PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
PAMUKKALE UNIVERSITY ENGINEERING COLLEGE
MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ DERGİSİ
JOURNAL OF ENGINEERING SCIENCES
YIL : 1998
CİLT : 4
SAYI : 1-2
SAYFA : 569-575

YAPI DOĞAL TİTREŞİM FREKANSLARININ FUZZY MANTIĞI İLE HESABI

Hasan KAPLAN, Ömer CİVALEK
Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Denizli

ÖZET

Yapıların dinamik analizinde herhangi bir yapının deprem etkisindeki davranışını belirleyecek en önemli parametreler, sistemin frekansı ve doğal modlarıdır. Gerçek ortogonal titreşim moduna sahip sistemlerde bu modlar, ya karakteristik değer probleminin çözümüyle yada yaklaşık metotlar ile elde edilir. Ancak her iki çözümde de sistemin kütle ve rijitlik matrisleri bilinmelidir. İteratif çözümlerde pek çok metot kullanılmaktadır. Ancak bunların hepside yaklaşık sonuç vermektedir. Bu çalışmada modların ve frekansların belirlenmesinde Fuzzy tekniği kullanılmış ve elde edilen sonuçlar rijitlik matrisi metodu ile elde edilen sonuçlarla birlikte karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Dinamik analiz, Periyot, Fuzzy mantığı

CALCULATION OF NATURAL VIBRATION CHARACTERISTICS OF STRUCTURES BY MEANS OF FUZZY LOGIC

ABSTRACT

The frequency and natural mode of the system are the most important parameters to determine the behavior of any structure under dynamic effects such as earthquakes and wind forces. These modes can obtain either solving characteristic value problem or using approximate method that the system have real orthogonal vibration mode. Therefore , both mass and stiffness matrix of the system must be known. A great deal of method used on the iterative solutions. But all of these give approximate results. In these study, Fuzzy technique have been used for the definition of the mode and frequency and results have been given as comparative in accordance with the stiffness matrix method.

Key Words : Dynamic analysis, Period, Fuzzy logic

1. GİRİŞ

Oluşum şartları ve zamanı bilinmemesi itibariyle deprem tabii afetlerin en tehlikelisidir. Dolayısıyla yapıların depreme karşı dayanımı, üzerinde önemle durulması gereken bir konudur. Depreme dayanıklı yapı tasarımında temel ilke, yapının deprem neticesinde açığa çıkan enerjiyi sönümlemesi yani yeteri kadar sünek olmasıdır. Deprem esnasında yerkabuğu bir titreşim hareketi ortaya koyduğundan bu hareket yapının mesnetlerinde zamana bağlı olan bir yer değiştirme hareketi oluşturur. Bu etkileri hesaplamak ise yapı dinamiği disiplinini ilgilendiren bir konudur. Ancak yapı dinamiği problemleri statik problemlerden bazı yönleriyle farklılıklar göstermektedir. Yapının dinamik analizinde, yapıya veya elemana etkiyen yük zamana bağlı olduğundan çözümler de zamana bağlı olarak ifade edilir (Clough and Penzien, 1975).

Dinamik analizde sistemin kütle dağılımı nedeniyle oluşan atalet kuvvetleri sistemi etkilediğinden çözümde dikkate alınmalıdır (Hurty and Rubinstein, 1967). Bunlardan daha önemlisi dinamik hareket neticesinde ortaya çıkan çeşitli sönüm ve azalım mekanizmaları problemlerde gözönünde bulundurulmalıdır. Bu kadar karmaşık olan bir analiz, yıllardır teorisyenleri uğraştırmış, buna rağmen sonuçlar ancak belirli bir yaklaşıklıkla ifade edilmiştir.

Bu çözümler çok sayıda olmasına rağmen iki ana grupta toplamak mümkündür. Birincisi, titreşim hareketinin zamana göre değişiminin ya da herhangi bir andaki değerinin tam olarak belirlenebildiği çözümleme; yani deterministik çözümleme, diğeri ise bu çözümlemeyi rasgele oluşumlar teorisine dayandırarak yapan stokastik çözümlemedir. Ancak her ikisinde de analizi kolaylaştırıcı bazı kabuller yapmak gerekmektedir. Bu çalışmada kullanılan fuzzy mantığı sayesinde bu kabullerden kaçınılmıştır. Fuzzy mantığı prensibi gereği her bir parametreyi üyelik derecesi kadar çözümde göz önüne almakta ve analizi yaparken tamamiyle veri tabanındaki bilgiler ışığında oluşturulan kuralları kullanmaktadır. Pek çok disiplinde başarı ile kullanılmış olan fuzzy mantığı, inşaat mühendisliğinde de son yıllarda kullanılmaya başlanmıştır (Maiers and Sherif, 1985). Düzlem kafes ve çerçeve sistemlerin optimum boyutlandırılmasında ve elde edilen sonuçlar klasik optimizasyon çözümleriyle karşılaştırılınca fuzzy mantığının güçlü yönleri ortaya çıkmıştır (Yeh and Sıhu, 1989). Yine yapı mühendisliğindeki çeşitli problemlere başarı ile uygulanmış ve bu alanda kullanılabilecek etkin bir metot olduğu vurgulanmıştır. (Brown and Yao, 1983; Civalek, 1997b).

Bu çalışmada fuzzy mantığı kullanılarak yapıların dinamik analizi temel prensipleriyle verilmiş ve elde edilen sonuçlar sayısal çözümlemenin verdiği sonuçlar ile birlikte karşılaştırmalı olarak tablo ve grafikler ile gösterilmiştir. Sonuçların yakınsaması bu alanda yapılacak diğer çalışmalara ivme verecek niteliktedir.

2. FUZZY MANTIĞI

Fuzzy mantığı klasik mantık teorisinden farklı olup daha çok belirsizliklerin söz konusu olduğu hadiselerde kullanılır. Olayların oluşum şartları ve oluşum olasılığından çok oluşum dereceleriyle ilgilenen bir kavramdır. Fuzzy mantığı ile olasılık kavramları ayrı şeylerdir. Aralarındaki en büyük farklılık bulanıklığın bir deterministik belirsizlik olmasıdır (Zimmerman, 1985). Fuzzy mantığında herhangi bir eleman verilen bir kümenin kısmen üyesi olabilir. Bu esnekliği, problemleri çok hassas bir şekilde çözebilmeye olanak sağlar. Fuzzy mantığında her bir eleman, tanımlanmış bir üyelik fonksiyonu (membership function) yardımıyla bir üyelik derecesine atanır (Zadeh, 1994). Böylece, bulanık kümeyi oluşturan her bir eleman kısmen o kümenin üyesi olabilmektedir. Basit olarak bir bulanık denetleyicinin yapısına bakıldığında; Bulandırıcı, Çıkarım motoru, Veri tabanı, Kural tabanı ve Durulandırıcı olmak üzere beş ana bölümden oluştuğu görülür (Bellman and Giertz, 1973). Şekil 1 bulanık bir denetleyicinin temel yapısını göstermektedir Bunlar basit olarak şöyle izah edilebilir:

2. 1. Bulandırıcı (Fuzzifier)

Giriş değişkenlerini ölçen bu kısımda bu değişkenler üzerinde bir ölçek değişikliği yapılarak bulanık kümelere dönüştürülür. Bir başka ifadeyle bu gerçel sayılara birer etiket vererek onlara dilsel bir nitelik kazandırır.

2. 2. Çıkarım Motoru (Inference Engine)

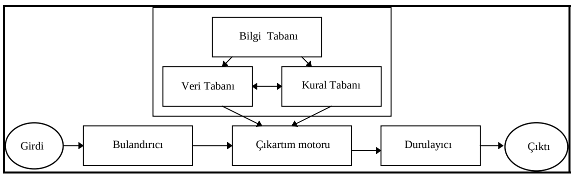
Kurallar üzerinde fuzzy mantık yürütülerek ifadeler mantıksal hale dönüştürülür.

2. 3. Veri Tabanı (Data Base)

Çıkarım motoru, kural tabanında kullanılan bulanık kümelerin üyelik işlevlerini bu kısımdan alır.

2. 4. Durulandırıcı (Defuzzifier)

Çıkarım motorunun bulanık küme çıkışları üzerinde ölçek değişikliği yapılarak gerçek sayılara dönüştürülür.



Şekil 1. Bulanık bir denetleyicinin temel yapısı

Şekil 1'de görüldüğü gibi herhangi bir problemin fuzzy ile çözümünde üç temel aşama mevcuttur. Problemin fuzzy uzaya dönüşümü, problemin fuzzy uzayda çözülüşü, bulunan sonucun eski uzaya dönüştürülmesi. Bu dönüşümler sırasında veri tabanı ile kural tabanı doğrudan bir etkileşim içerisindedir. Bu etkileşim sayesinde problemin çözümü dinamik olarak kontrol edilmekte ve istenilen hassaslığa gelinceye kadar bu etkileşim devam etmektedir. Sayısal bir örnek olarak verilmiş bir kat çerçevesinin hesabı fuzzy mantığı ile ve rijitlik matrisi metoduyla yapılmıştır. Bu amaçla öncelikle problemin çözümü için gerekli kurallar oluşturulmuş ve fuzzy kümesi teşkil edilmiştir.

3. SAYISAL ÖRNEK

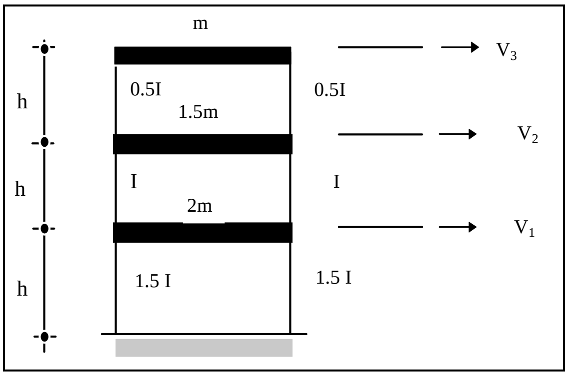
Sayısal bir örnek olarak aşağıdaki çerçevenin serbest titreşim frekansları ve karşı gelen mod şekilleri hesaplanacaktır.

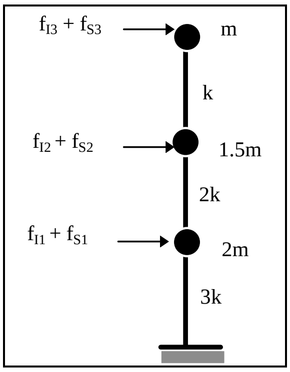
Sistem aşağıda gösterildiği gibi kütleleri dönmeden ötelenme yapan bir kolon gibi düşünülebilir. Her bir birim yerdeğiştirme durumunda tatbik edilmesi gereken elastik kuvvetler yine Şekil 2'de gösterilmiştir. Katların öteleme rijitliğini aşağıdaki formülle tanımlayabiliriz,

$$k = n \cdot 12 \cdot E \cdot I / h^3$$

Burada,

E = Elastisite modülü
I = Atalet momenti
h = Kat yüksekliği
n = Kolon sayısı





Şekil 2. Yapıya etki eden kuvvetler ve ideal yapı sistemi

Verilen sistem için serbest titreşim hareket denklemi

$$f_I + f_S = 0 \rightarrow \quad \sum_{J=1}^{3} m_{ij} \ddot{v}_j + \sum_{J=1}^{3} k_{ij} v_j = 0$$

şeklinde yazılabilir. Öncelikle matris metoduyla hesapları yapıldığında birim deplasmanlar dikkate alınarak,

$$f_1 = m\ddot{v} = \begin{bmatrix} 2m & 0 & 0 \\ 0 & 1.5m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{v}_1 \\ \ddot{v}_2 \\ \ddot{v}_3 \end{bmatrix}$$

$$f_s = kv = \begin{bmatrix} 5k & -2k & 0 \\ -2k & 3k & -k \\ 0 & -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir. Çok serbestlik dereceli bir sistemde sönümsüz serbest titreşim

$$m\ddot{v} + kv = 0 \qquad (1)$$

olarak verilir. Çözümün basit bir harmonik hareket olduğunu kabul ederek

$v(t) = \bar{v} \sin(wt + \theta)$ şeklinde tanımlanır. Bu değeri (1) denkleminde yazarsak

$\left(k - w^2 m\right) \bar{v} = 0$ elde edilir. $d = k^{-1}$ için

$(I - w^2 dm)\,\bar{v} = 0$ homojen lineer denklem sistemini elde etmek mümkündür. Sistem, katsayılar matrisinin determinantı sıfır olması halinde bir çözüme sahiptir. Böylece sistemin frekans denklemi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\left| k - w^2 m \right| = 0 \qquad (2)$$

Bulunan bu serbest titreşim frekanslarına karşı gelen serbest titreşim mod şekilleri ise

$$(k - w^2 m)\,\phi_i = 0 \qquad (3)$$

denkleminden hesaplanır. Bu değerler yardımıyla verilen sayısal örnek için serbest titreşim frekansları (2) denklemi ile

$$\left|k - w^2 m\right| =$$

$$\begin{vmatrix} 5k - 2m w_1^2 & -2k & 0 \\ -2k & 3k - 1.5m w_2^2 & -k \\ 0 & -k & k - m w_3^2 \end{vmatrix} = 0$$

buradan

$$(5k - 2mw^2)(3k - 1.5mw^2)(k - mw^2) - 4k^2(k - mw^2) - k^2(5k - 2mw^2) = 0$$

olarak elde edilir. Denklemde

$$\bar{w}^2 = \frac{m w^2}{k}$$

yazarak ifadeleri sadeleştirildiğinde, denklem daha açık olarak

$$3\bar{w}^6 - 16.5\bar{w}^4 + 22.5\bar{w}^2 - 6 = 0$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemin çözümünden serbest titreşim frekansları

$$w_1^2 = 0.351\frac{k}{m}, \quad w_2^2 = 1.607\frac{k}{m}, \quad w_3^2 = 3.542\frac{k}{m}$$

olarak bulunur. Bu serbest titreşim frekanslarına karşılık gelen serbest titreşim mod şekilleri ise (3) denklemi kullanılarak

$w^2 = w_1^2$ için birinci titreşim modu

$$\begin{bmatrix} 5k - 2m w_1^2 & -2k & 0 \\ -2k & 3k - 1.5m w_1^2 & -k \\ 0 & -k & k - m w_1^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \phi_{31} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

buradan

$$\begin{bmatrix} 4.98 & -2 & 0 \\ -2 & 2.474 & -1 \\ 0 & -1 & 0.649 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \phi_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir.

Birinci titreşim modu , $\phi_{31} = 1$ için

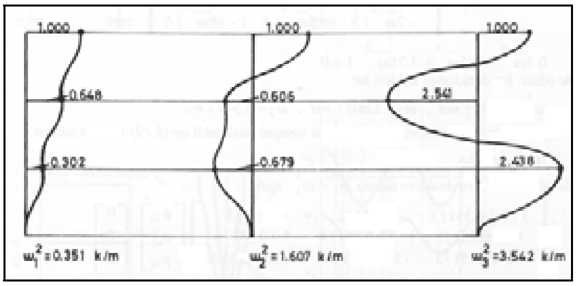
$$\phi_1^T = \begin{bmatrix} 0.602 & 0.648 & 1.00 \end{bmatrix}$$

Benzer olarak

$$\phi_2^T = \begin{bmatrix} -0.679 & -0.606 & 1.000 \end{bmatrix}$$

$$\phi_3^T = \begin{bmatrix} 2.438 & -2.541 & 1.000 \end{bmatrix}$$

Elde edilen bu değerler yardımıyla sistemin serbest titreşim modları Şekil 3' de verilmiştir.



Şekil 3. Sistemin serbest titreşim modları

Aynı soruyu fuzzy mantığı ile çözmek için öncelikle fuzzy mantığı için gerekli kuralları oluşturmak gereklidir. Klasik küme kuramında bilindiği üzere A ve B önermesi A kümesi ile B kümesinin birleşimini ifade eden ve sembol olarak $A \cup B$ şeklinde verilen tanıma karşılık gelir. Benzer olarak A veya B önermesi küme kuramında A kümesi ile B kümesinin kesişimine karşılık gelmektedir. Yani bir C kümesi için ifadeleri yazılacak olursa $C = A \cup B$, $C = A \cap B$ olarak tanımlanır. Fuzzy küme teorisinde kümeler üzerine yapılan işlemler bazı farklılıklar gösterir. Yukarıdaki küme tanımlarının fuzzy mantığındaki ifadeleri sırasıyla şöyledir.

$$A \overset{f}{\cap} B = \max\left[\mu A_{(x)}, \mu B_{(x)}\right]$$

$$C = A \overset{f}{\cup} B = \min\left[\mu A_{(x)}, \mu B_{(x)}\right] \quad C =$$

Fuzzy mantığında mantıksal operatörlerin işlevi klasik küme teorisinden farklıdır. Şöyle ki A ile B önermeleri VE ile bağlanmış ise A'nın üyelik derecesi ile B' nin üyelik derecesinden maksimum olan alınır. Eğer VEYA ile tanımlanmış ise A'nın üyelik derecesi ile B'nin üyelik derecesinden minimum olan alınır (Zadeh, 1988). Burada dikkat edilmesi gereken A ile tanımlı kümenin elemanları bu kümeye bir üyelik derecesi ile katılmaktadır. Klasik mantıkta bir eleman, tanımlanmış bir kümenin ya elemanıdır veya değildir. İşte fuzzy mantığında bu kesinlik yoktur. Bir eleman herhangi bir kümenin kısmen üyesi olabilir. Bu üyeliği belirtmek için de üyelik fonksiyonları yardımıyla üyelik dereceleri bulunur. Problemin çözümünde kullanılan bazı fuzzy önermeleri yazarsak

EĞER $\phi_{ni} \neq 1$ VE $\omega^2 \neq \omega_n{}^2$ ise O HALDE üyelik fonksiyonlarını yeniden ayarla

. . .

. . .

EĞER $\phi_{n1} = 1$ **VE** $\omega^2 = \omega_n{}^2$ ise **O HALDE**

S'in çözümü n. titreşim modunu verir.

Burada S daha önce veri tabanında tanımlanmış bir fonksiyondur. Yukarıdaki kuralların tanımlanmasında VE operatörü kullanılmıştır. Benzer olarak VEYA ile tanımlanmış bir kural yazalım.

EĞER $[C]$ A ile ortogonal değilse VEYA (M) A ile ortogonal değilse

O HALDE ağırlıkları değiştir.

Burada **A**, [C] ve (M) yine program içinde daha önceden tanımlanmış fonksiyonlardır ve [C] ile ifade edilen sönüm matrisi, (M) ile ifade edilen ise mod vektörüdür. Bahsedilen veri tabanının hazırlanmasında problemin analizinde kullanılacak çeşitli kriterlerden yararlanılmaktadır. Örnek olarak bu problemde çözüme yaklaşımı hızlandıran en büyük faktör titreşim modlarının yaklaşık olarak sonuçlarının tahmin edilebilmesidir. Buna ilaveten daima serbest titreşim mod vektörünü ifade eden ϕ vektöründeki son terim daima 1 değerini alır. Sistemin fuzzy çözümü ve sonuçları aşağıda verilmiştir. Tablo 1'den de görüleceği üzere program
her defasında sonuca dahada yaklaşmıştır. İlk etapta programdan serbest titreşim frekansları istenmiştir.

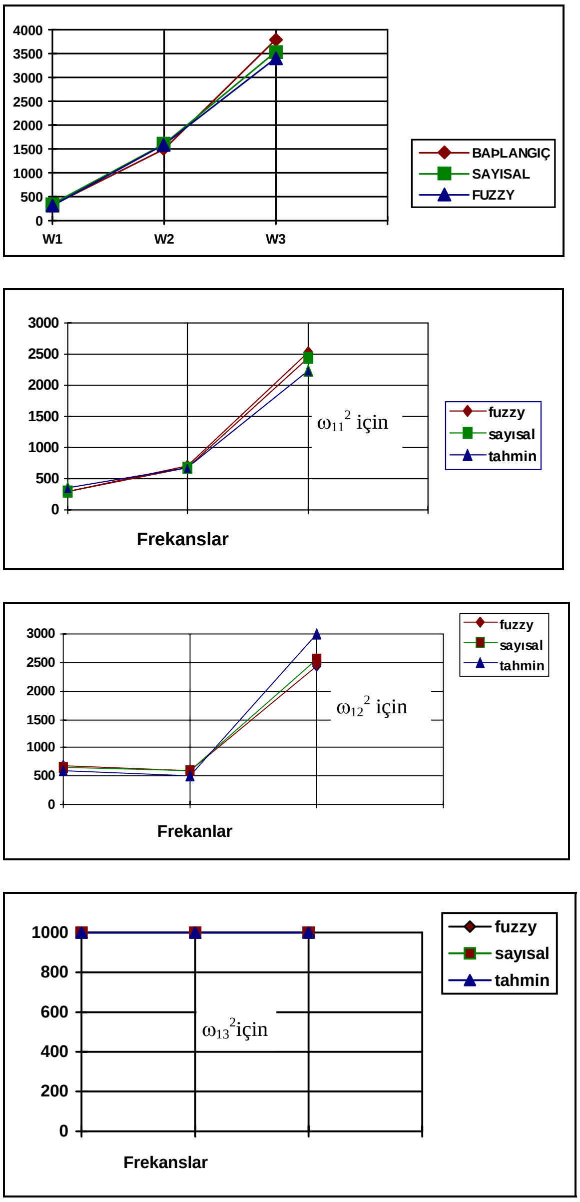
Tablo 1. Frekans ve Modların Fuzzy Mantığı ile Elde Edilen Sonuçları

İterasyon	İterasyon Sayısı	Serbest Titreşim Frekansları ω_1^2	Serbest Titreşim Modkarı $[\phi_1^T]$
1	10200	0.021 k/m	[0.12, 0.551,]
2	5273	0.2015 k/m	[0.129, 0.585,1]
3	420	0.295 k/m	[0.254 , 0.6415 ,1]
4	35	0.345 k/m	[0.300, 0.6485 , 1]

İterasyon	İterasyon Sayısı	Serbest Titreşim Frekansları ω_2^2	Serbest Titreşim Modkarı $[\phi_2^T]$
1	9996	0.254 k/m	geçersiz değerler
2	3254	0.5455 k/m	[-0.021, -0.23,1]
3	532	1.601 k/m	[-0.684, -0.591,1]
4	11	2.015 k/m	[-0.954, 0.697,1]

İterasyon	İterasyon Sayısı	Serbest Titreşim Frekansları ω_3^2	Serbest Titreşim Modkarı $[\phi_3^T]$
1	2544	0.254 k/m	[0.258, -0.23,1]
2	1300	1.659 k/m	[1.215, -1.27,1]
3	406	2.763 k/m	[2.056, -1.99,1]
4	45	3.409 k/m	[2.45, -2.50,1]

$K_i = \phi_i^T k\, \phi$			$M_i = \phi_i^T m\, \phi$		
K_1	K_2	K_3	M_1	M_2	M_3
0.25k	1.12k	10 k	0.12m	0.95m	3.21m
0.298k	1.98k	45k	1.52m	1.65m	5.31m
0.585k	2.85k	61.2k	1.68m	2.00m	18.2m
0.640k	3.775k	81.2k	1.79m	2.69m	23.15m



Şekil 4. Elde edilen değerlerin karşılaştırmalı olarak gösterimi

iterasyonda 10200 iterasyon sonucunda verilen değerler tablonun 3. ve 4. sütunlarında gösterilmiştir. Bu iterasyon neticesinde elde edilen sonuçlar uygun olmadığından ikinci iterasyon koşturulmuş ve program 5273 iterasyon sonucunda yine belirli değerler üretmiştir. Dikkat edileceği gibi her defasında (çözüme yaklaştıkça) iterasyon sayısı azalmıştır. Örneğin 4. iterasyonda iterasyon sayısı 35 olup sonuçlar istenilen hassasiyet değerine yakın olarak elde edilmiştir. Her tablo için en uygun sonuçlar daha koyu bir satırda gösterilmiştir. Şekil 4' de verilen grafiklerde tahmin olarak adlandırılan değer çözümün süresini kısaltan ve random olarak belirlenmiş değerlerdir. Ancak bunların belirlenmesi de problem yapısına bağlıdır. Örneğin bu problemde 3. modun 1 olması gibi bir kriter dikkate alınarak bu tahmini değerler belirlenmiştir. İlk verilen grafik her üç mod değerinin aynı grafikte verilmesiyle elde edilmiştir. Elde edilen değerler ile sayısal çözüm sonuçları ve programa girilen tahmini ve başlangıç değerleri grafik olarak gösterilmiştir. Başlangıç değerleri fuzzy çözümün yakınsama süresini azaltan ve program için gerekli olan bir rasgele değerdir. Çözümler daha önceki bir çalışma çerçevesinde (Civalek, 1997b) hazırlanmış mantıksal programlama tekniği ile yapılmıştır.

4. SONUÇLAR

Gerek depreme dayanıklı yapı tasarımı ve gerekse yapıların dinamik analizinde esas olan, yapıya etkiyen tüm dış yükler yanında dinamik etkileri de dikkate alarak çözüme gitmektir. Dinamik çözüm neticesinde zamana bağlı bir çözüm kümesi elde edilir. Bu amaçla günümüze kadar teorisyenler tarafından çeşitli metotlar geliştirilmiştir. Bu çalışmada, pek çok mühendislik problemine başarıyla uygulanmış fuzzy mantığı kullanılarak, yapıların doğal titreşim ve modları belirlenmiş ve elde edilen sonuçlar rijitlik matrisi yöntemiyle verilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Gerek programın yakınsaması ve gerekse sonuçların yaklaşıklığı ümit verici niteliktedir. Başlangıçta öngörülen değerler ile fuzzy çıktısı arasında büyük bir farkın olmaması ve sayısal çözüm değerlerine yakın sonuçlar elde edilmesi fuzzy mantığının yapıların dinamik analizinde kullanılabilecek etkin bir metot olduğunu göstermiş ve günümüzde pek çok alanda olduğu gibi İnşaat mühendisliğinde de mantıksal programlamanın önemi vurgulanmıştır.

5. KAYNAKLAR

Bellman, R. E., Giertz, M. 1973. On the Analytic Formalism of the theory of Fuzzy Sets, Information Science, 5, 149-156.

Brown, C. B., Yao, T. P. 1983. Fuzzy Sets and Structural Engineering, Journal of Structural Engineering, 109 (5), 1211-1224.

Civalek, Ö. 1997a. Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımında Nöro- Fuzzy Tekniğinin Kullanılması, Dördüncü Ulusal Deprem Konferansı, 17-19 Eylül, Ankara. 431- 439.

Civalek, Ö. 1997b. The Analysis of Time Dependent Deformation in RC Members by Artificial Neural Network, Journal of Engineering Science of Pamukkale University, 3 (2), 331-335

Clough, R.W, Penzien, J. 1975. Dynamics of Structures McGraw-Hill, Newyork.

Hurty, W.C., Rubinstein, M. F. 1967. Dynamics of Structures, Prentice-Hall.

Maiers, J., Sherif, Y. S. 1985. Aplications of Fuzzy Set Theory, IEEE Transactions on Systems, SMC-15 (1), 175-189.

Yeh, Y. C., Sıhu, D. 1989. Structural Optimization With Fuzzy Parameters, Computer and Structures, 37 (6), 925-946.

Zadeh, L. A. 1994. Fuzzy Logic, Neural Networks and Soft Computing, ACM.

Zadeh, L. A. 1988. Fuzzy Logic, IEEE Computer, 83-93.

Zimmerman, H. J. 1985. Fuzzy Set Theory and Its Applications, Kluwer-Nijhof Publishing, 62-73.