



Simulação da propagação de poluentes em meio aquático utilizando redução de ordem

Vinicius Gadis RIBEIRO, Jorge Rodolfo Silva ZABADAL, Renato Letizia GARCIA and Flávio Tadeu VAN der LAAN

Resumo— Neste trabalho, é apresentado um novo método analítico para a resolução de problemas em poluição aquática. O método realiza a simulação utilizando duas restrições diferenciais de primeira ordem, a partir das quais são encontradas transformações auto-Bäcklund para a equação advectivo-difusiva bidimensional em regime estacionário. A principal característica da formulação proposta consiste no reduzido tempo de processamento necessário para a obtenção das soluções analíticas. Resultados das simulações numéricas são apresentados em formato gráfico.

Index Terms— Modelagem matemática, Simulação, Dispersão de poluentes, processamento algébrico, Transformações Lie-Bäcklund.

I. INTRODUÇÃO

Nas últimas três décadas, o interesse no estudo de dispersão de contaminantes em meio aquático tem aumentado consideravelmente em consequência dos problemas ambientais causados tanto pelo aumento da população, quanto pelo desenvolvimento industrial e tecnológico. Os rios são utilizados como o destino final dos resíduos resultantes das atividades humanas, os quais, na maioria das vezes, são lançados *in natura* em suas águas - ou seja, sem qualquer tipo de tratamento.

Vinicius Gadis RIBEIRO, Centro Universitário Ritter dos Reis - UniRitter, Faculdade de Informática, Rua Orfanotrófio, 555, Alto Teresópolis, 90-840-440, Porto Alegre, RS, Brasil, fax (51) , vinicius@uniritter.edu.br.

Jorge Rodolfo Silva ZABADAL, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Departamento de Engenharia Nuclear, Av. Oswaldo Aranha, 99, 4º andar, Centro, 90046-900 Porto Alegre, RS, Brasil, jorge.zabadal@ufrgs.br.

Renato Letizia GARCIA Universidade Estadual do Rio Grande do Sul - UERGS, Curso de Engenharia de Energia, R. Inconfidentes, 395, Novo Hamburgo, 93340-140 Porto Alegre, RS, Brasil, renato-garcia@uergs.edu.br.

Flávio Tadeu VAN der LAAN - Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Departamento de Engenharia Nuclear, Av. Oswaldo Aranha, 99, 4º andar, Centro, 90046-900 Porto Alegre, RS, Brasil, ftvdl@ufrgs.br.

Durante o ciclo hidrológico, a água sofre alteração na sua qualidade. Tal fato ocorre nas condições naturais, como resultado das inter-relações dos recursos hídricos e o ambiente. Estes cursos d'água possuem a capacidade de autodepuração, desde que as cargas poluidoras respeitem o potencial depurador desse manancial e permitam a manutenção da vida biológica. Fora destes limites, a qualidade de suas águas encontra-se comprometida.

A avaliação do nível de poluição de um curso d'água é, atualmente, uma atividade essencial para o controle e planejamento do uso dos recursos hídricos; bem como para a adoção de medidas de controle e tratamento de efluentes industriais e domésticos, visando, em última análise, a preservação do ecossistema aquático e a melhoria da saúde e qualidade de vida da população. A verificação e medição dos parâmetros de qualidade da água é a principal ferramenta utilizada nesta avaliação, onde os principais parâmetros analisados são oxigênio dissolvido (OD), demanda bioquímica de oxigênio (DBO), nitrogênio e fósforo e coliformes.

O nível de bactérias coliformes tem sua importância relacionada ao controle de doenças transmissíveis e à saúde pública. Ao passo que as concentrações de OD e DBO dizem respeito ao equilíbrio do ecossistema aquático e à sobrevivência de espécies animais e vegetais presentes no ambiente hídrico. Já o nitrogênio e fósforo totais, encontrando-se em excesso nas águas, contribuem consideravelmente para o processo de eutrofização. A eutrofização é produzida pelo nível elevado de nutrientes, tais como fósforo e nitrogênio e produz uma série de consequências adversas que podem prejudicar o uso da água para os mais diversos fins. Este problema vem se tornando mais crítico devido à alta presença de tais nutrientes em efluentes industriais e municipais que escoam para rios e reservatórios, impactando esses sistemas.

O objetivo do presente trabalho é apresentar um novo método analítico para a obtenção de soluções exatas para a equação advectivo-difusiva - que descreve a dispersão de poluentes no meio aquático - em coordenadas cartesianas. A partir desse novo método analítico é possível obter a distribuição de concentrações das substâncias de interesse

I. JUSTIFICATIVA

A simulação de uma situação - futura ou potencial -, a partir de um modelo matemático de qualidade da água, é um instrumento fundamental no planejamento e gestão de um sistema hídrico. Os resultados obtidos nestas simulações podem servir, inclusive, de subsídios para a realização de estudos de impactos ambientais. Os modelos matemáticos de transporte são ferramentas cada vez mais procuradas e utilizadas na gestão da qualidade da água [6; 9; 14], como instrumento de apoio à tomada de decisões no que diz respeito a duas classes de cenários típicos de interesse do ponto de vista ambiental:

- i. no caso de acidentes ocorridos durante o transporte de cargas tóxicas são tomadas decisões relativas aos processos de contenção, tratamento ou remoção dos despejos, de acordo a área atingida, o respectivo tempo de residência e a concentração junto a pontos críticos, tais como trechos balneáveis da orla e pontos de captação de água bruta para consumo humano;
- ii. no planejamento de redes de esgoto, a tomada de decisões se refere á realocação de cargas, a fim de explorar o potencial de auto-depuração do corpo hídrico, sem que se faça necessário recorrer à construção de estações de tratamento; na impossibilidade de explorar o potencial de auto-depuração, a tomada de decisão se refere ao tipo de tratamento necessário para atenuar os efeitos deletérios da ação das cargas, levando em consideração os pontos críticos referenciados no item anterior.

O tempo de simulação requerido pelos sistemas de simulação é de crucial importância na tomada de decisões, uma vez que os cenários de interesse devem ser simulados em uma fração do tempo no qual ocorre o fenômeno real, isto é, a dispersão do poluente no corpo hídrico. Conseqüentemente, o emprego de sistemas de simulação de dispersão de poluentes em meio aquático, com o objetivo de fornecer subsídios para a tomada de decisões em situações emergenciais, só se torna realmente viável se o tempo de processamento requerido for suficientemente reduzido para que as ações efetivas de mitigação do impacto ambiental possam ser realizadas em tempo hábil.

No caso específico do planejamento de redes de esgoto, o tempo de processamento também é decisivo, uma vez que se torna necessário simular centenas de cenários oriundos das diversas combinações relativas à realocação e tratamento de cargas de esgoto.

(nitrogênio, fosfato, coliformes e outros) diretamente através da função corrente e do potencial velocidade, possibilitando a solução em tempo real. Uma das principais vantagens do método proposto é a sua aplicação em geometrias complexas, típica de corpos hídricos bidimensionais (lagos e estuários).

Para o desenvolvimento deste método analítico foi empregado o sistema de computação algébrica Maple V.

Diversos métodos analíticos, numéricos e híbridos para resolver a equação advectivo-difusiva podem ser encontrados na literatura [23], mas ainda não são conhecidas soluções analíticas para diversos problemas de grande interesse em engenharia ambiental.

Os métodos numéricos usualmente empregados na resolução de equações diferenciais parciais [3; 7; 10; 13; 15] - diferenças finitas, volumes finitos, elementos finitos [16; 17; 18] e outros [11; 15] - geralmente fornecem excelentes resultados para problemas de transporte advectivo-difusivo. Porém, em geral, demandam alto custo computacional devido à grande quantidade de memória e ao elevado tempo de processamento requerido. Simuladores que utilizam formulações explícitas em diferenças finitas têm boa velocidade de processamento e necessitam de quantidade de memória aceitável no tratamento de problemas em domínios retangulares [4]. Domínios mais complexos requerem a geração de malhas com densidade variável [5; 8]. Simuladores que utilizam formulações em elementos finitos possuem, em geral, geradores automáticos de malha, contornando satisfatoriamente o problema. Entretanto, para problemas bidimensionais produzem sistemas algébricos de ordem demasiadamente elevada [10].

Nos últimos cinco anos, algumas formulações analíticas baseadas em simetrias de Lie [2; 12] e *split* foram desenvolvidas com o intuito de obter soluções em forma fechada para equações advectivo-difusivas que descrevem a propagação de poluentes na água e na atmosfera [19;21]. Nessas formulações, são utilizados grupos de Lie - regras para a manipulação de exponenciais de operadores e mapeamento entre equações diferenciais com o objetivo de transformar soluções exatas, mas particulares, de equações advectivo-difusivas em novas soluções exatas contendo maior número de elementos arbitrários e, portanto capazes de satisfazer condições de contorno que descrevem cenários físicos típicos de problemas de propagação de poluentes em corpos hídricos com formato arbitrário [19; 20; 21; 22].

O método analítico aqui apresentado utiliza as ferramentas descritas no parágrafo anterior, obtendo soluções exatas que possibilitam avaliar a dispersão de contaminantes no Lago Guaíba, requerendo um tempo de processamento muito reduzido.

II. METODOLOGIA

Os problemas de maior interesse em poluição aquática são divididos em dois conjuntos de cenários típicos de dispersão de poluentes. O primeiro conjunto de cenários descreve problemas de deriva de mancha, isto é, cenários transientes nos quais um despejo instantâneo é efetuado em um determinado local do corpo hídrico, produzindo uma mancha

que é transportada pela correnteza, sofrendo simultaneamente difusão e eventualmente degradação, evaporação ou precipitação. O segundo conjunto de cenários é descrito por problemas tipicamente estacionários nos quais dutos de esgoto e de transporte de substâncias químicas efetuam o lançamento de carga contínua num determinado local do corpo hídrico produzindo uma pluma. A equação advectivo-difusiva bidimensional em regime transiente, que rege a propagação de poluentes em meio aquático para ambos os cenários é dada por

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} - D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) + kC = 0 \quad (1)$$

sujeita a condições de contorno de segunda espécie, a saber:

$$\frac{\partial C}{\partial n} = 0 \quad (2)$$

onde n representa a coordenada normal ao contorno do domínio. Essa condição de contorno prescreve a reflexão do poluente junto à interface sólido-líquido representada pelas margens do corpo hídrico.

Para o caso no qual o campo de velocidades não varia significativamente com o tempo, o único efeito transiente sobre a distribuição de concentrações se deve a cinética de degradação, evaporação, sedimentação ou a redissolução do componente. Deste modo a equação pode ser reescrita como um sistema de duas equações diferenciais que regem respectivamente, a cinética e o transporte advectivo-difusivo:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + kC = 0 \quad (3)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} - D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (4)$$

A primeira equação do sistema pode ser resolvida via separação de variáveis e integração direta, enquanto a segunda sofrerá um processo de redução de ordem baseado em gênese e transformação auto-Bäcklund.

Para resolver a primeira equação do sistema, é suficiente efetuar uma separação de variáveis,

$$\frac{\partial C}{C} = -k \partial t \quad (5)$$

Integrando ambos os membros, resulta:

$$\ln C = -kt + \ln g(x, y) \quad (6)$$

onde g(x,y) é uma função arbitrária. Exponenciando ambos os membros, temos:

$$C = g(x, y)e^{-kt} \quad (7)$$

A função g(x,y), por sua vez, é solução exata da segunda equação do sistema. De fato, substituindo 7 em 4, resulta:

$$\left[u \frac{\partial g}{\partial x} + v \frac{\partial g}{\partial y} - D \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} \right) \right] e^{-kt} = 0 \quad (8)$$

Uma vez que a exponencial presente na equação 8 não pode ser nula, o conteúdo entre colchetes deve ser igual a zero:

$$u \frac{\partial g}{\partial x} + v \frac{\partial g}{\partial y} - D \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} \right) = 0. \quad (9)$$

Resta, portanto, encontrar soluções exatas para a respectiva equação em regime estacionário, dada por:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} - D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) = 0, \quad (10)$$

uma vez que as equações 9 e 4 são idênticas.

O método proposto baseia-se na fatoração da equação advectivo-difusiva estacionária em forma matricial, resultando na obtenção de duas restrições diferenciais de primeira ordem, dadas por:

$$DC_x = uC + Df_y \quad (11)$$

$$DC_y = vC - Df_x \quad (12)$$

Desta forma, uma vez obtida a função f, ou seja, ao menos uma solução particular da equação (1) torna-se possível resolver o sistema formado pelas equações 10 e 11, encontrando a função C(x,y). Como as equações auxiliar e alvo são as mesmas, o processo iterativo para determinar C(x,y) pode ser evitado, considerando que essa função pode ser substituída no lugar de f no sistema. Assim, as restrições diferenciais podem ser reescritas como:

$$DC_x = uC + DC_y \quad (13)$$

$$DC_y = vC - DC_x \quad (14)$$

O processo de resolução deste sistema é imediato. Isolando DC_y na equação 13 obtém-se:

$$DC_y = DC_x - uC \tag{15}$$

Substituindo o resultado obtido na equação 14, as derivadas em relação a y são eliminadas:

$$2DC_x - (u + v)C = 0 \tag{16}$$

Esta equação pode ser resolvida por integração direta, resultando em:

$$C = g(y) e^{\frac{1}{2D} \int (u+v) dx} \tag{17}$$

onde g(y) é uma função arbitrária. A distribuição de concentrações assim obtida pode ser expressa em termos da função corrente e do potencial velocidade, a fim de evitar o cálculo da integral presente na equação 17. Lembrando que:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \tag{18}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \tag{19}$$

a solução dada pela equação 17 pode ser expressa da forma:

$$C = g(y) e^{\frac{\phi - \psi}{2D}} \tag{20}$$

Assim, a distribuição de concentrações pode ser obtida diretamente através de grandezas que definem o escoamento do corpo hídrico, tomado com potencial na escala geográfica de observação.

De forma análoga ao procedimento descrito para obter a solução dada pela equação 20, uma solução contendo uma função arbitrária de x pode ser produzida caso seja eliminada a derivada em relação a x no sistema formado pelas equações 13 e 14. Isolando DC_x em 13 e substituindo em 14, obtém-se:

$$DC_y = vC - uC - DC_x \tag{21}$$

ou

$$2DC_y = (v - u)C \tag{22}$$

A exemplo da equação (16), esta equação também pode ser resolvida por integração direta, resultando

$$C = h(x) e^{\frac{1}{2D} \int (v-u) dy} \tag{23}$$

onde h(x) é uma função arbitrária. Novamente, a distribuição de concentrações pode ser expressa em termos da função corrente e do potencial velocidade, a fim de evitar o cálculo da integral que figura em 23. Utilizando outra vez as equações 18 e 19, vem:

$$C = h(x) e^{\frac{\phi - \psi}{2D}} \tag{24}$$

Uma vez que a equação advectivo-difusiva é linear, a distribuição de concentrações pode ser expressa como uma combinação linear entre as soluções dadas por 20 e 24:

$$C = [g(y) + h(x)] e^{\frac{\phi - \psi}{2D}} \tag{25}$$

As funções arbitrárias g(y) e h(x), por sua vez, são especificadas localmente ao aplicar as condições de contorno de segunda espécie junto às margens, conforme mencionado anteriormente. Essas funções se tornam polinômios de grau 6, cujos coeficientes dependem da geometria do trecho de orla considerado.

III. RESULTADOS OBTIDOS

O método proposto foi empregado na simulação de cenários de dispersão de poluentes em duas regiões do Lago Guaíba: a praia do Lami e a Barra do Ribeiro. Os resultados numéricos obtidos para os valores de concentração de parâmetros de qualidade de água foram confrontados com dados experimentais obtidos em campanhas de coleta realizadas pelo Departamento Municipal de Água e Esgotos (DMAE) [1]. Esses resultados apresentaram concordância em relação aos dados de campo, com discrepâncias da ordem do desvio verificado entre os próprios dados experimentais (15 a 20%).

A figura 1 ilustra a distribuição de coliformes fecais ao longo da região da Barra do Ribeiro, município próximo a Porto Alegre. Nessa região, existe uma carga pontual lançada nas imediações de um arroio e uma carga distribuída ao longo da margem, razão pela qual surgem duas regiões desconexas - nas quais a concentração de coliformes fecais é mensurável, apesar de possuírem magnitude insignificante para afetar a balneabilidade local. O critério de balneabilidade do Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA) – Ministério do Meio Ambiente - prescreve uma concentração inferior a 1000 organismos por 100 ml de água, para a liberação do litoral como região própria para banho.

A figura 2 apresenta a distribuição de coliformes fecais na praia do Lami, na zona sul de Porto Alegre, região na qual existe basicamente uma carga pontual de vazão e concentração apreciáveis, lançada também em um arroio.

A tabela 1 apresenta os valores numéricos obtidos e os dados experimentais relativos à concentração de coliformes em alguns pontos das regiões ilustradas nas figuras 1 e 2, com suas respectivas coordenadas geográficas. No que diz respeito às fontes emissoras, cabe esclarecer que o método de simulação foi aplicado no Lago Guaíba como um todo, de

forma que foram consideradas todas as fontes emissoras cujas cargas são despejadas neste corpo hídrico.

Tabela 1 – Comparação entre valores numéricos obtidos e os valores experimentais

Ponto	Coordenadas geográficas	Valor numérico (org./100mL)	Dado experimental (org./100mL)
1	30°17'33.72"S	1293	1450
	51°17'51.39"O	-----	-----
2	30°18'5.30"S	1125	1310
	51°17'43.30"O	-----	-----
3	30°18'22.88"S	387	320
	51°16'23.53"O	-----	-----
4	30°16'19.33"S	7091	6240
	51° 7'18.59"O	-----	-----
5	30°14'57.99"S	247	260
	51° 7'24.53"O	-----	-----
6	30°15'42.95"S	2651	2820
	51° 6'28.32"O	-----	-----
7	30°16'37.72"S	821	890
	51° 6'14.39"O	-----	-----
8	30°15'47.08"S	338	390
	51° 5'4.41"O	-----	-----

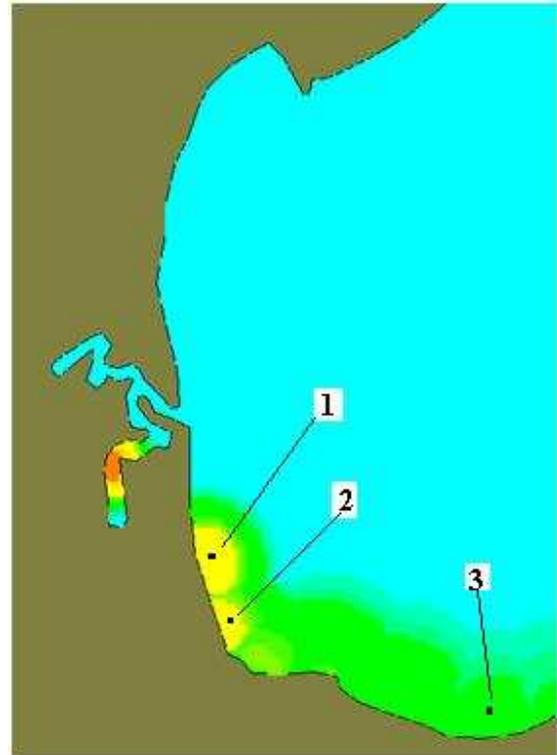


Figura 1: Distribuição de concentração de coliformes na Barra do Ribeiro

Legenda: Concentração de coliforme (organismos/100ml)

	Até 200		Entre 4000 e 10000
	Entre 200 e 1000		Entre 10000 e 50000
	Entre 1000 e 4000		Acima de 50000

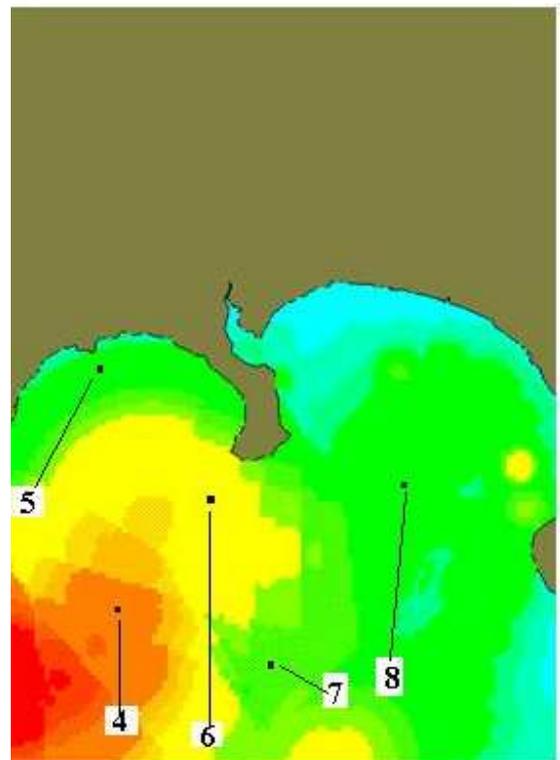


Figura 2: – Distribuição de concentrações de coliformes ao longo da praia do Lami

IV. CONCLUSÕES

O método proposto produz soluções exatas para a equação advectivo-difusiva, o que pode ser verificado facilmente

substituído a expressão obtida em (25) na equação (4). Entretanto, a principal vantagem do emprego do algoritmo proposto não reside no fato de produzir soluções rigorosamente exatas, mas de gerar resultados numéricos compatíveis com os respectivos dados experimentais em tempo muito inferior ao real. Isto é, o programa produz resultados em um período que corresponde a uma fração ínfima do tempo necessário para que o fenômeno da dispersão ocorra no corpo hídrico considerado. Como exemplo, os cenários correspondentes às figuras 1 e 2 foram produzidos em cerca de 10 minutos de execução (Acer 3.0, 1Gb de RAM, utilizando Visual Basic 6.0). Esse tempo de processamento requerido é consideravelmente inferior aos sistemas baseados em métodos numéricos, que demandam períodos de execução que, utilizando o mesmo equipamento, variam entre 48 horas e sete dias, dependendo da formulação específica. Em particular, o período de 48 horas se refere a uma formulação em diferenças finitas – método explícito com acelerador de convergência, enquanto o período de sete dias corresponde ao emprego de uma formulação baseada em elementos finitos com a mesma discretização espacial (quadrados de 100m de lado).

REFERÊNCIAS

- [1] Böhm, L (1981). *Modelo matemático de dispersão de bactérias*, Relatório técnico, Departamento Municipal de Água e Esgotos, Porto Alegre.
- [2] Bluman, G. (1989). *Symmetries and differential equations*, Springer, New York.
- [3] Carnahan, J. (1972). *Applied numerical methods*, McGraw-Hill, New York.
- [4] Casalas, A. (1996), *Aplicativo para modelação de estuários e lagos: manual de uso*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Porto Alegre.
- [5] Dhaubadel, M., Leddy, J. and Tellions, D. (1987). Finite-element analysis of fluid flow and heat transfer for staggered bundles of cylinders in cross flow, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 7, pp. 1325-1342.
- [6] Garcia, R. (1997) *Simulação da qualidade da água em regime não-permanente no Rio dos Sinos*, dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- [7] Greenspan, D. and Casuli, V. (1988) *Numerical Analysis for Applied Mathematics, Science and Engineering*, CRC Press, Florida.
- [8] Hauser, J., Paap, H e Eppel, D. (1986) *Boundary Conformed Coordinate System for Fluid Flow Problems*, Pineridge Press, Swansea.
- [9] Hantush, M., Shoemaker, L, Dai, T. and Koenig, J. (2005) *TMDL Model Evaluation and Research Needs*, Land Remediation and Pollution Control Division, National Risk Management Research Laboratory, Cincinnati, Ohio.
- [10] Maliska, C. (1995) *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, LTC Editora, Rio de Janeiro.
- [11] Mpimpas, H., Anagostopoulos, P. and Ganoulis, J. (2001) Modeling of Water Pollution in Thermaikos Gulf with Fuzzy Parameters, *Ecological Modeling*, vol 142, pp. 91-104.
- [12] Olver, P.(1993) *Applications of Lie Groups to Differential Equations*, Springer, New York.
- [13] Ortega, J. and Poole, W.(1981)*Numerical Methods for Differential Equations*. Pitman Publishing, Marshfield
- [14] Rajar, R. and Matjaz, C.(1997) Hydrodynamic and Water Quality Modeling: an Experience, *Ecological Modeling*, vol 101, pp. 195-207
- [15] Reddy, J.(1986) *Applied Functional Analysis and Variational Methods in Engineering*, McGraw-Hill, New York.
- [16] Schettini, E (1991) *Modelo Matemático Bidimensional de Transporte de Massa em Elementos Finitos com Ênfase em Estuários*, dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- [17] Silvestrini, J., Shcettini, E. and Rosauero, N. (1989) *EFAD: Código Numérico para Resolver problemas de tipo advecção-difusão pelo método dos elementos finitos*, 6º Encontro Nacional de Investigadores y Usuários Del Métodos de Elementos Finitos, San Carlos de Bariloche.
- [18] Yang, Y., Wilson, L., Makela, M. and Marcheti, M. (1998) Accuracy of Numerical Methods for Solving the Advection-diffusion Equation as Applied to Spore and Insect Dispersal, *Ecological Modeling*, vol. 109, pp. 1-24.
- [19] Zabadal, J. and Poffal, C (2004). *Solução da equação de difusão multidimensional utilizando simetrias de Lie: Simulação da dispersão de poluentes na atmosfera*, Encontro Nacional de Ciências Térmicas (ENCIT), Rio de Janeiro.
- [20] Zabadal, J. , Poffal, C. and Vilhena, M. (2004). *Solução analítica da equação advectivo-difusiva cartesiana bidimensional utilizando simetrias de Lie* – XXVII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC), Porto Alegre.
- [21] Zabadal, J , Vilhena, M., Bogado, S and Poffal, C. (2005). Solving Unsteady Problems in Water Pollution Using Lie Symmetries, *Ecological Modeling*, v. 186, pp. 271-279.
- [22] Zabadal, J , Poffal, C. and Bogado, S. (2005). *Closed form solutions for Water Pollution Problems*, XXV Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE), Recife.
- [23] Zwillinger, D. (1997), *Handbook of Differential Equations*, Academic Press, San Diego.

Vinicius Gadis Ribeiro possui graduação em Ciências Náuticas pelo Ministério da Marinha (1984), graduação em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (1994), mestrado em Administração pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (1997) e doutorado em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2005). Atualmente é professor adjunto das Faculdades de Administração e de Informática do Centro Universitário Ritter dos Reis e professor adjunto dos cursos de Administração e de Sistemas de Informação da Faculdade Cenecista Nossa Senhora dos Anjos. É Professor do Mestrado em Design do Centro Universitário Ritter dos Reis, da disciplina de Tecnologias e Inovação. Tem experiência na área de Segurança Computacional - sub-áreas Segurança da Informação e da Web -, na área de Métodos de Pesquisa - sub-área de Análise de Dados Quantitativos -, no emprego de Modelos Matemáticos em Fenômenos Naturais e em Sistemas de Informação, atuando principalmente nos seguintes temas: Segurança na Web, Criptografia, Redes de computadores, Simulação e sistemas de detecção de intrusão. Suas áreas de interesse incluem ainda a Computação Algebrica, Métodos de Pesquisa em Computação e a Simulação Computacional de Fenômenos ocorridos em Ambientes Naturais. Atua, ainda, como avaliador do INEP.

Jorge Rodolfo Silva Zabadal possui graduação em Engenharia Química pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (1987), mestrado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (1990) e doutorado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (1994). Atualmente é Professor Adjunto da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Tem experiência na área de Engenharia Mecânica, com ênfase em Fenômenos de Transporte. Atua principalmente nos seguintes temas: Transporte de Nêutrons, Método Nodal, Equação SN.

Renato Letizia Garcia possui doutorado em Engenharia pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PROMEC), concluído em abril de 2009, e Mestrado em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental (IPH) pela UFRGS (1997). Desenvolve trabalhos na área de Engenharia Ambiental, principalmente na Dispersão de Poluentes em Meio Aquático. Tem experiência na área de Química Ambiental, Fenômenos de Transportes e Processos Industriais.

Flávio Tadeu Van der Laan possui graduação em Engenharia Elétrica Opção Eletrônica pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (1971), mestrado em Engenharia pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

(1996) e doutorado em Engenharia Instrumentação Eletro Eletrônica pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2001). Atualmente é professor associado da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e pesquisador líder do grupo GNUC (Grupo de pesquisas, aplicações e treinamento Nuclear). Tem experiência na área de Engenharia Nuclear, com ênfase em Instrumentação Nuclear, Aplicações de Radioisótopos, atuando principalmente nos seguintes áreas: Detecção de Partículas Nucleares, Mecânica dos Fluidos, Visualização de Escoamentos, PIV: Velocimetria por Imagem de Partículas, Processamento de Imagens, e Telecomunicações.