

DÜZLEM ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ İÇİN BİR PAKET PROGRAM

Muzaffer TOPCU

Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Denizli

ÖZET

Bu çalışmada, izotrop malzemeden veya metal matriksli kompozit malzemelerden imal edilen makina elemanlarında, sonlu elemanlar metodu kullanarak elastik ve elasto-plastik gerilme analizi yapan bir bilgisayar programı hazırlanmış ve programın işleyişi anlatılmıştır. Çözümde dokuz düğümlü dikdörtgen izoparametrik elemanlar kullanılmıştır. İnterpolasyon fonksiyonu olarak Lagrange polinomlar seçilmiştir. Lineer denklem sistemlerinin çözümünü kısa zamanda, doğru ve en az bellek kullanarak yapan bir program geliştirilmiştir. Plastik bölgede gerilme hesabında, başlangıç gerilmesi metodu kullanılmıştır. Programın işleyişini göstermek için, iki örnek çözüm verilmiştir. Programlama dili olarak Fortran kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler : Sonlu elemanlar metodu, Elasto-plastik gerilme analizi

A COMPUTER PROGRAM FOR ELASTO-PLASTIC STRESS ANALYSIS IN PLANE

ABSTRACT

In this study, the structure of computer program which solves the elastic and elasto-plastic stress analysis of machine elements that are manufactured isotrop materials or metal -matrix composites materials by using the finite element method, have been explained. An isoparametric rectangular element with nine nodes have been taken and Lagrange polynomials have been used as interpolation function. A computer program has been developed which solves the linear equation systems accurately by using optimum time and computer memory. In the calculation of plastic zone stress analysis initial stress method has been used. Two example solutions have been given for the related program. Fortran has been used as a program language.

Key Words : Finite element method, Elasto-plastic stress analysis

1. GİRİŞ

Günümüzde gıda sektöründen otomotiv sektörüne, inşaat sektöründen denizcilik sektörüne kadar hemen her alanda belirli özgül özelliklerinin çok yüksek olması sebebiyle, kompozit malzeme kullanımı hızla artmaktadır (Hashin, 1983).

Metal matriksli kompozit (MMC) malzemeler, plastik esaslı kompozit malzemelerle karşılaştırıldığında metal matriksli kompozitlerin sıcaklığa karşı performanslarının daha iyi olduğu görülmektedir (Kam and Lai 1989). Bunun yanında

mukavemetleri ve elastisite modülleri de plastik esaslı kompozit malzemelerden daha yüksektir. Matriks malzemesinin plastik deformasyonu, gerilme konsantrasyonları nedeniyle kırılan fiberleri gevşettiğinden dolayı gevrek kırılmalar azalmaktadır.

Kompozit malzemelerin elasto-plastik gerilme analizi için iki ve üç boyutlu sonlu elemanlar kullanılmaktadır. Bu çalışmalarda ince ve kalın plaklar ile kabuklar ele alınmaktadır. Çözümlerde ağırlıklı olarak boron-alüminyum, boron-epoksi ve

diğer kompozit malzemeler kullanılmaktadır (Zienkiewicz and Philips, 1970).

İzotropik malzemenin her alanda yalnızca iki değerle ifade edilebilen mekanik özelliklerinin, kompozit malzeme kullanımı durumunda daha çok değerle ifade edilmesi gerekmektedir. Bu değerlerin bilinmesi ve tasarımda göz önünde bulundurulması gerekmektedir. Üstelik bu değerler doğrultulara göre büyük farklılıklar göstermektedir.

Bu durum, çok değişik şekillerde takviye edilebilen kompozitler gözönüne alındığında ortaya çıkacak zorlukları ve dikkate alınması gereken parametrelerin çokluğu sebebiyle kompozit malzemeden yapılacak makina elemanının dizaynında optimizasyonun önemini ortaya çıkartmaktadır. Bütün bunlarla beraber, bilgisayar teknolojisinde sağlanan gelişmelerle anizotropik elastisite sahasındaki ilerlemeler bir ölçüde bu sahadaki dizayn zorluklarını ortadan kaldıracak seviyelere gelmiştir.

2. ELASTİK GERİLME ANALİZİ

Düzlem gerilme durumu için izotrop malzemelerde gerilme-şekil değiştirme ilişkisi,

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\{\sigma\}$ düzlem gerilme bileşenlerini, $\{\varepsilon\}$ düzlem şekil değiştirme bileşenlerini $[D]$ ise (3×3) boyutlarında olup elastik sabitler matrisini ifade etmektedir. İzotrop malzemeler için malzemenin elastisite modülü (E) ve poisson oranı (ν) biliniyorsa elastik sabitler matrisi oluşturulabilir. Oysa yalnızca bir yönde takviye edilmiş bir ortotropik kompozit malzeme için en az dört sabitin bilinmesi gerekmektedir. Takviye şekli ile takviye doğrultusunun değişmesi ve malzemelerin birleşme hacim oranlarının değişkenliği dikkate alınırca, kompozit levhalarda gerilme problemi oldukça karmaşıklaşmaktadır. Ayrıca kompozit makina elemanının birden çok katmandan oluşması gerekirse; bu katmanların kalınlık, malzeme cinsi ve her birinin farklı şekillerde takviye edilme durumu göz önünde bulundurulurca hesap yapılması gerekmektedir. Anizotrop malzemelerde en genel durum için gerilme şekil değiştirme ilişkisi,

$$\{\sigma_{ij}\} = [Q_{ijkl}] \{\varepsilon_{kl}\} \quad i, j, k, l = 1 \dots 9 \quad (2)$$

şeklinde ifade edilebilir (Lekhnitskii, 1981). Burada $[Q_{ijkl}]$ elastik sabitler matrisidir. Bu malzemedeki

simetri durumları ve takviye şekilleri dikkate alındığında, ortotrop malzemeler için 81 değişken 9 sabite indirgenir. İki eksene göre simetriklik gösteren özel ortotrop malzeme için elastik sabitler matrisinin dört bağımsız değişkeninin bilinmesi durumunda, bu matris tanımlanabilir. Bu sabitler deneylerle elde edilebileceği gibi kompozit malzemeyi meydana getiren matriks ve fiberlerin özellikleri biliniyorsa, birleşmedeki hacim oranlarından hareketle her iki doğrultudaki elastisite modülleri ve poisson oranları bulunarak da elastik sabitler matrisi hesaplanabilir. Geliştirilen programda her iki durum da dikkate alınmış olup, her durum için kompozitlere ait elastik sabitler matrisi bulunabilmektedir. Ayrıca asal malzeme doğrultuları ile takviye doğrultularının çakışmaması durumunda gerekli transformasyon işlemleri yapılmakta ve çok katlı kompozit yapıda kat sayısı ve her katmandaki takviye doğrultuları dikkate alınarak elastisite matrisi hesaplanmaktadır.

3. ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ

Elasto-plastik özellik gösteren malzemelerde, bilhassa metaller ile metal matriksli kompozitlerde plastik davranışlar zamana bağlı olmayan kalıcı şekil değiştirmelerle izah edilir. Bu kalıcı şekil değiştirmeler malzemenin özelliğine göre belli bir gerilme değerine ulaşıldıktan sonra meydana gelir.

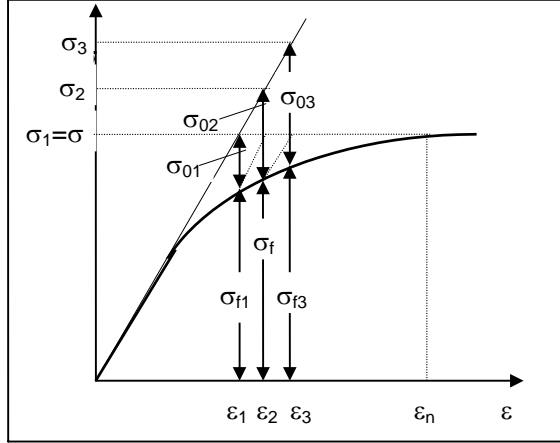
Plastik deformasyonun başlangıcı akma kriterlerine göre belirlenir. Malzemenin akması için gerekli olan gerilmenin $\{\sigma_{ij}\}$ her yön ve yükleme şekli için değiştiği kabul edilirse,

$$f(\sigma_{ij}) = k(K) \quad (3)$$

akma denklemini verecektir. K deneyle bulunan malzemeye ait plastik deformasyon çarpanıdır. Bu çalışmada akma kriteri olarak izotrop malzemeler için Von-Misses metal matriksli kompozitler için ise Tsai-Hill akma kriterleri kullanılmıştır.

Elasto-plastik problemlerin nümerik çözümleri değişik şekillerde yapılabilir (Yamada and Yashimura 1967; Zienkiewicz and Philips, 1969; Owen and Figuerias, 1983). Bu çalışmada Zienkiewicz ve Philips tarafından geliştirilen "Başlangıç Gerilmesi Metodu" kullanılmıştır. Bu metod, çekme deneyine tabi tutulan numunede meydana gelen elasto-plastik davranışı esas alarak, bunu iki ve üç boyutlu gerilme durumundaki problemlere uygulama imkanı sağlar. Elastik bölgenin üzerinde, $\varepsilon_{\text{toplaml}} = \varepsilon_1$ oluncaya kadar (Şekil

1) yüklenen çekme numunesinde σ_1 gerilmesi lineer elastik olarak hesaplanır. Elasto plastik gerilme;



Şekil 1. Başlangıç gerilmesi metodu

$$\sigma_f = \sigma_a + K \varepsilon_p^n \quad (4)$$

olarak bilinmektedir. Formüldeki K ve n sırasıyla plastik deformasyon çarpanı ve plastik deformasyon üstelidir. Buradan σ_1 gerilmesine karşılık gelen iç gerilme şu şekilde hesaplanabilir:

$$\sigma_{01} = \sigma_1 - \sigma_{f1} \quad (5)$$

Gerilme $\delta\sigma$ kadar artırılarak buna karşılık gelen ε_2 değeri hesaplanır. ε_2 'ye karşılık gelen gerçek gerilme ile σ_2 arasındaki fark σ_{02} 'yi verir. Benzer şekilde σ_3 ve diğer gerilmeler hesaplanır. Bu iterasyon, elasto-plastik şekil değiştirme ε_n 'e karşılık gelen başlangıç noktasına kadar devam eder. Burada σ ve σ_{0i} başlangıç gerilmeleridir.

4. SONLU ELEMANLAR METODU

Mühendislik problemlerinde çalışma şartları, yükleme durumu, yapı ve deney hataları kesin olarak bilinemez. Bu nedenle, deney sonuçlarına yakın değerlerin elde edilebildiği yaklaşık çözüm metodları kolaylık, ucuzluk gibi özellikleri sebebiyle tercih edilmektedir. Yaklaşık çözüm metodlarından biri olan "Sonlu Elemanlar Metodu" ise özellikle son yıllarda büyük gelişmeler göstererek günümüzde geçerli bir çözüm tekniği olduğunu kabul ettirmiştir. Bu metotla bir çok bilim dalında değişik problemler çözülmektedir (Topcu, 1991).

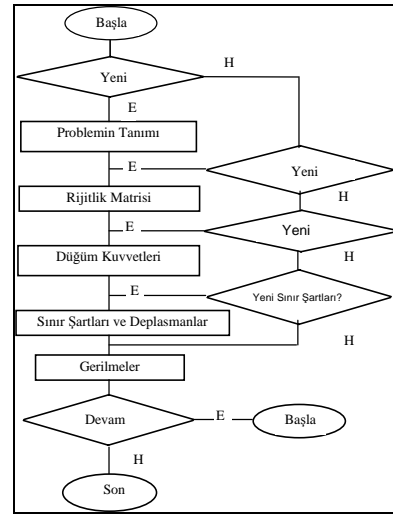
Sonlu elemanlar metodu ile elastisite problem çözümünde işlem sırası şöyledir;

- Modelin sonlu elemanlara bölünmesi,
- Eleman rijitlik matrisinin teşkili,

- Sistem rijitlik matrisinin oluşturulması,
- Sisteme etki eden dış kuvvetlerin belirlenmesi,
- Sınır şartlarının belirlenmesi,
- Sistem denklemlerinin çözümü,
- Elde edilen sonuçların değerlendirilmesi.

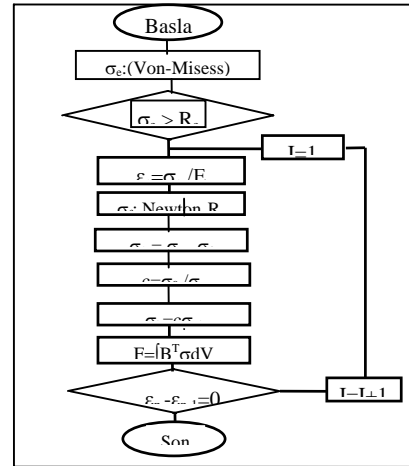
5. PROGRAMIN YAPISI

Elastik olarak düzlem gerilme problemini çözebilmek için yukarıda belirtilen işlemlerin tamamını yapabilen birbiriyle irtibatlı beş ayrı program yapılmıştır. Sırasıyla detayları ve çalışma prensipleri anlatılacak olan programın akış diyagramı Şekil 2' de verilmiştir.



Şekil 2. Elastik gerilme analizi için bilgisayar programı akış diyagramı

Ayrıca elasto-plastik gerilme analizi yapan altıncı bir program yapılmıştır. Bu program yukarıdaki elastik gerilme analizi yapan programa bağlı olarak çalışmaktadır. Programın akış diyagramı Şekil 3'de verilmiştir.



Şekil 3. Elasto-plastik gerilme analizi için bilgisayar programı akış diyagramı

5. 1. Çözüm Bölgesinin Sonlu Elemanlara Ayrılması (PRG1)

Çözüm bölgesinin geometrik yapısı belirlenerek bu geometrik yapıya en uygun gelecek elemanlar seçilmelidir. Seçilen elemanların çözüm bölgesini temsil etmeleri oranında elde edilecek neticeler gerçek çözüme yaklaşmış olacaktır (Topcu, 1993). Sonlu elemanlar metodunda iki boyutlu problemlerde, genelde düğüm sayıları, seçilen interpolasyon fonksiyonunun derecesine bağlı olarak farklılık arz edebilen üçgen yada dörtgen elemanlar kullanılmaktadır. Bu programda eğri yüzeyleri daha iyi temsil ettiği için izoparametrik dörtgen elemanlar tercih edilmiştir. Bir kenardaki düğüm sayısı değişken alınmış olup kullanıcı istediğini tercih edebilmektedir.

Sonlu elemanlar metodunda cismin elemanlara ayrılması için öncelikle çözüm bölgesinin tanımlanması gerekir. Çünkü problemin özelliğine göre çözüm bölgesinin tamamının veya belli bir kısmının sonlu elemanlara bölünmesi gerekebilir. Bu, şeklin geometrisine, dış kuvvetlerin simetrik olup olmamasına ve malzeme özelliklerine bağlıdır. Sonlu elemanlara ayırma işlemi ve problemin giriş bilgilerinin hazırlanması eleman sayısı arttıkça hem zaman alıcı olmakta, hem de hata yapma oranı artmaktadır. Bu yüzden elemanlara bölme işlemini kısa sürede hatasız yapabilen bir program yazılmıştır. Elemanlara ayrılan cisim ekranda çizilerek hata kontrolü yapma imkanı vermektedir.

Program, kullanıcıdan problemin sınırlarını, her parçanın kaç elemana ayrılacağını sormakta ve elemanlara bölme işlemini otomatik olarak yapmaktadır. Problemin sınırlarını doğru, daire parçası ve parabol olarak tanımlamak mümkündür. Aynı zamanda her bölgedeki eleman büyüklüklerini farklı olarak tanımlama imkanı vermektedir. Cisim, istenilen kenar düğüm sayısına sahip izoparametrik dörtgen elemanlara bölünerek, eleman düğüm numaraları ile düğüm koordinatları hesaplanır.

Bu program, düğüm koordinatları, düğüm numaraları vb. bilgileri bir dosyada saklayarak diğer programlarda kullanılacak dataları oluşturur.

5. 2. Direngelik Matrisinin Hesabı (PRG2)

Elastisite probleminde eleman direngelik matrisinin bulunması, elemana etki eden dış kuvvetler ile düğüm deplasmanları arasında ilişki kurmak anlamına gelmektedir. Bu ilişki, aşağıda verilen (4)

denklemini ile karakterize edilir (Bathe, 1982). Sonuçta elde edilen lineer denklem takımı,

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (6)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\{U\}$ düğüm yer değiştirmelerini, $\{F\}$ düğüm dış kuvvetlerini ifade eden sütun matristir. $[K]$ ise elemanın geometrik ve elastik özelliklerinden elde edilen direngelik matrisidir. PRG2, her eleman ve sistem için direngelik matrislerini hesaplamaktadır. Eleman direngeliğinin elde edilmesinde en çok minimum enerji prensibi ve virtüel işler prensibi kullanılmaktadır (Bathe, 1982).

Minimum enerji prensibine göre, eleman içerisinde birim hacimdeki iç enerji ile dış kuvvetlerin yaptığı iş arasındaki farkın minimum olması gereklidir. Elemanın iç enerjisi,

$$dH = 1/2 \{ \epsilon \} \cdot \{ \sigma \} \cdot dv \quad (7)$$

denklemini ile bulunur. Dış kuvvetlerin işi ise;

$$dW = \{U\} \cdot \{F\} \cdot ds \quad (8)$$

şeklinde dir. Burada $\{F\}$ yüzey kuvvetlerini, $\{U\}$ da yer değiştirmeleri ifade etmektedir. Bu iki ifadeden hareketle izoparametrik elemanlar için eleman direngelik matrisi,

$$[K] = t \int [B]^T [D][B] \cdot d\epsilon_t \cdot dr_{ds} \quad (9)$$

olarak elde edilir. Burada $[B]$ yer değiştirmeleri şekil değiştirmeye bağlayan geometrik sabitler matrisi olup şekil fonksiyonlarının türevlerinden ibarettir. $[D]$ daha önceki bölümde anlatılan elastik sabitler matrisi, detj lokal koordinatları global koordinatlara dönüştüren jakobien matrisinin determinantı, dr ve ds ise eleman lokal koordinatlarını ifade etmektedir.

PRG1, PRG2 ile hesaplanmış olan eleman, düğüm numaraları ve düğüm koordinatlarını ilgili dosyadan okuyarak daha sonra malzeme özelliklerini kullanıcıdan istemektedir. Bu daha önceden programa tanıtılmış izotrop ve kompozit malzemelerden birini seçme imkanı verdiği gibi yeni bir kompozit malzeme tanımlama imkanı da sunmaktadır. Kompozit malzemeler için her açıdaki tek ve çapraz takviye edilmiş hatta katmanlı olma durumlarına göre eleman rijitlik matrislerini hesaplar. Daha sonra eleman matrisleri üst üste toplanarak sistem matrisini oluşturur. Burada sistem direngelik matrisinin boyutları normal olarak düğüm serbestlik derecesine göre değişecektir. İki boyutlu bir problem için düğüm sayısının (DS), iki

katı (2DS, 2DS) olması gerekmektedir. Bu durumda matrisin boyutları büyüdüğü için problemde yarı bant genişliği (YBG) otomatik olarak hesaplanıp direngenlik matrisi (2DS, YBG + 1) şeklinde oluşturulmaktadır. Bu şekilde hem hafıza hem de zaman tasarrufu sağlanmaktadır. Aşağıda bu işlemi yapan program parçası verilmiştir. Önce yarı bant genişliği D (eleman sayısı, eleman düğüm sayısı) şeklinde oluşturulan düğüm matrisi kullanılarak tesbit edilir. Daha sonra buna göre elde edilen eleman matrisleri band halde sistem matrisine yerleştirilir. Bu işlemi yapan PRG2 programının bir parçası aşağıda verilmiştir.

```

YBG = 0
DO 100 N = 1,ES
EK = NN + 1
EB = 0
DO 20 J = 1,EDS
IF (EK.LD.D(N, J)) EK = D(N, J)
20 IF (EB.LD.D(N, J)) EB = D(N, J)
C = 2 * (EB - EK + 1)
100 IF (YBG.LD.C) YBG = C

DO 100 N=1,ES
DO 1 II = 1,EDS
NRT = 2 * (D(N, II) - 1)
DO 1 IT = 1, 2
NR = NRT + IT
I = 2 * (II - 1) + IT
DO 1 JJ = 1,EDS
NCT = 2 * (D(N, JJ) - 1)
DO 10 JT = 1,2
J = 2 * (JJ - 1) + JT
NC = NCT + JT - NR + 1
IF (NC.LE. 0) GOTO 1
S(NR, NC) = S(NR, NC) + SE(I, J)
10 CONTINUE
100 CONTINUE

```

5. 3. Kuvvetlerin Hesabı (PRG3)

Herhangi bir yüzeye etkiyen yayılı dış kuvvetler, iç ve dış basınç, etki ettikleri yüzeyde bulunan düğümlere,

$$F = \int_s N \cdot P \cdot ds \quad (10)$$

şeklinde dağıtılır. Sisteme etkiyen kuvvet eğer tekil kuvvetse doğrudan düğüm kuvveti olarak alınır. Dış kuvvetler problemin bulunduğu eksen takımına göre bileşenlerine ayrılır. Örneğin iki boyutlu bir problemde kuvvetler x-y düzlemine

$$F_x = F \cdot \cos\theta, \quad F_y = F \cdot \sin\theta \quad (11)$$

şeklinde dağılır.

PRG3 ile sisteme etki eden yayılı yükler düğümlere etki yönüne uygun şekilde, tekil yükler ise etki ettiği yönde kuvvet matrisine doğrudan yerleştirmektedir. Program, sırasıyla sisteme kaç tip kuvvet etki ettiğini, etki eden kuvvetin nasıl bir kuvvet olduğunu, hangi elemanlara etki ettiğini sormakta, yayılı yük ve basınç durumlarında ilgili düğümleri kendisi tesbit ederek o düğümlere ait koordinatları PRG1'de elde ettiğimiz dosyadan okuyup (8) bağıntısındaki integrali ilgili düğümler için hesaplayıp elde ettiği değerleri kuvvet dosyasında saklamaktadır. Sisteme etki eden birden çok kuvvet var ise bunların süper pozisyonunu da yapmaktadır.

5. 4. Sınır Şartlarının Belirlenmesi ve Sistem Denklemlerinin Çözümü (PRG4)

Problemin özelliğine göre hangi düğümlerin hangi yönde serbest, hangi yönde tutulu olduğunun belirlenip, bilinen deplasmanlar var ise bunlar dikkate alınarak lineer denklem sistemi Gauss eliminasyon yöntemi ya da penalty yaklaşımı ile çözümlenerek düğüm yer değiştirme vektörü hesaplanır.

Simetrik problemler için sınır şartları doğrudan program tarafından belirlenebilmektedir. Simetrik olmayan problemler ile bilinen deplasmanlar söz konusu ise, bu durumda ilgili düğümlere ait sınır şartlarının ekrandan girilmesi gerekmektedir.

5. 5. Gerilmelerin Hesabı (PRG5)

PRG5, $\{\sigma\} = [D] [B] \{U\}$ eşitliğinden yararlanarak her düğümde ya da elemanın istenen her hangi bir noktasında meydana gelen gerilmeleri hesaplamaktadır.

Her program ayrı ayrı ve bir ana menü yardımıyla çalıştırılmaktadır. Böylece aynı geometrik şekle sahip program için malzeme özelliklerinin veya takviye doğrultusunun değişmesi halinde yeniden PRG1'i çalıştırmaya gerek kalmamaktadır. Aynı şekilde geometri ve malzeme özellikleri aynı, fakat yükleme şekilleri farklı problemler için PRG1 ve PRG2'nin yeniden çalıştırılmasına gerek bulunmamaktadır. Aynı durum diğer programlar için de geçerlidir. Bu şekilde programa kullanım kolaylığı ve işlerlik kazandırılmaya çalışılmıştır.

5. 6. Elasto-Plastik Gerilme Hesabı (PRG6)

Elasto-plastik gerilme analizi yapmak için, sonlu elemanlar metodu ile gerilme bileşenleri

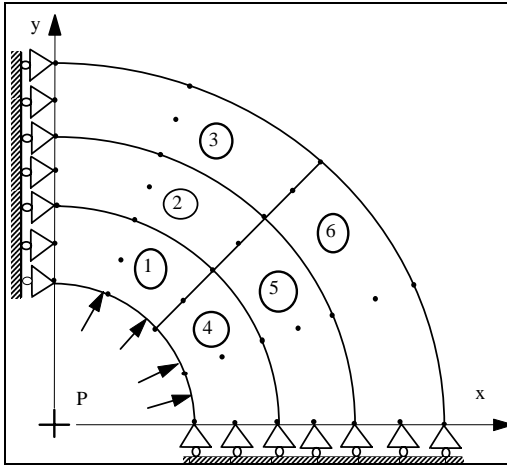
bulunduktan sonra eşdeğer gerilmeler hesaplanır. Bir akma kriteri ile plastik bölgeye girilip girilmediği kontrol edilir. İzotrop malzemeler için Von-Misses, anizotrop malzemeler için ise Tsai-Hill akma kriteri kullanılmaktadır. Eğer girilmiş ise, Bölüm 3’de bahsedilen başlangıç gerilmesi metodu kullanılarak düğümlerde meydana gelen elasto-plastik gerilmeler ile iç gerilmeler hesaplanır. Datalar bir dosyaya saklanır.

6. ÖRNEK ÇÖZÜMLER

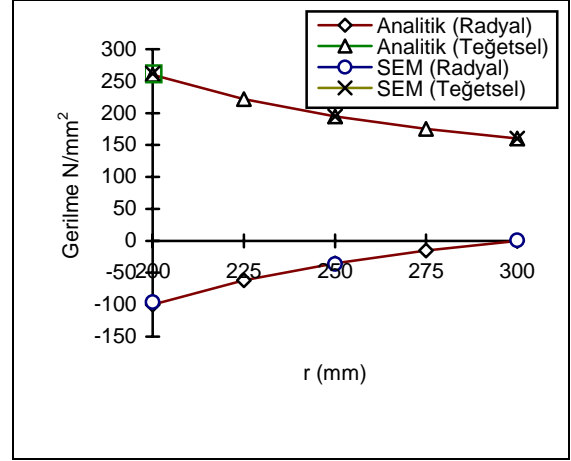
6. 1. Elastik Çözüm

Yapılan programların işlerliğini göstermek için Şekil 3’ de boyutları ve sonlu eleman modeli verilen içten basınca maruz kalın cidarlı silindirde meydana gelen gerilmeler analitik çözümlerle karşılaştırılmalı olarak verilmiştir (Şekil 4).

$r_1 = 200$ mm, $r_2 = 300$ mm , $P = 100$ MPa
ES = 6, DS=35



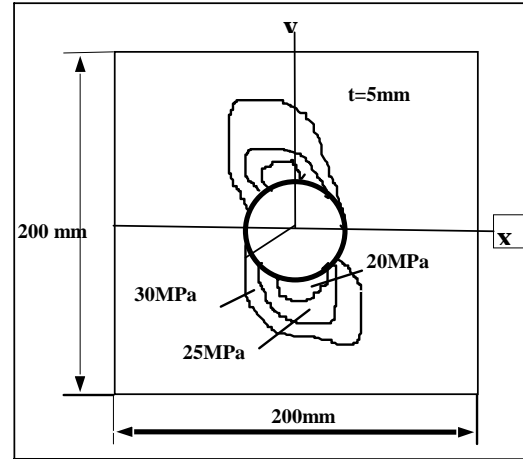
Şekil 3. İçten basınca maruz silindirin sonlu eleman modeli ve sınır şartları



Şekil 4. İçten basınca maruz silindirde gerilmeler

6. 2. Elasto-plastik Çözüm

Ortasında delik bulunan alüminyum-çelik kompozit levha ortasındaki delikten farklı basınçlara tabi tutularak plastik bölgenin dağılımı verilmiştir (Şekil 5).



Şekil 5. Delikten basınca maruz metal matriksli kompozit levhada iç gerilme dağılımı [0 /45]

Burada kullanılan kompozit levhanın mekanik özellikleri Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Alüminyum-Çelik (MMC)’in Mekanik Özellikleri [0 /45]

Mekanik Özellikler	Sembol	Değeri
Bir yönde elastisite modülü	E_1	85000 MPa
İki yönde elastisite modülü	E_2	55000 MPa
Poisson oranı	ν_{12}	0.35
Bir yönde çekme Mukavemeti	X	125 MPa
İki yönde çekme Mukavemeti	Y	52 MPa
Kayma Mukavemeti	S	25 MPa
Plastik Çarpan	K	270
Plastik deformasyon üsteli	n	0.61

7. SONUÇ

Bu çalışmada, düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme durumunda iki boyutlu problemlerde elastik ve elasto-plastik gerilme analizini sonlu elemanlar metodu kullanarak çözmek için geliştirilmiş bilgisayar programı ele alınarak programlama mantığı verilmeye çalışılmıştır. Programın geçerliliğini göstermek için içten 100 MPa basınca maruz silindir problemi ele alınarak elastik olarak çözülmüş ve 35 düğümde analitik çözümle aynı sonuçlar elde edilmiştir. Elastik olarak tabakalı kompozit plakalarda her çeşit açı ve yükleme durumundaki problemleri çözmek mümkündür.

Levhada meydana gelen eşdeğer iç gerilmeler ve Koordinatları Tablo 2' de verilmiştir.

Tablo 2. Levhadaki İç Gerilmeler (P = 20 MPa)

Düğüm	x	y	σ_0
12	-7.8	39	244
13	0	40	291
14	7	39	337
15	15	36	330
16	22	33	275
28	7.8	- 39	243
29	0	- 40	287
30	-7.8	- 39	327
31	-15	- 36	318
32	-22	- 33	261

8. KAYNAKÇA

Bathe, K. J. 1982. Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall Ing.

Hashin Z. 1983. "Analysis of Composite Materials", Journal of Applied Mechanics, September 1983, p. 481.

Kam T. Y., Lai M. D. 1989. "Multilevel Optimal Design of Laminated Composite Plate Structures", Computer and Structures, 31 (2), 179.

Lekhnitskii, S. G. 1981. Theory of Elasticity of an Anisotropic Body, Mir Publishers, Moscow.

Owen, D. R., Figuerias, J. A. 1983, "Anisotropic Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Thick and Thin Plate and Shells", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 19, 541-566.

Timoshenko, S. P., Goodier, J. N. 1969 Çev : Kayan, İ., Şuhubi, E., Elastisite Teorisi Arı Kitabevi, İstanbul

Tirupathi R. C., Ashok, D. B., 1991. Introduction to Finite Element in Engineering, Prentice Hall Inc.

Topcu, M. 1993. "The Elasto-Plastic Stress Analysis on the Transmission Roller Chain Link Plates", Research Reports, DEÜ, Institute of Science and Engineering, FBE/MAK-91-AR-248, İzmir.

Topcu, M. 1991. "Transmisyon Zincirleri Yan Plakalarında Elasto-Plastik Gerilme Analizi" Doktora Tezi, DEÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Yamada, Y., Yoshimura, N. 1967. "Plastic Stress-Strain Matrix and its Application for the Solution of Plastic Problems by the Finite Element Method", Int. J. Mechanics Science, 10, 343-354.

Zienkiewicz, O. C., Philips, D. B. 1970. "An Automatic Generation Scheme for Plane and Curved Surface by Isoparametric Coordinate", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 3, 519-528.