

Convection mixte lors de l'écoulement d'un fluide de Bingham au sein d'une conduite cylindrique horizontale

Nabila LABSI ^a *, Welid BERABOU ^a , Youb Khaled BENKAHLA ^a ,
Meriem AKKAR ^a , Assia MANSOURI ^a

^a Laboratoire des Phénomènes de Transfert, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, USTHB, BP. 32 El Alia, Bab Ezzouar 16111, Alger, Algérie

ARTICLE INFO

Article history :

Received September 2014
Accepted January 2015

Keywords :

Fluide viscoplastique ;
Fluide de Bingham ;
Convection mixte ;
Conduite horizontale ;
Méthode des volumes finis.

ABSTRACT

La présente étude traite du transfert thermique en mode de convection mixte lors de l'écoulement d'un fluide viscoplastique de Bingham au sein d'une conduite cylindrique horizontale à section droite circulaire, maintenue à température constante et uniforme. Le travail numérique, basé sur la méthode des volumes finis, se focalise sur l'impact de l'intensité des forces de poussée sur le comportement hydrodynamique et thermique de l'écoulement. Les résultats montrent que la structure de l'écoulement se modifie avec l'augmentation du nombre de Grashof. Cette augmentation entraîne l'amélioration du transfert thermique et l'augmentation de la perte de charge et ce, dans la zone intermédiaire de la conduite.

©2015 LESI. All right reserved.

1. Introduction

Le transfert thermique par convection entre des parois et un fluide est un processus par lequel l'énergie est échangée sous forme de chaleur grâce au gradient de températures qui peut exister entre ces deux milieux. Ce gradient donne naissance à une nouvelle force (poussée d'Archimède). En fait, la différence de température aura pour conséquence une modification de la densité, déclenchant ainsi un mouvement au sein du fluide du fait de la poussée d'Archimède dont il faudra tenir compte dans l'établissement du bilan total des forces appliquées à une particule fluide en mouvement.

Plusieurs études ont considéré le cas de la convection mixte lors de l'écoulement des fluides newtoniens. Orfi et al. [1] ont étudié numériquement le transfert thermique en mode de convection mixte lors de l'écoulement stationnaire et laminaire de l'eau à l'intérieur d'une conduite inclinée par rapport à l'horizontale et maintenue à flux thermique

*Email : nabilalabsi@yahoo.fr

constant et uniforme. Les auteurs ont noté une amélioration du transfert thermique et une augmentation de la contrainte de cisaillement pariétale par rapport à un écoulement forcé pur et ce, pour différentes valeurs du nombre de Grashof et de l'inclinaison de la conduite. Hwang et al. [2] ont entrepris une étude numérique sur la convection mixte lors de l'écoulement laminaire d'un fluide newtonien incompressible à l'intérieur d'une conduite cylindrique horizontale et isotherme et ce, en négligeant la dissipation visqueuse et en considérant un nombre de Grashof élevé et des nombres de Prandtl et de Peclet faibles. Les résultats obtenus ont permis d'établir une corrélation donnant le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh, avec une erreur de l'ordre de 1,4%.

Peu de travaux ont traité le cas de la convection mixte lorsqu'il s'agit d'un fluide viscoplastique. Nouar [3] a étudié les caractéristiques de la convection mixte lors de l'écoulement d'un fluide de Herschel-Bulkley dans une conduite horizontale en considérant de grandes valeurs du nombre de Peclet. Les résultats montrent que l'influence des paramètres rhéologiques sur l'intensité des écoulements secondaires est due à la présence de trois effets : la variation du taux de cisaillement à la paroi qui contrôle la couche limite mince thermique, la variation de la fluidification du fluide et la variation de la largeur de la zone cisailée.

La présente étude traite du transfert thermique en mode de convection mixte lors de l'écoulement d'un fluide viscoplastique de Bingham au sein d'une conduite cylindrique horizontale maintenue à température pariétale uniforme. L'étude se focalise sur l'effet du nombre de Grashof sur les caractéristiques hydrodynamique et thermique de l'écoulement.

2. Mise en équations du problème physique et modélisation numérique

La configuration étudiée consiste en l'écoulement laminaire et stationnaire d'un fluide non newtonien viscoplastique, décrit par la loi de comportement de Bingham. L'écoulement a lieu au sein d'une conduite cylindrique horizontale de section droite circulaire, de longueur L et de diamètre D , siège d'un transfert thermique en mode de convection mixte. La paroi de la conduite est portée à une température constante et uniforme T_p tandis que le fluide entre dans celle-ci, à une température T_0 et avec une vitesse V_0 également prises constantes et uniformes.

La convection mixte au sein de cette conduite est gouvernée par les équations générales de conservation, à savoir : les équations de continuité, de l'impulsion (suivant la direction radiale, azimutale et axiale) et de l'énergie, dont la forme réduite est donnée respectivement par :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RV)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial(RVV)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(WV)}{\partial \theta} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} - \frac{W^2}{R} = & -\frac{\partial P^*}{\partial R} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\eta_{app} R \frac{\partial V}{\partial R}) \right. \\ & \left. + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (\eta_{app} \frac{\partial V}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial X} (\eta_{app} \frac{\partial V}{\partial X}) \right] + \frac{1}{Re} \left[\frac{V}{R} \frac{\partial \eta_{app}}{\partial R} - \eta_{app} \frac{V}{R^2} - \frac{2}{R^2} \eta_{app} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right. \\ & \left. + \frac{\partial \eta_{app}}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial \eta_{app}}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{W}{R} \right) + R \frac{\partial \eta_{app}}{\partial R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{V}{R} \right) \right] - \frac{Gr}{Re^2} \varphi \cos \theta \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial(RVW)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(WW)}{\partial \theta} + \frac{\partial(UW)}{\partial X} + \frac{VW}{R} = -\frac{1}{R} \frac{\partial P^*}{\partial \theta} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\eta_{app} R \frac{\partial W}{\partial R} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\eta_{app} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left(\eta_{app} \frac{\partial W}{\partial X} \right) \right] + \frac{1}{Re} \left[\frac{2}{R^2} \eta_{app} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \eta_{app} \frac{W}{R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \eta_{app}}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right. \\ \left. + \frac{1}{R^2} \frac{\partial \eta_{app}}{\partial \theta} \left(\frac{\partial W}{\partial \theta} + 2V \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial \eta_{app}}{\partial R} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} - W \right) \right] + \frac{Gr}{Re^2} \varphi \sin \theta \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial(RVU)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(WU)}{\partial \theta} + \frac{\partial(UU)}{\partial X} = -\frac{\partial P^*}{\partial X} \\ + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\eta_{app} R \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\eta_{app} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial X} \left(\eta_{app} \frac{\partial U}{\partial X} \right) \right] + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial \eta_{app}}{\partial R} \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial \eta_{app}}{\partial \theta} \frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial \eta_{app}}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(RV\varphi)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(W\varphi)}{\partial \theta} + \frac{\partial(U\varphi)}{\partial X} = \frac{1}{Pr Re} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} \right] \quad (5)$$

Le fluide utilisé est un fluide viscoplastique, obéissant au modèle rhéologique de Bingham, pour lequel, la loi de régularisation de Papanastasiou est utilisée dans le but d'éviter les instabilités numériques dans la région à faible vitesse de cisaillement. Cette loi est donnée, sous la forme réduite, par l'expression suivante [4,5] :

$$\tau^* = \eta_{app} \dot{\gamma}^* = \left\{ 1 + \frac{Bn}{\dot{\gamma}^*} [1 - \exp(-M \dot{\gamma}^*)] \right\} \dot{\gamma}^* \quad (6)$$

Les conditions aux limites pour cette configuration, consistent en une vitesse axiale et une température uniformes à l'entrée de la conduite ($U = \theta = 1, V = W = 0$) et en un écoulement établi à la sortie ($\partial U/\partial X = \partial V/\partial X = \partial W/\partial X = \partial \phi/\partial X = 0$). La condition de non glissement est appliquée à la paroi portée à une température constante et uniforme ($U = V = W = \theta = 0$).

Les Equations gouvernantes (1-5), en considérant les conditions aux limites associées, sont résolues par le biais de la méthode des volumes finis proposée par Patankar [6]. Ces équations sont discrétisées et transformées en équations algébriques, qui sont résolues en utilisant un code de calcul basé sur l'algorithme SIMPLER et ce, en adoptant un maillage $800 \times 50 \times 20$ suivant X, R et θ , respectivement.

3. Résultats et discussion

3.1. Validation du code de calcul

La validation du code de calcul a été effectuée en comparant les résultats qui en découlent, pour le cas de la convection mixte lors de l'écoulement d'un fluide newtonien ($n = 1$ et $= 0$) au sein d'une conduite cylindrique horizontale maintenue à température pariétale constante et uniforme, avec ceux de la littérature, ceux de Chudhury et Patnakar [7] en l'occurrence.

Cette comparaison, illustré sur la Figure 1 qui représente l'évolution axiale du nombre de Nusselt, montrent que les résultats sont en bon accord, ce qui valide le code de calcul.

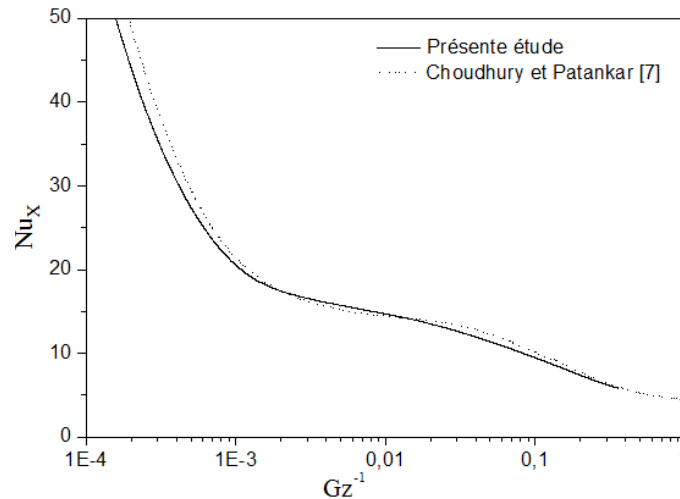


Fig. 1. Evolution axiale du nombre de Nusselt. $Pr = 7,65$; $Gr = 10E5$.

3.2. Effet du nombre de Grashof

L'influence de la variation du nombre de Grashof sur la structure de l'écoulement est visualisée à travers les Figures 2 et 3, qui représentent, respectivement, les profils de vitesse et de température à une position axiale $X = 5$ de la conduite.

Les figures montrent une déportation vers le bas, aussi bien pour les profils de vitesse que ceux de température (relatifs à $Gr \neq 0$). Cette déportation est d'autant plus importante que le nombre de Grashof augmente. En revanche, un profil de vitesse parabolique est observé dans le cas de la convection forcée pure ($Gr/Re^2 \approx 0$).

Nous remarquons également que l'augmentation du nombre de Grashof provoque la diminution des gradients pariétaux de vitesse et de température, au point le plus haut de la conduite horizontale ($\theta = 0$) et leur augmentation au niveau du point le plus bas ($\theta = \pi$).

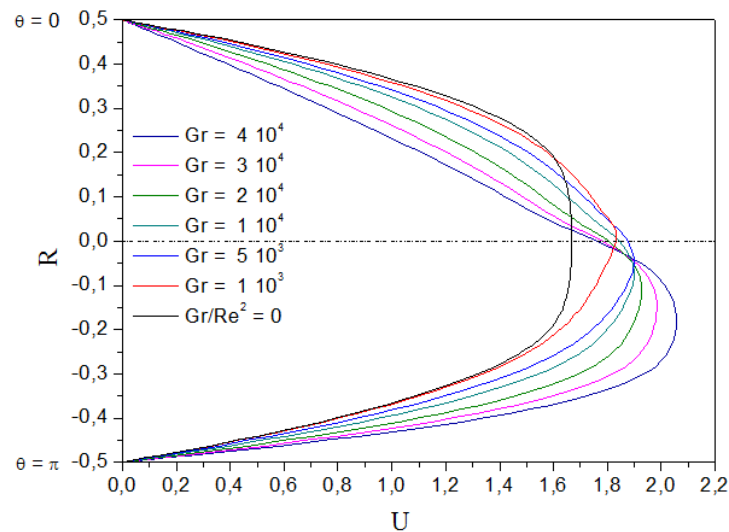


Fig. 2. Profil de vitesse axiale pour différentes valeurs du nombre de Grashof. $Pr = 20$; $Re = 20$; $Bn = 2$; $X = 5$.

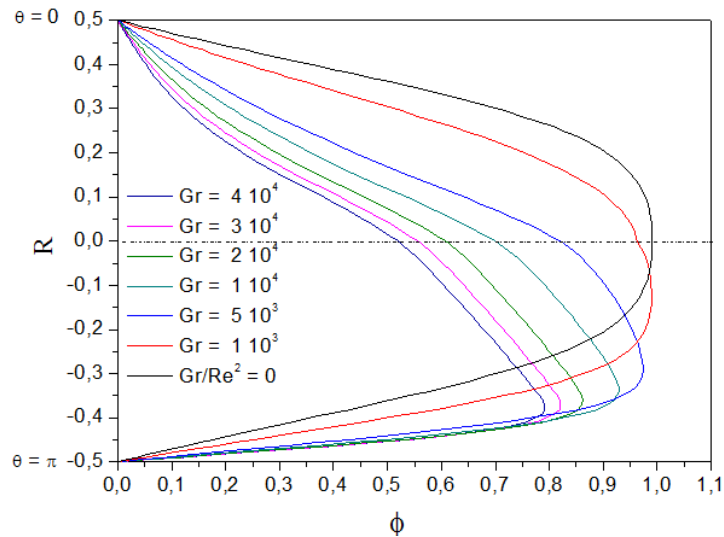


Fig. 3. Profil de température pour différentes valeurs du nombre de Grashof. $Pr = 20$; $Re = 20$; $Bn = 2$; $X = 5$.

L'évolution axiale du coefficient de frottement est également affectée par l'introduction de la convection naturelle. Ceci est visible sur la Figure 4 où l'on remarque l'existence de trois zones distinctes.

En effet, les courbes se superposent à l'entrée de la conduite puis se détachent à partir d'une position axiale très proche de l'entrée, à l'exception de celles relatives aux faibles valeurs du nombre de Grashof ($+10^3$; $5 \cdot 10^3$ et 10^4) qui restent solidaires de celle correspondant à la convection forcée pure ($Gr/Re^2 \approx 0$) et ce, jusqu'à la position $X = 1,50$, où la courbe correspondant à $Gr = 104$ se détache des autres.

Dans la zone où la convection naturelle gouverne le processus de transfert thermique ($1,0 < X < 40$), nous remarquons qu'en augmentant le nombre de Grashof, le coefficient de frottement augmente. Au-delà de la position axiale $X = 40$, les courbes se rejoignent à nouveau et un régime de convection forcée prédomine.

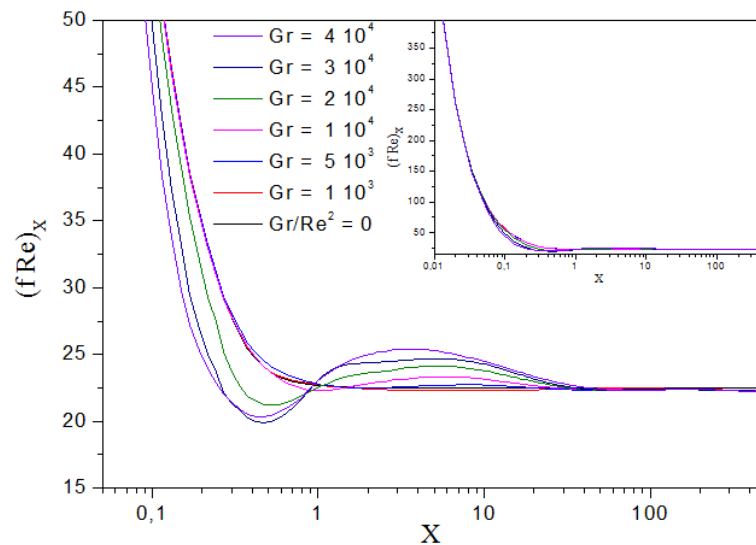


Fig. 4. Evolution axiale du coefficient de frottement pour différentes valeurs du nombre de Grashof. $Pr = 20$; $Re = 20$; $Bn = 2$.

Un comportement similaire est observé sur la Figure 5, qui illustre l'effet des variations du nombre de Grashof sur l'évolution axiale du nombre de Nusselt local.

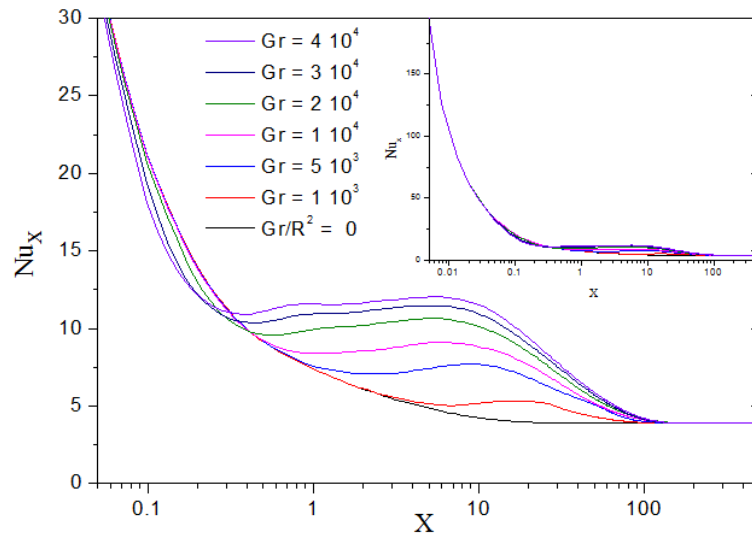


Fig. 5. Evolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes valeurs du nombre de Grashof. $Pr = 20$; $Re = 20$; $Bn = 2$.

En effet, la Figure 5 montre l'existence de trois zones distinctes. La première et dernière zones, situées respectivement à l'entrée et loin en aval de l'entrée de la conduite horizontale, sont caractérisées par la superposition des courbes, mettant en évidence une indépendance du transfert thermique vis à vis du nombre de Grashof, en d'autre terme, la prédominance de la convection forcée vis-à-vis de la convection naturelle. Au niveau de la zone intermédiaire en revanche, les variations du nombre de Grashof se répercutent directement sur l'allure des courbes. En effet, en augmentant les valeurs du nombre de Grashof, nous assistons à une nette amélioration du transfert thermique. Cette amélioration est due à la naissance des courants secondaires, qui favorisent les échanges thermique transversaux, en transportant la chaleur communiquée par le chauffage pariétal jusqu'au milieu de l'écoulement.

4. Conclusion

La présente étude s'est focalisée sur l'effet de l'intensité des forces de flottabilité, représentées par le nombre de Grashof, sur le comportement hydrodynamique et thermique de l'écoulement d'un fluide de Bingham au sein d'une conduite cylindrique horizontale à section droite circulaire, portée à une température constante et uniforme et siège d'un transfert thermique en mode de convection mixte.

Les résultats obtenus montrent que l'introduction des effets de la force de poussée entraîne des modifications intenses des caractéristiques de l'écoulement. Ces modifications concernent, principalement, la zone intermédiaire de la conduite, localisée à quelques sections droites de l'entrée et la zone établie, au niveau de laquelle, l'augmentation du nombre de Grashof entraîne une amélioration du transfert thermique et une augmentation du coefficient de frottement.

REFERENCES

- [1] J. Orfi, N. Galanis, C. T. Nguyen, *Développement hydrodynamique et thermique d'un écoulement laminaire dans un tube incliné en régime de la convection mixte*, Revue Générale thermique 36, p. 83, 1997.
- [2] G. J. Hwang, *Laminar convective heat transfer in a horizontal isothermal tube for high Rayleigh numbers*, Int. J. Heat Mass Transfer 37(11), p. 1631, 1994.
- [3] C. Nouar, *Thermal convection for a thermo-dependant yield stress fluid in an axisymmetric horizontal duct*, International Journal of Heat and Mass Transfer 48, p. 5520, 2005.
- [4] T. Min, H. G. Choi, J. Y. Yoo, .H. Choi, *Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe II. Numerical approach hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow*, Int. J. Heat Mass Transfer 40, p. 3689, 1997.
- [5] T. C. Papanastasiou, *Flow of materials with yield*, J. Rheol. 31, p. 385, 1987.
- [6] S. V. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*, McGraw-Hill. New York, 1980.
- [7] D. Choudhury, V. Patankar, *Developing laminar flow and heat transfer in the entrance region of an inclined isothermal wall*, The American Society of mechanical engineers, p. 1, 1986.