analizi yapılan köprünün genel özellikleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Örnek köprünün geometrisi ve malzeme özellikleri.

Köprünün Genel Özellikleri	
Kemerin Açıklığı (L)	4 m
Kemerin yüksekliği (f)	1 m
Keder Üst Dolgu yüksekliği (H)	2.5 m
Keder Kalınlığı (b)	0.5 m
Köprü Genişliği (w)	2 m
Keder Malzemesinin Birim Hacim Ağırlığı (G_s)	25 kN/m ³
Dolgu Malzemesinin Birim Hacim Ağırlığı (G_b)	20 kN/m ³
Kemer Oluşturan Blok Sayısı (s)	20
Temas Yüzeylerinin Sürtünme Katsayısı (μ)	0.4

Yapılan çalışmada keder üst dolgunun, dış yükün keder üzerindeki dağılımına etkisi dikkate alınmadığından bu etki Ring 2.0 programında da analize dâhil edilmemiştir. Analizler ilk olarak, keder bloklarının basınç dayanımlarının sonsuz olduğu kabulüyle, sonra farklı basınç dayanımına sahip olmaları durumunda yapılmıştır.

- Blokların basınç dayanımının sonsuz olması durumu; İlk analizler, keder malzemesinin basınç dayanımının sonsuz olduğu kabulü ile yükün farklı noktalardan uygulanması ile yapılmış ve göçme yükü değerlerinin birbirine çok yakın çıktığı görülmüştür. Elde edilen sonuçlar Tablo 2'de verilmiştir.
- Blokların farklı basınç dayanımlarının olması durumu;

Aynı kemer köprünün analizi, blokların farklı basınç dayanımlarına sahip olması durumu dikkate alınarak yapıldığında Tablo 3'te gösterilen sonuçlar elde edilmiştir.

Basınç dayanımının 2000 kN/m² olması durumunda, ilk yükleme için elde edilen göçme değeri, Ring 2.0'dan elde edilen değerden %11.25, ikinci yükleme durumu için ise %5.45 daha büyüktür. Basınç dayanımı 1000 kN/m² olduğunda ise programdan elde edilen sonuçlar Ring 2.0 sonuçlarından sırasıyla, %13.8 ve %7.11 daha büyük çıkmıştır.

Basınç dayanımı sonsuz olmadığında göçme yüklerinde görülen bu farklılığın, Ring 2.0 programında dikkate alınan farklı göçme mekanizmalarının etkisiyle olduğu düşünülmektedir.

Tablo 2: Sonsuz basınç dayanımı durumunda farklı yükleme noktaları için göçme yüklerinin karşılaştırılması.

Yükün Etkime Noktası	Yük Koordinatları (m)	Göçme Yükü Değerleri (kN)	
		Ring 2.0	Program
Xp	1.2	525.13	525.38
	2.3	614.04	614.33

Tablo 3: Farklı basınç dayanımları için farklı yükleme noktalarından elde edilen göçme yüklerinin karşılaştırılması.

Basınç Dayanımı (σ_c)	Yük Koordinatları (m)	Göçme Yükü Değerleri (kN)	
		Ring 2.0	Program
2000 kN/m ²	1.2	470.45	525.38
	2.3	582.59	614.33
1000 kN/m ²	1.2	305.74	347.94
	2.3	356.85	382.20

5 Sonuç ve Öneriler

Çalışma kapsamında geliştirilen programla yapılan analizlerden elde edilen sonuçların, programın oluşturulmasında yapılan kabuller de dikkate alındığında, gerçek değerlere kabul edilebilir yakınlıkta çıktığı düşünülmektedir. Bu çalışmayla temeli oluşturulan bu programın, aşağıda sıralanan eklemeler ve değişikliklerle geliştirilmesi mümkündür.

- Farklı kemer şekilleri de modellenilebilir. Ayrıca köprünün geometrik olarak daha serbest bir şekilde modellenebilmesi sağlanabilir ve kemere ölü yük olarak etkiyen kemer üst dolgusunun kemer üzerindeki yatay basınç etkisi, dış yükü kemer üzerine dağıtma özelliği ve kemerle arasındaki sürtünme durumu analize dâhil edilebilir. Yükün kemer üzerine dağıtılmasında farklı yaklaşımlar (üniform, boussinesq vb.) kullanılabilir,
- Bloklar arasındaki sürtünme davranışı farklı modeller kullanılarak tanımlanabilir ve doğrusal olmayan ezilme kısıtlayıcılarının doğrusallaştırılmasında farklı yöntemler kullanılabilir,
- Noktasal olarak etkiyen yük yerine farklı yükler tanımlanabilir ve aynı anda birden fazla yük uygulanabilir ve kemer ayakları modellenerek analize dâhil edilebilir. Çok açıklıklı kemer köprülerin analizi yapılabilecek şekilde program geliştirilebilir.

6 Kaynaklar

- Toker S, Ünay Aİ. "Mathematical Modelling and Finite Element Analysis of Masonry Arch Bridges". *Gazi University Journal of Science*, 17(2), 129-139, 2004.
- Ng KH. Analysis of Masonry Arch Bridges. Ph.D.Thesis, Napier University, Edinburgh, UK, 1999.
- Huerta S. "The Use of Simple Models in the Teaching of the Essentials of Masonry Arch Behavior". *Theory and Practice of Construction: Knowledge, Means, Models*, Ravenna, Italy, 2005.
- Block P. Equilibrium Systems Studies in Masonry Structures. MSc Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, USA, 2005.
- Huerta S. "Mechanics of Masonry Vaults: The Equilibrium Approach". *Proceedings of Historical Constructions*, 47-69, Guimaraes, Portugal, 2001.
- Block P, Ciblac T, Ochsendorf J. "Real-Time Limit Analysis of Vaulted Masonry Buildings". *Computers and Structures*, 84, 1841-1852, 2006.
- Celasun H. *Betonarme Köprüler ve Hesap Metotları*. İstanbul, Türkiye, Çağlayan Kitabevi, 1974.
- Thavalingam A, Bicanic N, Robinson JI, Ponniah DA. "Computational Framework for Discontinuous Modelling of Masonry Arch Bridges". *Computers and Structures*, 79(19), 1821-1830, 2001.
- Özer O. Assessment of Masonry Arch Bridges by Mechanism Method. MSc Thesis, Boğaziçi University, İstanbul, Türkiye, 2006.
- Anonymous. "Department of Transport: Departmental Advice Note BA 16/97". *The Assessment of the Highway Bridges and Structures*, 3(4), London, UK, 2001.
- Hughes TG, Blackler MJ. "A Review of the UK Masonry Arch Assessment Methods". *Proceeding of the Institution of Civil Engineers: Structure and Buildings*, 122(3), 305-315, 1997.
- Kanıt R, Işık NS. "Tuğla Kemerlerin Deneysel Davranışı ve Bilgisayar Modeli Analizleri". *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 22(1), 13-20, 2006.
- Toth AR, Orban Z, Bagi K. "Discrete Element Analysis of a Stone Masonry Arch". *Mechanics Research Communications*, 36(4), 469-480, 2009.
- Ghali A. *Structural Analysis: A Unified Classical and Matrix Approach*. London, UK, Chapman and Hill, 1989.
- Wong MB. *Plastic Analysis and Design of Steel Structures*. Oxford, UK, Elsevier Ltd, 2009.
- Kaymaz İ. Optimizasyon Teknikleri Dersi Ders Notları. Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye, 2006.
- Loi FT. *Limit Analysis by Linear Programming*. Editor: Wong, MB. Plastic Analysis and Design of Steel Structures, 163-193, Oxford, UK, Elsevier Ltd, 2009.
- Gilbert M. "Limit Analysis Applied to Masonry Arch Bridges: State-of-the-Art and Recent Developments". *The 5th International Conference on Arch Bridges*, Madeira, Portugal, 2007.
- Anonymous. "Ring 2.0 Theory and Modelling Guide, version 2.0h". UK, 2009.
- Cavicchi A, Gambarotta L. "Lower Bound Limit Analysis of Masonry Bridges Including Arch-Fill Interaction". *Engineering Structures*, 29(11), 3002-3014, 2007.
- Cavicchi A, Gambarotta L. "Collapse Analysis of Masonry Bridges Taking into Account Arch-Fill Interaction". *Engineering Structures*, 27(4), 605-615, 2005.