PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
PAMUKKALE UNIVERSITY ENGINEERING COLLEGE
MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ DERGİSİ
JOURNAL OF ENGINEERING SCIENCES
YIL : 2001
CİLT : 7
SAYI : 1
SAYFA : 145-149

MONTE CARLO BENZETİMİNİN BİR KARAR PROBLEMİNE UYGULANMASI

Çiğdem ALABAŞ, Ö. Faruk BAYKOÇ
Gazi Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Teknikokullar/Ankara

Geliş Tarihi : 27.07.2000

ÖZET

Standart karar ağacı yaklaşımının ana amacı ilgilenilen performans ölçütüne ilişkin beklenen değerin hesaplanmasıdır. Ancak gerçek hayat problemlerinde, belirsizlik faktörleri arttıkça karar problemi çok daha karmaşık bir hale gelmektedir. Böyle durumlarda karar analizinin, standart karar ağacı yaklaşımıyla yapılması kullanışlı değildir. Bu zorluğu yenmek için kullanılan yöntemlerden biri Monte Carlo benzetimidir. Bu çalışmada, karmaşık bir karar problemi için Monte Carlo benzetim modeli kurulmuş ve istatistiksel analiz yapılarak en uygun karar belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler : Karar ağacı, Monte Carlo benzetimi

THE APPLICATION OF MONTE CARLO SIMULATION FOR A DECISION PROBLEM

ABSTRACT

The ultimate goal of the standard decision tree approach is to calculate the expected value of a selected performance measure. In the real-world situations, the decision problems become very complex as the uncertainty factors increase. In such cases, decision analysis using standard decision tree approach is not useful. One way of overcoming this difficulty is the Monte Carlo simulation. In this study, a Monte Carlo simulation model is developed for a complex problem and statistical analysis is performed to make the best decision.

Key Words : Decision tree, Monte Carlo simulation

1. GİRİŞ

Karar problemi, belirlenen amaca ulaşmak için alternatifler arasından en uygun olanının seçilmesini ifade etmektedir. Ancak, bir kararı zorlaştıran, problemin karmaşıklığı, içinde bulunulan durumun belirsizliği, birden fazla amaç, farklı perspektiflerin farklı sonuçlara yol açması, gibi çeşitli nedenler vardır. Karar analizi ise zor kararların verilebilmesi için sistematik bir düşünce tarzı ortaya koymaktadır. Bir karar analizi sürecinde, öncelikle karar durumunun ve amaçların tanımlanması, alternatiflerin belirlenmesi gerekmektedir. Daha sonra problemin modellenmesi, en iyi alternatifin seçilmesi ve daha fazla analizin gerekli olup olmadığının duyarlılık analizi ile kontrol edilmesi gerekmektedir. Buna göre bir karar problemi; amaçlar, verilecek kararlar, belirsiz olaylar ve sonuçlar olmak üzere dört temel elemana ayrılmaktadır. Gelecekte ne olacağının kesin olarak bilinememesinden ya da bugünden verilecek bir kararın gelecekteki tam sonucunun tahmin edilememesinden dolayı, karar problemlerinin çoğu belirsizlik faktörleri içermektedir.

Etki diyagramları ve karar ağaçları bir karar probleminin modellenmesi için kullanılan grafiksel araçlardır. Bu teknikler, karar elemanlarının aralarındaki ilişkileri kendilerine özgü sembollerle göstermektedirler. Ancak, karar ağaçları probleme ilişkin detayların gösterilmesi konusunda çok daha kullanışlı olmaktadırlar (Clemen, 1991). Karar ağacı, her düğümünün karar ve şans olaylarını gösterdiği özel bir şebeke türü olarak tanımlanabilir. Şekil 1'de bir örneği görülen bu şebeke içerisinde karar olayları kare sembolü ile, şans olayları daire sembolü ile gösterilmektedir (Buchanan, 1982). Karar olayı, karar prosesi içerisinde verilecek kararları, şans olayı ise ortaya çıkan rastlantısal olayları temsil etmektedir. Buna göre, bir karar düğümünden çıkan dallar, alternatif kararları gösterirken, bir şans düğümünden çıkan dallar ortaya çıkabilecek rastlantısal olayları ifade etmektedir. Karar ağacı, ilgilenilen performans ölçütünün mümkün tüm sonuçlarının gösterildiği dallarla son bulmaktadır (Gregory, 1988). Söz konusu performans ölçütleri, kar, gelir, maliyet, güvenilirlik, başarı şansı vb. kriterlerden oluşmaktadır (Pritsker ve ark., 1989).

Problemin karar ağacı modeli geliştirildikten sonra, bu şebekenin çözümlenerek en uygun karar alternatifinin belirlenmesi gerekmektedir. Bir karar ağacında en uygun alternatif, en yüksek beklenen değere sahip olan alternatiftir ve bunun belirlenmesi amacıyla, dalların bitiş noktası olan sağdan sola doğru gelmek suretiyle ilk karar düğümüne ulaşılana kadar aşağıdaki işlemler tekrarlanır:

1) Bir şans düğümüyle karşılaşıldığında, bu şans olayının beklenen değeri hesaplanır,
2) Bir karar düğümüyle karşılaşıldığında, bu düğümün en yüksek beklenen değere sahip olan alternatif dalı seçilir (Clemen, 1991).

Ancak karar problemindeki belirsiz olayların veya sonuçların sayısının çok fazla olması yada sürekli bir dağılıma uyması durumunda ortaya çıkan karmaşıklığı çözümleme konusunda yukarıda ifade edilen karar işlemleri yetersiz kalmaktadır. Bu durumda, standart karar ağacı yaklaşımının bu eksikliği, Monte Carlo benzetimi ile giderilmektedir (Whitehouse, 1973). Baykoç (1999), karmaşık karar ağaçlarının analizinde benzetim tekniğini kullanmıştır.

İlk olarak II. Dünya Savaşı sırasında atom bombasının geliştirilmesi ile ilgili problemlere uygulanan Monte Carlo benzetimi, bugün, analitik olarak zor olan problemlerin çözülmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Monte Carlo benzetiminin temel fikri oldukça açıktır: eğer bilgisayar aracılığıyla bir şans olayının sonuçları yeteri kadar fazla gözlenirse, mümkün sonuçların dağılımı hakkında oldukça doğru bir fikir edinilebilir. Law ve Kelton (1991), Monte Carlo benzetimini, zamanın önemli bir rol oynamadığı deterministik veya olasılıklı problemlerin çözülmesi için (0.1) aralığında rastlantısal değişkenleri kullanan bir yöntem olarak tanımlamaktadırlar. Buna göre, Monte Carlo benzetimleri genellikle statik bir yapıya sahip olmaktadırlar. Monte Carlo benzetimini kullanabilmek için öncelikle istatistiksel olarak güvenilir, (0.1) aralığında uniform rastlantısal, bağımsız sayı üretecinin ve ilgili dağılımdan rastlantısal değişken üretecinin mevcut olması gerekmektedir. Kesikli değişkenlerin üretimi için birikimli olasılık fonksiyonları direkt olarak kullanılırken, sürekli değişkenler için ters dönüşüm, kompozisyon veya reddetme teknikleri ile değişken değeri üretilmektedir.

Bu çalışmada, karşılaşılan şans olaylarının ve elde edilen sonuçların sürekli dağılımlara uygun olarak dağıldığı karmaşık bir karar probleminin Monte Carlo benzetimi ile çözülmesi amaçlanmaktadır.

2. PROBLEMİN TANIMI VE MODELİN OLUŞTURULMASI

Bir imalat fabrikasına, gelecekte yükselmesi beklenen talebi karşılamak amacıyla yeni bir tezgah alınması düşünülmektedir. Karar vericinin, biri yüksek teknoloji ürünü olan ve diğeri daha az fonksiyonel iki tezgah arasında karar vermesi gerekmektedir. Yüksek teknolojiye sahip tezgahın seçilmesi durumunda, talep artışının yüksek veya orta düzeyde olacağı beklenirken, diğer tezgahın alınması durumunda, talep yüksek, orta veya düşük düzeyde artış gösterecektir. Yüksek teknolojili tezgahın maliyeti 130000 pb (para birimi) iken diğer tezgahın maliyeti 40000 pb olduğu bilinmektedir. Eğer, daha az fonksiyonel olan tezgah seçilir ve talepteki artış yüksek olursa, bu durumda maliyeti 10000 pb olan ilave bir tezgahın alınmasının gerekeceği düşünülmektedir. Karar vericinin, karar vermesini zorlaştıran iki problem vardır: Birisi, talep artışının ne kadar olabileceğini, diğeri ise talep değişimleri karşısında net kazancının ne kadar olabileceğini önceden bilememesidir. Karar verici, tecrübelerine ve geçmiş verilere dayanarak, talep değişimlerinin ve bunlara karşılık gelen kazanç değişimlerinin, sırasıyla Tablo 1 ve Tablo 2'de verilen dağılımlara uygun olacağını tahmin etmektedir. Şekil 1'de ise probleme ilişkin karar ağacı görülmektedir. Mevcut bilgilerin ışığı altında, bu karar-verme probleminin Monte Carlo metodu ile çözülerek hangi tezgahın seçilmesi gerektiğinin beklenen kar ve beklenen fayda kriterlerine göre tespit edilmesi istenmektedir.

Tablo 1. Talep Artış Düzeylerine İlişkin Dağılımlar

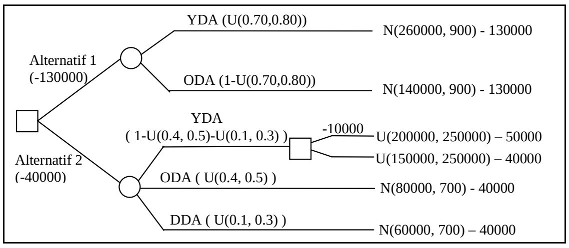
Alternatifler	Talepteki Artış Düzeyleri*		
	Yüksek Düzeyde Artış (YDA)	Orta Düzeyde Artış (ODA)	Düşük Düzeyde Artış (DDA)
Alternatif 1 Yüksek Teknolojili Tezgah	U(0.7, 0.8)	1-YDA	Yok
Alternatif 2 Düşük Teknolojili Tezgah	1-(ODA + DDA)	U(0.4, 0.5)	U(0.1, 0.3)

*U(a, b) : alt sınır parametresi a, üst sınır parametresi b olan uniform dağılım

Tablo 2. Talep Değişimlerine Karşın Kazanç Değişimleri

	Talepteki Artış Düzeyleri**		
Alternatifler	YDA	ODA	DDA
	Kazançlar		
Alternatif 1 Yüksek Teknolojili Tezgah	N(260000, 900)	N(140000, 900)	Yok
Alternatif 2 Düşük Teknolojili Tezgah	İlave yatırım yapılırsa: U(200000, 250000)	N(80000, 700)	N(60000, 700)
	İlave yatırım yapılmazsa: U(150000, 250000)		

**N(μ, σ) : ortalaması μ ve standart sapması σ olan normal dağılım



Şekil 1. Problemin karar ağacı diyagramı

2. 1. Problem İçin Monte Carlo Benzetiminin Uygulanması

Şekil 1'de verilen karar ağacı yapısına göre alternatif tezgahların beklenen kar değerlerini tahmin eden bir Monte Carlo benzetim modeli geliştirilerek, Pascal programlama dilinde kodlanmıştır. Tanımlanan problem için Monte Carlo benzetimi aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır:

Adım 1. Tekrar sayacına (=n) başlangıç değerini ver: n = 1
Adım 2. 1. alternatifin beklenen karını hesapla
Adım 2. 1. Talebin yüksek düzeyde artış olasılığına ilişkin U(0.70, 0.80) dağılımından rastlantısal olarak bir değer üret (=YDA). Bu durumda elde edilecek kazanca ilişkin N(260000, 900) dağılımından rastsal olarak bir değer üret (=YDAK1).
Adım 2. 2. Talebin orta düzeyde artış olasılığını hesapla (=1-YDA). Bu durumda elde edilecek kazanca ilişkin N(140000,900) dağılımından rastlantısal olarak bir değer üret (=ODAK1).
Adım 2. 3. 1.alternatifin beklenen karı, A1 = (YDAK1-130000)YDA + (ODAK1-130000)(1-YDA)
Adım 3. alternatifin beklenen karını hesapla
Adım 3.1. Talebin yüksek düzeyde artması durumunda elde edilecek karı (=YDAK2) belirle
Adım 3.1.1. İlave tezgahın alınması durumunda elde edilecek kazanca ilişkin U(200000,250000) dağılımından rastlantısal olarak bir değer üret (=İTK). Bu tezgah alınmadığında elde edilebilecek kazanca ilişkin U(150000,250000) dağılımından rastlantısal olarak bir değer üret (=İTOK).
Adım 3.1.2. Eğer İTK-50000 > İTOK-40000 ise YDAK2 = İTK-50000, değilse YDAK2 = İTOK-40000
Adım 3.2. Talebin orta düzeyde artış düzeyine ilişkin U(0.40, 0.50) dağılımından rastsal olarak bir değer üret (=ODA). Bu durumda elde edilecek kara ilişkin N(80000,700) dağılımından bir değer üret (=ODAK2).
Adım 3.3. Talebin düşük düzeyde artış olasılığına ilişkin U(0.10, 0.30) dağılımından rastlantısal olarak bir değer üret (=DDA). Bu durumda elde edilecek kazanca ilişkin N(60000, 700) dağılımından rastlantısal bir değer üret (= DDAK).
Adım 3.4. 2. alternatifin beklenen karı, A2 = YDAK2(1-ODA-DDA) + (ODAK2-40000)ODA + (DDAK-40000)DDA
Adım 4. 1. alternatif ve 2. alternatifin beklenen karını karşılaştır = A1 – A2
Adım 5. n = n + 1. Eğer istenen maksimum tekrar sayısı tamamlandıysa dur, aksi halde adım 2'ye dön.

Yukarıda adımları verilen Monte Carlo benzetiminde, uniform ve normal dağılımdan rastlantısal değişkenlerin üretilmesi için ters dönüşüm tekniği kullanılmıştır. Bu teknik ile herhangi bir (a, b) aralığındaki uniform dağılımdan bir x değişken değerinin üretilmesi için 1 eşitliği kullanılmaktadır. Ortalaması μ ve standart sapması σ olan bir normal dağılım için ise aşağıdaki algoritma adımları uygulanmaktadır (Law ve Kelton, 1991).

Adım 1. U(0.1)’den u_1 ve u_2 rastlantısal sayılarını üret.

$i = 1, 2$ için $v_i = 2u_i - 1$

$w = v_1^2 + v_2^2$

Adım 2. Eğer w > 1 ise adım 1’e dön. Değilse,

$z = \sqrt{(-2\ln w)/w}$

$y = \mu + z.v_1.\ \sigma$

$x = (b-a).u + a$ (u: U(0.1)’den üretilen rastsal sayı) (1)

3. BENZETİM SONUÇLARI VE DEĞERLENDİRME

3. 1. Problemin Beklenen Kar Kriterine Göre Çözümü

Alternatiflerin beklenen karlarının tahmin edilmesi amacıyla bölüm 2.1’de verilen Monte Carlo modeli 50 deneme için çalıştırılmıştır. Yapılan bu ön denemelerin sayısı başlangıçta keyfi olarak seçilmektedir ancak, daha sonra yeterli olup olmadığı kontrol edilmelidir. Yapılan bu 50 denemenin sonucunda, alternatiflere ve alternatiflerin farkına ait ortalama kar değerleri ve bunların standart sapması aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

μ_{A1} = 1034462.32σ	$_{A1}$ = 53248.480	(1. alternatifin ortalama beklenen karı ve standart sapması)
μ_{A2} = 849865.32	σ_{A2} = 103217.239	(2. alternatifin ortalama beklenen karı ve standart sapması)
$\mu_{A1\text{-}A2}$ = 184596.94	$\sigma_{A1\text{-}A2}$ = 112146.521	(Alternatiflerin karlarının farklarının ortalaması ve standart sapması)

Bir benzetim çalışmasında iki alternatifin karşılaştırılmasında izlenen yöntem; öncelikle performans ölçütüne göre (bu çalışmada beklenen kar) alternatiflerin farkının alınması ve daha sonra bu fark değerlerini dikkate alarak bir güven aralığının oluşturulmasıdır. Bu problemde beklenen kar değeri daha yüksek olan alternatifin seçilmesi amaçlandığından dolayı, güven aralığı hangi alternatif için pozitif bölgeyi kapsıyorsa o alternatif seçilmelidir. Güven aralığının sıfırı kapsaması ise alternatiflerin istatistiksel olarak birbirlerinden farksız olduğunu gösterecektir.

Bunun yanı sıra, yapılan ilk denemelere göre oluşturulan güven aralığına bakıp karar vermeden önce, yapılan deneme sayısının yeterli olup olmadığı kontrol edilmelidir. Göreli hassasiyet ve mutlak hassasiyet, bir benzetim çalışmasında yapılması gereken toplam deneme sayısının belirlenmesinde kullanılan kavramlardır. μ ortalamayı, σ standart sapmayı ve n deneme sayısını göstermek üzere, güven aralığı, mutlak hassasiyet ve göreli hassasiyet formülasyonları sırasıyla 2, 3 ve 4 eşitliklerinde verilmektedir.

Güven aralığı $$GA = \left\{ \bar{x} \pm t_{n-1,1-\alpha/2} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\} \quad (2)$$

Mutlak hassasiyet $$MH = t_{n-1,1-\alpha/2} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(3)

Göreli hassasiyet $$ã = \frac{t_{n-1,1-\alpha/2} * (\sigma/\sqrt{n})}{|\mu|} \quad (4)$$

Bu çalışmada 50 deneme sayısının yeterli olup olmadığının belirlenmesinde göreli hassasiyet düzeyi dikkate alınmıştır. Buna göre, öncelikle 1. alternatif için yapılan deneme sayısının yeterli olup olmadığını kontrol edecek olursak, anlamlılık düzeyi $\alpha = 0.10$ ve göreli hassasiyet düzeyi $\gamma = 0.04$ için gerekli deneme sayısı 4 eşitliğinden yararlanılarak 4.65 olarak hesaplanmaktadır. Böylece, 1. alternatif için yapılan ilk denemelerin istenen anlamlılık düzeyini sağlamaya yettiği görülmektedir. 4 eşitliğinden yararlanarak aynı işlemleri 2. alternatif için de yapacak olursak, gerekli deneme sayısı 25.89 olarak hesaplanmakta ve yine yapılan ilk 50 denemenin istenen anlamlılık düzeyini sağladığı sonucuna ulaşılmaktadır.

Deneme sayılarının yeterli olduğu gösterildikten sonra, alternatiflerin beklenen kar değerlerinin farkları için güven aralığı oluşturularak hangi alternatifin daha iyi olduğuna karar verilmesi gerekmektedir. Alternatiflerin beklenen kar ortalaması ($\mu_{A1\text{-}A2}$ = 184596.94), standart sapması ($\sigma_{A1\text{-}A2}$ = 112146.521) ve t dağılımının tablo değeri ($t_{49,0.95}$ = 1.676) 2 eşitliğinde yerine konulduğunda güven aralığı [158015.726, 211178.154] olarak elde edilmektedir. Sonuç olarak, güven aralığının pozitif bölgeyi kapsaması, 1. alternatifin, 2. alternatiften daha yüksek beklenen kar değerine % 95 güvenlik düzeyinde sahip olduğunu göstermektedir. Böylece, beklenen kar kriterine göre karar verici yüksek teknoloji ürünü olan 1. alternatifi seçmelidir.

3. 2. Problemin Beklenen Fayda Kriterine Göre Çözümü

Fayda fonksiyonunun esas fikri, belirsiz kazançlara sahip olan alternatifler arasında seçim yapmaya yardımcı olmaktır. Artık beklenen kazançların enbüyüklenmesi yerine karar verici beklenen faydaları enbüyüklemelidir. Bu sebeple, karar ağacı üzerindeki kazanç değerleri, belli bir fayda fonksiyonu yardımıyla bu kazanç değerlerine karşılık gelen fayda değerlerine dönüştürülür ve analiz bu değerler üzerinden yapılır. En iyi seçim en yüksek beklenen faydayı veren alternatiftir.

Problemin beklenen fayda kriterine göre çözülmesi için yine geliştirilen Monte Carlo benzetim programı kullanılmıştır. Programa sadece, alternatiflerin değerlerini fayda birimlerine çeviren bir komut eklendikten sonra geriye kalan işlemler problemin beklenen kar kriterine göre çözülmesiyle aynı olmaktadır. Bu amaçla, karar vericinin riskten kaçan birisi olduğu düşünülerek 5 eşitliğindeki fayda fonksiyonu dikkate alınmıştır. Bu fonksiyonda risk toleransı 5000 seçilmiştir.

$$U(x) = 1 - e^{-x/5000} \tag{5}$$

Yine ilk denemelerin sayısı 50 seçilerek alternatiflere ait beklenen faydalar Monte Carlo metodu ile tahmin edilmiştir. Buna göre ilk denemelerin sonuçlarından elde edilen tahmini beklenen faydalar ve standart sapmalar aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$\mu_{A1} = 0.09688$	$\sigma_{A1} = 0.000773$
$\mu_{A2} = 0.09976$	$\sigma_{A2} = 0.000431$
$\mu_{A1\text{-}A2} = -0.00272$	$\sigma_{A1\text{-}A2} = 0.000757$

Yine bölüm 3.1'de olduğu gibi yapılan ilk denemelerin sayısının yeterli olduğu kontrol edildikten sonra 2 eşitliğinden yararlanılarak güven aralığı, $\mu_{A1\text{-}A2} = -0.00272$ ve $\sigma_{A1\text{-}A2} = 0.000757$ değerleri için [-1.011,-0.900] olarak hesaplanmaktadır. Amaç beklenen faydanın en büyüklenmesi olduğuna göre, güven aralığının, (1. alternatif – 2. alternatif) için negatif bölgeyi kapsaması 2. alternatifin % 95 güvenlik düzeyinde 1. alternatife tercih edildiği sonucunu ortaya koymaktadır.

4. SONUÇ

Belirsizliğin yüksek olduğu karmaşık çevre şartları altında karar vermek oldukça zor bir problemdir. Bu zorluğu yenebilmenin bir yolu problemde karşılaşılan belirsizliği modelleyebilecek benzetim tekniğinden yararlanmaktır. Monte Carlo benzetimi de bu tür problemlerin çözümünde başvurulan yöntemlerden birisidir.

Bu çalışmada karar problemlerinde ilgilenilen performans ölçütlerine ilişkin belirsizlik ve bu belirsizliğin artmasıyla karar probleminin karmaşık bir hal alması durumunda, karar vermeye yardımcı olan Monte Carlo benzetim tekniği üzerinde durulmuştur. Böyle bir yaklaşımla karar verici hem karmaşık durumları modelleyebilme konusunda esneklik kazanacak hem de oluşturulan modelin bir dizi denenmesi sonucunda en uygun karar alternatifini belli bir güvenlik düzeyinde seçebilecektir.

Çalışmada küçük boyutlu bir problem üzerinde ele alınan Monte Carlo benzetim tekniği, büyük ölçekli yatırım ve araştırma-geliştirme projelerinde de etkin bir şekilde kullanılabilir.

5. KAYNAKLAR

Baykoç, O. F. 1999. Karmaşık Karar Ağaçlarının Benzetim Yoluyla Analizi. G. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 12 (3), 625-631.

Buchanan, J. T. 1982. Discrete and Dynamic Decision Analysis, John Wiley & Sons.

Clemen, R. T. 1991. Making Hard Decisions, PWS-Kent Publishing.

Gregory, G. 1988. Decision Analysis, Pitman Publishing.

Law, A. M. and Kelton, W. D. 1991. Simulation Modeling and Analysis, McGraw-Hill.

Pritsker, A. A. B, Sigal, C. E. and Hammesfahr, R. D. J. 1989. SLAM II: Network Models for Decision Support, Prentice-Hall.

Whitehouse, G. E. 1973. Systems Analysis and Design Using Network Techniques, Prentice-Hall.