

ÜNİFORM DAİRESEL KESİTLİ BORU AKIŞLARINDA KİNETİK ENERJİ VE MOMENTUM DÜZELTME FAKTÖRLERİNİN DEĞİŞİMİ

Mehmet ATILGAN, Mustafa GÖLCÜ

Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, Denizli

ÖZET

Vizkozitenin akış üzerine etkisi genellikle çok karmaşıktır ve tam matematiksel analize uygun değildir. Vizkoziteden kaynaklanan kayma gerilmeleri boru içindeki akış hızlarını önemli ölçüde etkilemektedir. Fakat ortaya çıkan kısmi diferansiyel denklemler (Navier- Stokes denklemleri) bilinen genel bir çözüme sahip değildir. Sıkıştırılmayan akışkanların tek boyutlu sistemdeki hareketi incelendiğinde; gerçekte, bir boruya veya kanala giren ve çıkan akışkan genellikle tek boyutlu değildir. Hızlar kesit alanı boyunca cidardan merkeze doğru artmakta ve eksen üzerinde maksimum değere erişmektedir. Bu yüzden birim ağırlıktaki kinetik enerjiyi hesaplamak için ortalama hızı kullanmakla meydana gelen hata, kinetik enerji düzeltme faktörünü kullanmakla giderilebilir. Aynı şekilde ortalama momentum akışı da momentum düzeltme faktörü ile düzeltilmek zorundadır. Bu çalışmada üniform dairesel kesitli boru akış çeşitlerinde Re sayılarına bağlı olarak kinetik enerji düzeltme faktörü ile momentum düzeltme faktörü değerleri incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Akış çeşitleri, Hız dağılımı, Kinetik enerji düzeltme faktörü, Momentum düzeltme faktörü

VARIATION OF KINETIC ENERGY AND MOMENTUM CORRECTION FACTORS IN UNIFORM CIRCULAR PIPE FLOWS

ABSTRACT

The effect of viscosity on the flow is generally very complex and not suitable for mathematical analysis. The shear stresses due to viscosity affect the flow velocities in pipe. On the other hand, the partial differential equations governing the flow (Navier Stokes equations) do not have general solutions. When the movement of incompressible fluids in one dimensional system is considered, the velocity of fluid at inlet and outlet sections are not one dimensional. The velocities are increasing from wall to the center and reach a maximum value at the center. So, the error in kinetic energy calculation per unit mass because of using average velocity can be corrected by a correction factor. For similar reasons, average momentum flows must also be corrected by a momentum correction factor. In this study, in uniform circular pipe flows, the kinetic energy correction factor and momentum correction factor have been investigated with respect to Reynolds number.

Key Words: Flow types, Velocity distribution, Kinetic energy correction factor, Momentum correction factor.

1. GİRİŞ

Düşük hızlarda oluşan ilk akış çeşidine akışkan parçacıkları (bir çizgi boyunca hareket eden

parçacıkların hızı diğer çizgide hareket eden parçacıkların hızına eşit olmasa bile) tamamen düzgün çizgilerde hareket ederler. Bu nedenle, akışkan katmanlar (tabakalar) halinde hareket ediyor

gibi düşünüldüğünden bu akış ‐Laminar Akış‐ diye adlandırılır.

Yüksek hızlarda ve yüksek Re sayılarında oluşan akış çeşidi ise türbülanslı akıştır. Bu nedenle türbülanslı akış çok karmaşıktır. Yani laminar akış, deneylerden elde edilebilir ek bilgiye ihtiyaç duymadan matematiksel olarak incelenebilir. Türbülanslı akışın ise tam olarak matematiksel analizi mümkün değildir. Çünkü akıştaki bir parçacığın dalgalı hareketi herhangi bir parçacık tarafından tamamen tekrarlanmaz. Bu yüzden türbülanslı akışı ilgilendiren hesaplamalarda deneysel olarak bulunan değerleri kullanma zorunluluğu vardır.

Yalnız laminar akış tam anlamıyla daimi olarak tanımlanabilir. Türbülanslı akışta her noktada sürekli hız ve basınç değişimleri vardır. Bununla beraber, uygun bir zaman aralığında ortalama hız ve basınç sabit kalıyorsa, herşeye rağmen akış, ‐daimi‐ diye adlandırılır. Bu terim ‐Ortalama Daimi Akış‐ diye adlandırılırsa daha hassas bir tanımlama yapılmış olunur.

Akışkanın hareketi, akışın akım çizgileri sayesinde anlatılabilir ve akım çizgilerinin meydana getirdiği şekil akışkanın hareketinin özelliği olarak kabul edilir. Akım çizgilerinin şekilleri birbirlerine geometrik olarak benzerse akışkanın hareketinin tamamen benzer olacağı söylenebilir. Serbest bir yüzeye sahip olmayan sıkıştırılmaz bir akışkanın akışında ilgilenecek kuvvetler, viskozite ve piyezometrik basınç farkları nedeni ile olanlardır. Kısaca bunlar viskoz kuvvetleri ve basınç kuvvetleri diye adlandırılır. Bu yoldan hareket edilerek $\rho Lu / \mu$ ile gösterilen atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlere oranı Reynolds tarafından bulunmuştur ve Re sayısı olarak bilinir. Bu sonuç çok büyük bir öneme sahiptir. Burada $\rho Lu / \mu$ oranı temel bir akış karakteristiğidir.

1.1 Reynolds Sayısının Önemi

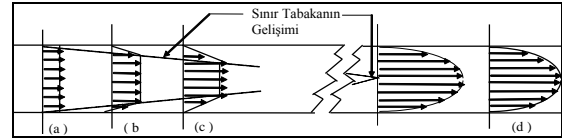
Gördüğümüz gibi, Reynolds sayısında gösterilen L uzunluğu ve u hızı, karakteristik olarak seçilen niceliklerdir. Seçilen uzunluk ve hız, Re'un sayısal değerini etkiler fakat asıl anlamını etkilemez. Birçok uygulamada düşünülen uzunluk ve hız standart duruma getirilmiştir. Örneğin, dairesel bir boruda akış için karakteristik uzunluk çap ve karakteristik hız da ortalama hızdır (yani, hacimsel debinin kesit alanına oranıdır).

Bilindiği üzere Reynolds sayısı, yalnız viskozite ve atalet kuvvetleri ile değil aynı zamanda piyezometrik basınç farklarından kaynaklanan kuvvetler ile de ilgilendir. Atalet kuvvetleri, akış bir bütün olarak daimi ve yönünü değiştirmese bile vardır. Bununla beraber, viskoz ve atalet kuvvetlerinin en önemli olduğu durumlarda (geometrik benzerliğin karşılanması şartıyla) deneysel gözlemleri karşılaştırmak ve açıkça ilgili olmayan bilgileri bile genel kanunlara uygulamak için kullanılan parametre Reynolds sayısıdır.

$\rho Lu / \mu$ bağıntısından görüleceği üzere ρ , L veya u'nun büyük bir değeri veya μ nün küçük bir değeri büyük bir Re değerini verir. Karşıt olarak, küçük bir Re değeri yüksek viskozite veya küçük yoğunluk, küçük hız veya küçük boyut ile elde edilir. Büyük bir Re değerinde, viskoz kuvvetleri sadece küçük bir rol oynarken atalet kuvvetleri akışa hakimdir. Re değer olarak küçük iken viskoz kuvvetleri hakimdir ve atalet kuvvetleri bunun yanında küçük kalır.

1.2 Tam Gelişmiş Akışlar

Şekil 1'de de görüldüğü gibi boru girişinde hemen parabolik bir hız dağılımı oluşmamaktadır. Parabolik hız dağılımı şekli oluşmadan önce, akışkan girişten boruda düşünülen noktaya kadar belirli bir uzaklığı geçmek zorundadır. İşte bu noktadan sonra parabolik hız dağılımı oluşmaktadır.



Şekil 1. Girişten itibaren aksel pozisyonla hız profilinin değişimi

Çeperlerdeki hızın değiştiği ve çeper sürtünmesini boru içine ileten bölge, şekilde görüldüğü gibi boru boyunca genişler ve tam gelişmiş bölgeye gelince bütün kesiti kaplar. Hazne çıkışında çok ince olan ve boru boyunca genişleyen bu bölgeye **Sınır Katmanı** adı verilir. Örneğin, akışkan boruya çok daha büyük bir ortamdan girerse hız başlangıçtaki gibi üniformdur (Şekil 1 (a) da olduğu gibi). Hızın her zaman sıfır olması gerektiği çeperlerdeki geciktirici etki hemen kendini gösterir. Böylece (b) ve (c) de olduğu gibi çeperlere daha yakın olan tabakaların çoğu yavaşlar. Boru kesit alanı sabit olduğundan bütün kesitteki ortalama hız süreklilik bağıntısına göre değişmeyecektir. Böylece, çeper yakınlarındaki

bir hızda azalma olurken merkez yanında akışkanın hızında bir artma görülür, d ye varıncaya kadar tamamen parabolik dağılım meydana gelmemiştir. Tam parabolik dağılımın olduğu bölgeye **Tam gelişmiş akış bölgesi** adı verilir (Edis 1972).

2. DAİRESEL KESİTLİ BİR BORUDA KAYMA GERİLMESİ DAĞILIMI

Akışkan bir boru içinde daimi olarak hareket ediyorsa, viskozite nedeniyle olan mekanik enerji kaybı $p+\rho gz$ piyezometrik basıncında bir azalmaya neden olacaktır. Piyezometrik basınçtaki bu azalma, doğrudan doğruya akış sınırındaki kayma gerilmelerine bağlıdır. Akışkanın tamamen doldurduğu dümdüz, bir boru gibi tamamen kapalı bir kanaldaki akışta, r yarıçaplı akışkan elementi üzerine etkileyen net kuvvet sıfır olacaktır. Çünkü tamamen gelişmiş bir akıştır. (Kesitteki hız dağılımı x uzaklığı ile değişmemektedir.) Δx mesafesi üniform kesit alanlı bu kanalın kısa bir uzunluğunu, Δp basınç farkını göstermek üzere r yarıçaplı bir akışkan elementi üzerine etkileyen kuvvetler dengesinden τ kayma gerilmesi,

$$\tau = \frac{\Delta p}{\Delta x} \frac{r}{2} \quad (1)$$

şeklinde ifade edilir.

Burada r yarıçaplı akışkan elemanı üzerine inceleme yapıldı. Benzer düşünce tarzı aynı merkezli (konsantrik), R yarıçapına sahip olan akışkan silindirin de uygulanabilir. Böylece aksel yöndeki iç kayma gerilmesi τ , boru merkezi çizgisinden uzaklık r ile değişir. Böylece üniform dairesel kesitli borularda kayma gerilmesi dağılımı,

$$\frac{\tau_0}{\tau} = \frac{R}{r} \Rightarrow \tau = \tau_0 \frac{r}{R} \quad (2)$$

şeklinde yazılır. Netice olarak, τ , r ile lineer olarak boru merkezi çizgisindeki bir sıfır değerinden ($r = 0$), çeperdeki bir maksimum değere ($r = R$) değişir. Dairesel bir kesitteki lineer kayma gerilmesi dağılımı kanunu denklem (2) ile gösterildiği gibi borudaki akış ister laminar veya isterse türbülanslı olsun geçerlidir.

2.1. Laminer Akışta Hız Dağılımı

Laminer akış birçok durumda oluşabilir. Laminer akışın belirgin özellikleri her zaman aynıdır. Bireysel

akışkan parçacıkların yörüngeleri komşu parçacıkların yörüngelerini kesmez, küçük hızlarda oluşur ve viskozite kuvvetleri atalet kuvvetlerinden daha büyüktür. Boru gibi kapalı bir kanaldaki sıkıştırılmaz bir akışkanın akışı, atalet ve viskoz kuvvetlerinin etkisi altındadır fakat akışkanın değişik kısımları arasındaki piyezometrik basınç farklarının meydana getirdiği kuvvetler dışında normal olarak diğer kuvvetlerin etkisi altında değildir.

Laminer akış düşük hızlarda ve dolayısıyla düşük Re sayılarında oluşan bir akıştır. Halbuki türbülanslı akış büyük Re değerlerinde meydana gelir. Böylece laminar akışta viskoz kuvvetler hakimdir fakat türbülanslı akışta atalet kuvvetleri önemini artırır. Hız arttırıldığı zaman çalkantılar yavaş yavaş değil birden başlar ve laminar akış kararsızlaşır. Neticede yalnız hafif bir kararsızlık tamamen türbülanslı akışa neden olmaya yeterlidir. Bitişik akışkan parçacıkları arasında bağıl hareket olunca viskoz gerilmeler meydana gelecek ve bu gerilmeler bağıl hareketi gidermeye çalışacaktır. Viskoz direnç kanunu, 1687 yılında NEWTON tarafından bulunmuş ve

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Burada $\frac{\partial u}{\partial y}$ kısmi türevi

kullanılmıştır. Çünkü u , yalnız y ile değil aynı zamanda diğer yönlerde de değişebilir. $\frac{\partial u}{\partial y}$ hız

gradyanı, $y=0$ olduğu zaman katı yüzeyde en büyük değeri alır. Laminer akışta τ kayma gerilmesi, tamamen viskoz harekete bağlıdır ve böylece viskozite katsayısını tanımlayan denklem ile bulunur.

Bir boruda Newtonien akışların akışındaki teoriksel analizlerde, kararlı hale gelmiş laminar akış şartları altında; herhangi bir r yarıçapındaki kayma gerilmesi

$$\tau_r = \mu \frac{\partial u}{\partial r} \quad \text{şeklinde yazılabilir. Akış daimi ve}$$

tamamen gelişmiş olduğundan ve hız yalnız yarıçap ile değiştiğinden $\frac{\partial u}{\partial r}$ kısmi türevinin yerine $\frac{du}{dr}$

tam türevi yazılarak daha önce elde edilen (1) nolu denkleme eşitlenirse; r' ye göre integrasyon yapıldığında, herhangi bir noktadaki hız,

$$u = -\frac{1}{4\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) (R^2 - r^2) \quad (4)$$

şeklinde ifade edilir. (p akış yönünde azaldığından $\frac{dp}{dx}$ negatiftir). Daimi, gelişmiş laminer akışta hız dağılımı için; (4) denkleminde de görüleceği üzere $r = 0$ için (boru merkezinde) hız maksimum değerini alır. Böylece herhangi bir noktadaki hız ile maksimum hız arasındaki bağıntı:

$$\frac{u}{u_{\max}} = 1 - \frac{r^2}{R^2} \quad (5)$$

şeklinde dir.

Akış hazneden uzaklaştıkça çeperlerin durdurma etkisi katmandan katmana geçerek boru içine yayılmaya ve çeperlere yakın parçacıkları yavaşlatmaya başlar. Öte yandan süreklilik denkleminde göre birim zamandaki akış miktarının sabit kalması gerektiğinden çeperlere yakın yerlerdeki yavaşlamayı karşılayacak şekilde eksene yakın, orta bölgelerde hızlanma görülür ve bu durum parabolik durum sağlanıncaya kadar devam eder. Şekil 2 de aynı ortalama hız için laminer hız profili ile türbülanslı hız profili arasındaki fark açık bir şekilde görülmektedir. Tamamen gelişmiş laminer akış için maksimum hız ile ortalama hız arasındaki

$$\text{bağıntı ise; } Q = \int_0^R u 2\pi r dr \quad \text{ve} \quad Q = \bar{u} \pi R^2$$

bağıntısından,

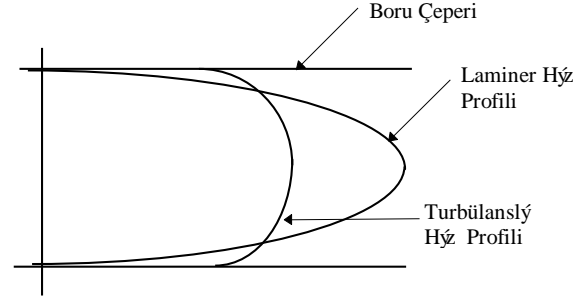
$$u_{\max} = 2\bar{u} \quad (6)$$

şeklinde elde edilir.

2.2 Türbülanslı Akışta Hız Dağılımı

Değişik çaptaki borular ve değişik sıcaklıklardaki su ile (ve neticesinde değişik viskoziteler) deney yaparak, Reynolds, ud/ν nün türbülansın başlangıcını tayinde en belirgin faktör olduğunu doğrulamıştır. Türbülanslı akış yüksek hızlarda ve yüksek Re sayılarında oluşmaktadır. Çünkü titreşim gibi karmaşıklıklar nedeniyle meydana gelen laminerden türbülanslı akışa geçiş bir Re sayısı değişim bölgesinde oluşabilir. Kararsızlıkların daima mevcut olduğu normal mühendislik şartlarında geçiş, 2000 ve 4000 değerleri arasında oluşur. Böylece, laminer akıştan türbülanslı akışa değişiminin olduğu Re değeri için üst limit yoktur. Bu akış çeşitinde atalet kuvvetleri viskoz kuvvetlerden daha üstün bir hal

almaktadır. Türbülanslı akıştaki enerji kaybı aynı ortalama hızda laminer akıştaki enerji kaybından daha büyük olduğunu söylenebilir.

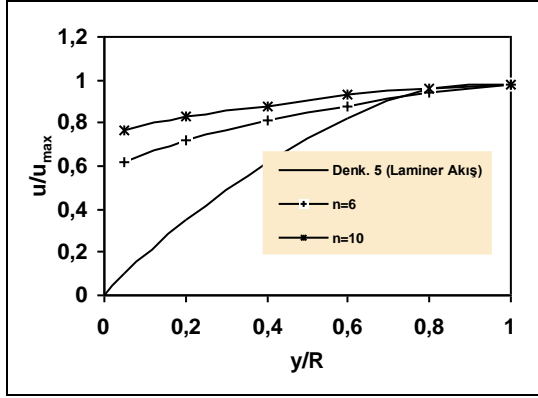


Şekil 2 Aynı ortalama hız için borudaki laminer ve türbülanslı hız profilleri

Borularda akış genellikle türbülanslıdır ve bu yüzden oldukça karışıktır. Rastgele dalgalanan büyüklükler asıl akışa eklenir ve bu gelişigüzel hareketler tahmin edilemediğinden türbülanslı akışın analizini veren tam bir teori henüz geliştirilememiştir. Çok gelişmiş teoriler bile bazı durumlarda deneysel olarak bulunan bilgilere bağımlıdır (Tanjo ve Azad, 1993).

Türbülanslı akış hakkındaki bilgilerin çoğu borulardaki akış çalışmalarından elde edilmiştir. Eksenel pozisyonla değişmeyen hız profilinin olduğu yerde tam gelişmiş sınır tabakalardan söz edilebilir. Pürüzsüz borularda türbülanslı hız profilleri için ilk geliştirilmiş bağıntılardan bir tanesi Kök Kanunu veya Üs Kanunudur (Power Law). (5) nolu denkleme göre elde edilmiş laminer akışlar için boyutsuz hız profili Şekil 3 de görülmektedir. Her ne kadar laminer akışı tanımlamak için bir eğriye ihtiyaç duyulsa da türbülanslı akışları tanımlamak için borulardaki Re sayısına bağlı olarak birden fazla eğriye gerek duyulur (Şekil 3).

Şekil 3'den de görüldüğü gibi bu alışılmış koordinatlar kullandığında türbülanslı akışların çizimi için bir genelleştirme yapılmış olunmaz. Fakat aynı değerlerle (Şekil 4'den de görüleceği üzere) u/u_{\max} ile y/R arasında logaritmik çizim yapıldığında daha iyi sonuçlar elde edilir.



Şekil 3 Pürüzsüz borular için kuvvet kanununa göre türbülanslı hız profili

Şekil 4'de elde edilen doğruların sonucu olarak, açıkça görülmüştür, bu doğruların en genel şekli;

$$\log\left(\frac{u}{u_{\max}}\right) = \frac{1}{n} \log\left(\frac{y}{R}\right) + b \quad (7)$$

şeklinde olup, $y = m x + b$ ifadesini hatırlatır. Sınır şartlarını kullanıldığında; $y/R = 1$ için $u/u_{\max} = 1$ ve $b = 0$ olur. Böylece (7) denklemi;

$$\left(\frac{u}{u_{\max}}\right) = \left(\frac{y}{R}\right)^{1/n} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n} \quad (8)$$

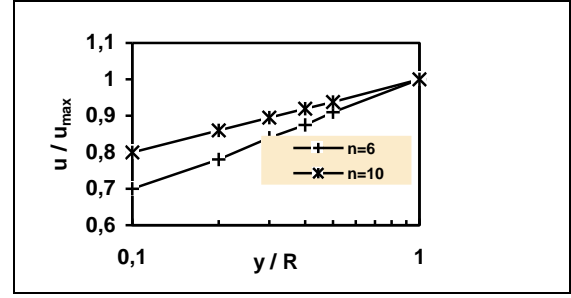
şeklinde ifade edilir.

Türbülanslı akışlarda, pürüzsüz borular için boyutsuz hız profilleri (8) denklemine göre Şekil 3 ve Şekil 4 de gösterilmiştir.

Türbülanslı akışlarda pürüzsüz borulardaki boyutsuz hız profillerini oluşturmak için iki maddeye ihtiyaç vardır. Kök (Üs) Kanunu için bu maddelerden bir tanesi geometrik faktör (y/R), diğeri ise türbülans üssü ($1/n$) dir. n , Re sayısının bir fonksiyonudur.

Gerçekte görüleceği üzere farklı Re sayısının değerleri farklı eğriler üzerine düşmektedir. (8) denklemindeki u/u_{\max} oranı süreklilik denklemine göre borunun kesit alanı üzerine entegre edildiği zaman n 'e bağlı boyutsuz ortalama hız ifadesi;

$$\frac{\bar{u}}{u_{\max}} = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)} \quad (9)$$



Şekil 4 Pürüzsüz borular için türbülanslı hız profilinin logaritmik olarak çizimi

şeklinde elde edilir.

Türbülanslı akışlar için hız profili Re sayısına ve sınır tabaka koşullarına bağlı olarak değişmektedir. Prandtl'in borulardaki tam gelişmiş türbülanslı akışlar için verdiği yedinci dereceden kök kanunu uygulandığında ortalama hızın maksimum hıza oranı Tablo 1'den de görüldüğü gibi yaklaşık olarak 0.82 olarak bulunur ve bu da **Yedinci Dereceden Kök Kanunu** olarak adlandırılır (Ward-Smith,1980). Bu oranın nümerik değerleri n ' nin bazı değerleri için Tablo (1)'de verilmiştir.

Tablo 1 Ortalama Hızın Maksimum Hıza Oranı ile n arasındaki İlişki.

n	6	7	8	9	10
\bar{u} / u_{\max}	0.792	0.8167	0.8366	0.8526	0.8658

Şekil 3 ve 4'de gösterilen eğriler, aşağı yukarı borunun merkezine uygulandığı için yani y/R bire yaklaştığından kök kanununun geçerliliği cidar tabakası tarafından sınırlandırılmamıştır. Yalnız (8) denkleminin türevi alındığında hız değişimini veren du/dy oranı y 'nin sifira yaklaşması durumunda sonsuza gider. Bu sonuç cidardaki kayma gerilmelerinin sonsuz büyüklükte olmasını gerektirir. Dolayısıyla kuvvet kanunun boru cidarına kadar doğruluğunu muhafaza ettiği söylenemez fakat cidar yakınındaki çok ince bir tabakaya kadar uygulanabilirliğini korur.

3. KİNETİK ENERJİ VE MOMENTUM DÜZELTME FAKTÖRLERİ

Boru içindeki akış, her bir kesit alanından \bar{u} hızı ile geniş bir akım borusundan akıyormuş gibi ele alınırsa, birim ağırlıktaki sıvının kinetik enerjisi $\frac{\bar{u}^2}{2g}$

dir. Bu değer kesit alanı boyunca değişen u hızları için, belirlenen $\frac{u^2}{2g}$ kinetik enerjilerin ortalaması

değildir. Bu nedenle $\frac{\bar{u}^2}{2g}$ öyle bir α düzeltme

faktörü ile çarpılmalıdır ki; kesit alanından geçen akışkanın gerçek kinetik enerjisini versin. Bazı araştırmacılar bu faktörün belirlenmesinde farklı şekillerde hareket etmelerine rağmen, α 'yı aşağı yukarı aynı mertebede bulmuşlardır (Miller 1978, White 1979).

Kinetik enerji düzeltme faktörünün nasıl belirlendiğine değinilecek olunursa; bir borudaki akışta δA gibi bir alan elamanından birim zamanda u hızı ile geçen akışkanın kinetik enerjisini, toplam kesit alanından \bar{u} hızı ile birim zamanda geçen akışkanın kinetik enerjisi ile karşılaştırıldığında kinetik enerji düzeltme faktörü;

$$\alpha = \frac{1}{A} \int_A \frac{u^3}{\bar{u}^3} dA \quad (10)$$

şeklinde ifade edilir. Küplerin ortalaması ortalamaların küplerinden daha büyük olacağından $\alpha > 1$ olduğu kesin olarak söylenebilir (Atılğan, 1982). Aynı sebeplerle ortalama momentum akışının da, momentum düzeltme faktörü ile düzeltilmesi gerekir.

Gerçek momentum akışı (\dot{M}_{ger}) genellikle,

$$\dot{M}_{ger} = \int u dm \quad (11)$$

şeklindedir.

Diğer bir momentum ifadesi de (11) denkleminin ortak veya benzer bir ifadesi olarak, verilen bir ortalama hız ifadesine bağlı olarak;

$$\dot{M}_{ort} = \bar{u} \dot{m} \quad (12)$$

şeklinde tanımlanabilir.

Bu ortalama momentum akış denklemi ne zaman kullanılırsa, momentum dengesinde olduğu gibi gerçek ve ortalama değerlerin arasındaki farkın hesabında bir düzeltme terimine ihtiyaç duyulur. Bu yüzden gerçek momentum akışı ile ortalama momentum akışı arasındaki bağıntı;

$$\dot{M}_{ger} = \beta \dot{M}_{ort} \quad (13)$$

şeklinde yazılabilir.

(11),(12) ve (13) denklemlerinden β terimi

$$\beta = \frac{\int u dm}{\bar{u} \dot{m}} \quad (14)$$

olarak ifade edilebilir. Kütleli debi ile ortalama hız ifadelerinden boru akışları için (14) denklemi aşağıdaki gibi basitleştirilebilir.

$$\beta = \frac{1}{A} \int_A \frac{u^2}{\bar{u}^2} dA \quad (15)$$

3.1 Laminer ve Türbülanslı Akışlarda Kinetik Enerji ve Momentum Düzeltme Faktörlerinin Hesabı

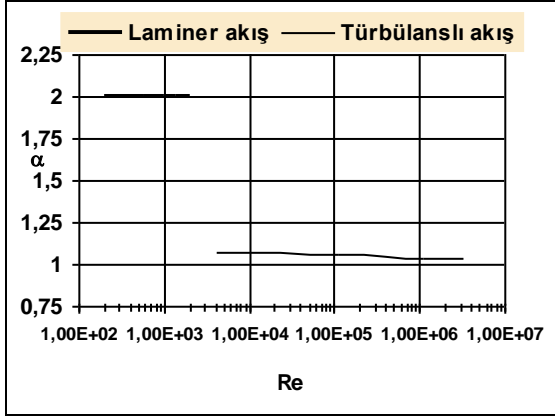
Laminer akışlardaki kuramsal hız dağılımı ve ortalama hız ile maksimum hız arasındaki ilişkiden, Daugherty ile Franzini (1977), dairesel borulardaki laminer akış için $\alpha = 2$, türbülanslı akışlar için ise bu değer 1.01 den 1.15'e kadar değiştiğini göstermişlerdir.

Herşeye rağmen eğer daimi akış enerji denklemi dairesel bir boruda tamamen gelişmiş laminer akışa uygulanırsa düzeltme yapılması gerekir. Bu durumda yukarıdaki ifadeden de görüldüğü gibi birim ağırlıktaki kinetik enerji $2 \frac{\bar{u}^2}{2g}$ olur. Böyle

olmasına rağmen, laminer akış genellikle yalnız çok düşük hızlar ile ilgili olduğundan kinetik enerji terimi bu şartlar altında belki de ihmal edilebilir.

Türbülanslı akışlarda hız dağılımının n sayısına bağlı olduğu daha önce belirlenmişti. (8), (9) ve (10) denklemlerinden kinetik enerji düzeltme faktörü;

$$\alpha = \frac{(n+1)^3 (2n+1)^3}{4n^4 (n+3)(2n+3)} \quad (16)$$

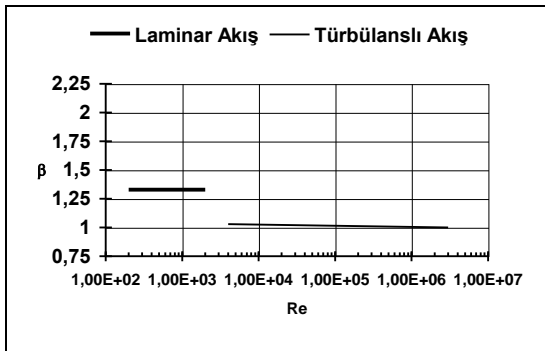


Şekil 5 Laminer ve türbülanslı akışlarda Re sayısı ile kinetik enerji düzeltme faktörü arasındaki ilişki

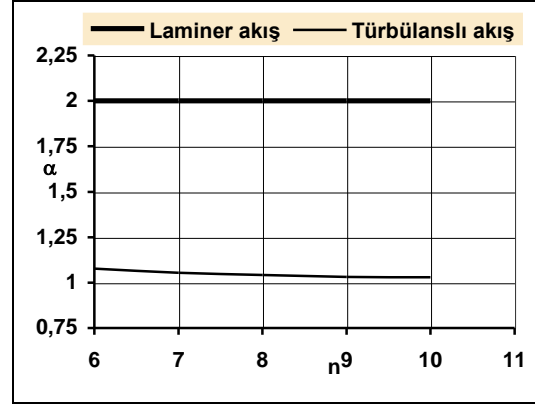
şeklinde elde edilir (Ginzburg, 1963). Şekil 5'den de görüldüğü gibi laminer akışlarda kinetik enerji düzeltme faktörü Re sayısına bağımlı değildir.

Türbülanslı akışlarda ise artan Re sayıları ile kinetik enerji düzeltme faktörünün bir değerine doğru yaklaştığı görülmektedir.

Momentum düzeltme faktörüne gelince laminer akışlar için aynı şekilde boyutsuz hız dağılımı ve maksimum hız ile ortalama hız arasındaki ilişkidен faydalanılarak, (15) nolu denklemden $\beta = 4 / 3$ elde edilir ve Re sayısından bağımsız olduğu Şekil 6'dan da açık bir şekilde görülmektedir. Türbülanslı akışlarda ise n üssünün artması ile momentum düzeltme faktöründe fazla bir değişiklik olmasa bile bir değerine doğru yaklaşım göstermektedir. Türbülanslı akışlarda denklem (16)'ya bağlı olarak farklı n değerleri için α değerleri Şekil 7'de



Şekil 6 Laminer ve türbülanslı akışlarda Re sayısı ile momentum düzeltme faktörü arasındaki ilişki



Şekil 7 Laminer ve türbülanslı akışlarda kinetik enerji düzeltme faktörü ile n arasındaki ilişki

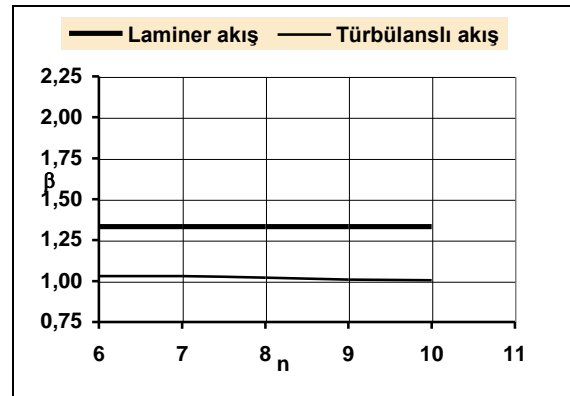
gösterilmiştir. Buradan da görüldüğü gibi n değerinin artması ile kinetik enerji düzeltme faktörü bire doğru yaklaşmakta ve hız profilleri düzleşmektedir. Elde edilen bu değerler dairesel bir borudaki akışlar için bulunmuştur.

Türbülanslı akışlardaki hız profillerinde yedinci dereceden kök kanununa göre kinetik enerji düzeltme faktörü 1.058 değerini almaktadır.

Aynı şekilde (8) ve (9) denklemi, (15) denklemine yerine konulduğunda momentum düzeltme faktörü;

$$\beta = \frac{(n+1)(2n+1)^2}{4n^2(n+2)} \quad (17)$$

şeklinde elde edilir (Ginzburg, 1963). (17) denkleminden yararlanarak farklı n değerleri



Şekil 8 Laminer ve türbülanslı akışlarda momentum düzeltme faktörü ile n üssü arasındaki ilişki.

için β değerleri Şekil 8' de verilmiştir. Buradan da görüldüğü gibi laminer akışlar için momentum düzeltme faktörü 1.333 sabit değerine eşit olup türbülanslı akışlarda ise bu faktör n üssünün artması ile çok az bir fark göstermekle beraber gittikçe bire doğru yaklaşmaktadır.

4. SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

Üniform dairesel kesitli boru akışlarında akışlar Re sayısına bağlı olarak değişmekte ve aynı zamanda hız dağılımları da birbirinden farklılık göstermektedir. Laminer akışlarda hız dağılımı boru merkezinden cidara olan mesafe ile değişmektedir. Türbülanslı akışlarda ise bu hız dağılımı sadece boru merkezinden cidara olan mesafe ile değişmekle kalmayıp türbülans üssü dediğimiz n sayısına bağlı olup, n sayısının artması ile de hız profilleri düzleşmektedir. Bu da n sayısının büyük değerlerinin Re sayısının büyük değerlerine karşılık geldiğini göstermektedir.

Birim ağırlıktaki kinetik enerji ile ortalama momentum akışını hesaplamak için ortalama hızı kullanmakla meydana gelen hata; kinetik enerji ve momentum düzeltme faktörünü kullanmakla giderilir. Laminer ve türbülanslı akışlarda hız dağılımı farklılık gösterdiği için kinetik enerji ile momentum düzeltme faktörü de Re sayısına bağlı olarak farklılık gösterecektir. Laminer akışlarda kinetik enerji ile momentum düzeltme faktörü Re sayısından bağımsız olup sırası ile 2 ile 1.333 değerlerini almaktadır. Türbülanslı akışlarda ise Re sayısı n sayısına bağlı olarak değiştiğinden, kinetik enerji ile momentum düzeltme faktörü de n sayısına bağlı olduğundan, dolayısıyla bu düzeltme faktörleri

de Re sayısına bağlı olacaktır. Türbülanslı akışlarda kinetik enerji düzeltme faktörü 1.01 den 1.15 e kadar değişir ve genellikle 1.03 ile 1.06 değerleri arasındadır. Momentum düzeltme faktörü ise 1.005 ile 1.05 değerleri arasında değişim göstermektedir.

5. KAYNAKLAR

Atılgan, M., 1982, 'Geçiş Borularının Geometrisi ve Borulardaki Akışların İncelenmesi', Karadeniz Teknik Ün.Makina ve Elektrik Fakültesi, Tez.

Daugherty, R.L., Franzini; J.B., 1977, 'Fluid Mechanics With Engineering Applications', Mc Graw-Hill Kogakusha, Inc., Tokyo

Edis, K., 1972, 'Uygulamalı Akışkanlar Mekaniği II', I.T.Ü. Kütüphanesi, s 907, İstanbul

Ginzburg, I.P., 1963, 'Applied Fluid Dynamics, 1956 Translated from Russian, Israel program for Scientific Translations', Jerusalem

Miller, D.S., 1978, 'Internal Flow Systems', BHRA Fluid Engineering Series

Ward-Smith, A.J., 1980, 'Internal Fluid Flow', Oxford Un. Press, New York

Tanjo, A.E., Azad, R.S., 1993, 'Comprasion of Organized Motions in a Constant and Adverse Pressure Gradient Turbulent Flow', Applied Scientific Research, v 51, n 1-2

White, F.M., 1979, 'Fluid Mechanics', Mc Graw-Hill, Inc. 1979