



# EĞİLME MOMENTİ, EKSENEL GERİLME VE İÇ BASINÇ ALTINDAKİ MERKEZİ ÇATLAKLI SİLİNDİRİK BORULARIN GERİLME YOĞUNLUK FAKTÖRÜ

**Mehmet AKTAŞ**

Afyon Kocatepe Üniversitesi, Uşak Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 64300/Uşak

Geliş Tarihi : 02.05.2001

## ÖZET

Bu çalışmada; iç basınç etkisindeki silindirik bir numunenin eksenel gerilme ve eğilme momentine maruz kalması durumunda, numunenin sahip olacağı gerilme yoğunluk faktörü hesaplanmıştır. Bu nedenle numuneye etkiyen eğilme momenti, eksenel gerilme ve iç basınç gibi faktörler ayrı ayrı hesaplanarak superpoze edilmiştir. Silindirik numune için belirlenen gerilme yoğunluk faktörü Mod I diye bilinen açılma modu içindir. Silindirik numunenin merkezinde çevresel olarak belirli açılarda çatlaklar olduğu düşünülerek hangi açıda, nasıl ve ne kadar bir etkinin olduğu tartışılmıştır.

**Anahtar Kelimeler** : Gerilme yoğunluk faktörü, İç basınç, Eğilme momenti, Eksenel gerilme

## STRESS INTENSITY FACTOR FOR CENTER CRACKS IN CYLINDRICAL PIPES UNDER BENDING MOMENT, AXIAL STRESS AND INTERNAL PRESSURE

### ABSTRACT

In this study; the stress intensity factor was computed for a cylindrical object that was under effect of bending moment, axial stress and internal pressure. In order to make the calculations easy, the stress intensity factor was calculated individually for bending moment, axial stress and internal pressure. Then, the result were superimposed to have a final stress intensity factor for the concerned object. The calculated stress intensity factor is known as Mode I, which corresponds to "opening mode". Furthermore, it was assumed that there were some initial radial cracks around the center line for a given object and the amount of change on the stress intensity factor was discussed.

**Key Words** : Stress intensity factor, Internal pressure, Bending moment, Axial stress

### 1. GİRİŞ

Gerilme yoğunluk faktörü; malzemelerin en önemli mekanik özelliklerinden olan kırılma tokluğunu belirlemek için kullanılan faktörlerdendir. Dolayısıyla, gerilme yoğunluk faktörü değerinin bilinmesi o malzeme için ömür tahmini yapmamızı kolaylaştırır.

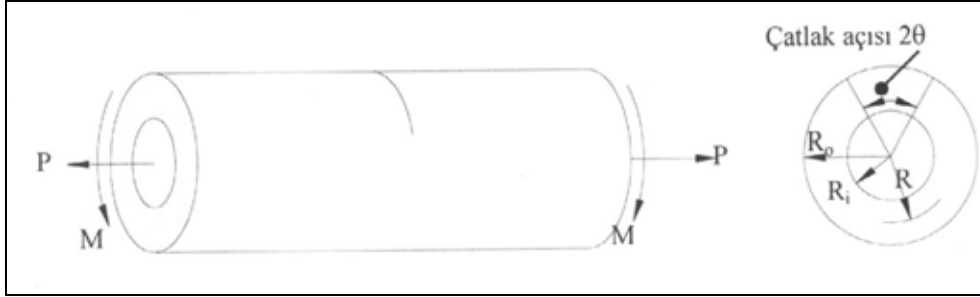
Gerilme yoğunluk faktörü K uygulanan gerilme ile kritik bir değere ulaşıncaya kadar ilerlemeye başlar. Gerilme yoğunluk faktörünün bu kritik değeri 'Kırılma Tokluğu' olarak adlandırılır. Gerilme

yoğunluk faktörü yükleme biçimi ve çatlak geometrisine bağlı olduğu halde, kırılma tokluğu malzemenin metalürjik yapısına da bağlıdır. Kırılma tokluğu tespitinden önce ucunda meydana gelen plastik bölge büyüklüğüne göre yapılan deneylerin düzlem gerilme veya düzlem genleme durumlarında olup olmadıklarının bilinmesi gerekir.

Gerilme yoğunluk faktörü; kırılma tokluğunun en önemli parametrelerinden olduğundan bu konuyla ilgili pek çok çalışma mevcuttur. Jhon (1997) gerilme yoğunluk faktörünü kompiyans metodundan yararlanarak, tek kenar çentikli çekme numunesini

dış merkezli yükleme durumunda belirlemiştir. Qi-Zhi and Jhinqu (1998) simetrik olmayan sonlu uzunluktaki numuneler için genel bir gerilme yoğunluk faktörü eşitliği elde etmişlerdir. Ayrıca; Newman and Raju (1981) yüzey çatlaklı levhalar için deneysel yöntemler kullanarak gerilme yoğunluk faktörünü ifade etmişlerdir.

Gerilme yoğunluk faktörünü belirlemek amacıyla kullanılan silindirik numune Şekil 1'de görülmektedir. Bu geometride kullanılan P değeri uygulanan yükü, M eğilme momentini, R iç ve dış çap toplamının yarısı, t numunenin sahip olduğu cidar kalınlığı ve en önemlisi Y çatlağın yerleştiği açıdır.

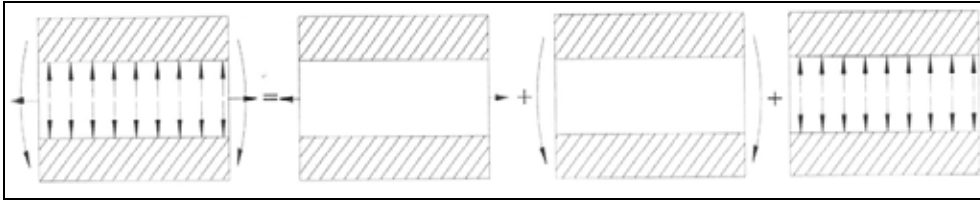


Şekil 1. Çevresel çatlak içeren iç basınç etkisindeki silindirik bir numuneye eksenel gerilme ve eğilme momentinin etkimesi durumu

## 2. ANALATİK YÖNTEM

Şekil 2'de görülen iç basınç, çekme kuvveti ve eğilme momentine maruz kalan merkezinde Y

açısında çatlak bulunan silindirik geometriler için temel yöntem bu etkilerin ayrı ayrı hesaplanıp süperpoze edilmesidir.



Şekil 2. Eksenel gerilme, eğilme momentini ve iç basınç süperpoze edilmesi

Silindirik geometriler için toplam gerilme yoğunluk faktörü süperpozisyon yönteminden yararlanarak aşağıdaki gibi verilebilir.

$$K_{I_{TOP}} = K_{I_{CEK}} + K_{I_{EGG}} + K_{I_{BAS}} \quad (1)$$

Silindirik geometrilere çekme etkisinin olması durumunda gerilme yoğunluk faktörü; [4]

$$K_{I_{CEK}} = \frac{P}{2\pi Rt} \sqrt{\pi R \theta} F_t \quad (2)$$

denklemlerle verilir. Burada; P uygulanan gerilme değeri, R iç ve dış yarıçap toplamının yarısı, t numunenin cidar kalınlığı,  $F_t$  ise Y ve R/t oranına bağlı A değerinin bir fonksiyonu olup (3) denklemi ile verilebilir.

$$F_t = 1 + A \left[ 5.3303 \left( \frac{\theta}{\pi} \right)^{1.5} + 18.773 \left( \frac{\theta}{\pi} \right)^{4.24} \right] \quad (3)$$

(3) denklemindeki A değeri hesaplanması düşünülen R/t = 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 ve 20 değerleri için Tablo 1'de verilmektedir. Tablo 1 yardımıyla elde edilen açılma modu için gerilme yoğunluk faktörü; Grafik 1'de çatlak açısının 40[Y]200 değerleri arasında nasıl bir eğri çizdiği gösterilmektedir.

Eğilme momenti etkisindeki bir silindirik numunenin gerilme yoğunluk faktörünü (Bazant, 1990; Herman and Gao, 1992) enerjideki boşalma oranlarından yararlanarak (4) denklemindeki gibi vermişlerdir.

$$K_{I_{EGG}} = \frac{M}{\pi R^2 t} \sqrt{\pi R \theta F_b} \quad (4)$$

Burada; M numuneye etkileyen eğilme momenti,  $F_b$  ise Y ve A değerinin (Bkz Tablo 1) bir fonksiyonu olup (5) denklemiyle verilebilir.

$$F_b = 1 + A \left[ 4.5967 \left( \frac{\theta}{\pi} \right)^{1.5} + 2.6422 \left( \frac{\theta}{\pi} \right)^{4.24} \right] \quad (5)$$

İç basınç etkisinde kalan ve merkezinde Y açısında çatlak bulunan silindirik bir numunenin gerilme yoğunluk faktörü Sanders (1983) tarafından (6) denklemi gibi verilmiştir.

$$K_{I_{BAS}} = \frac{PR}{2t} \sqrt{\pi R \theta F_m} \quad (6)$$

Yukarıda sürekli karşılaştığımız ve R/t oranına bağlı olarak değişen A,  $F_t$ ,  $F_b$  ve  $F_m$  değerleri Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1 R/t Oranına Bağlı Olarak Değişen  $F_t$ ,  $F_b$ ,  $F_m$  Değerleri

R/t	A	$F_t$			$F_b$			$F_m$		
		2008	1208	408	2008	1208	408	2008	1208	408
6	0.841	4.162	2.012	1.167	2.784	1.765	1.143	2.010	1.546	1.119
8	0.931	4.499	2.120	1.185	2.975	1.847	1.158	2.183	1.665	1.147
10	1	4.760	2.204	1.199	3.122	1.910	1.170	2.336	1.757	1.174
12	1.158	5.355	2.395	1.230	3.458	2.054	1.197	2.475	1.840	1.200
14	1.270	5.775	2.529	1.253	3.695	2.156	1.216	2.365	1.916	1.224
16	1.358	6.106	2.635	1.270	3.881	2.236	1.231	2.720	1.987	1.248
18	1.432	6.383	2.724	1.285	4.038	2.303	1.243	2.831	2.054	1.271
20	1.495	6.622	2.800	1.298	4.173	2.361	1.254	2.936	2.117	1.293

Sonuç olarak; Eğilme momenti, çekme kuvveti ve iç basınç etkisinde kalan bir numunenin açılma modu için gerilme yoğunluk faktörü (2), (4) ve (6) denklemlerinin süperpozisinden elde edilebilir.

$$K_{I_{TOP}} = \frac{\sqrt{\pi R \theta}}{2\pi R t} \left[ P F_t + \frac{2M}{R} F_b + \pi P R^2 F_m \right] \quad (7)$$

Bu ifadedeki M eğilme moment değeri yine (Bazant, 1990; Herman and Gao, 1992) tarafından (8) denklemi gibi verilir.

$$M = P \frac{4R^2 + t^2}{4(2R + t)} \quad (8)$$

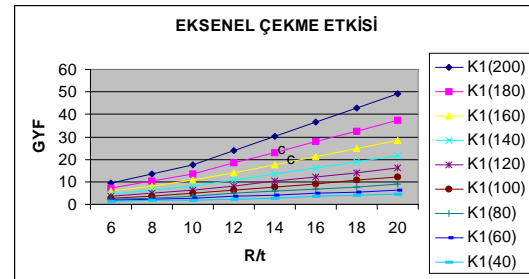
Böylece eğilme momenti, çekme kuvveti ve iç basınç etkilerinin hepsi birlikte düşünülür ve süperpoze edilirse açılma modu  $K_I$  için gerilme yoğunluk faktörünün son hali (9) denklemi gibi olur.

$$K_{I_{TOP}} = \frac{P \sqrt{\pi R \theta}}{2\pi R t} \left[ F_t + \left( \frac{4R^2 + t^2}{4R^2 + 2Rt} \right) F_b + \pi R^2 F_m \right] \quad (9)$$

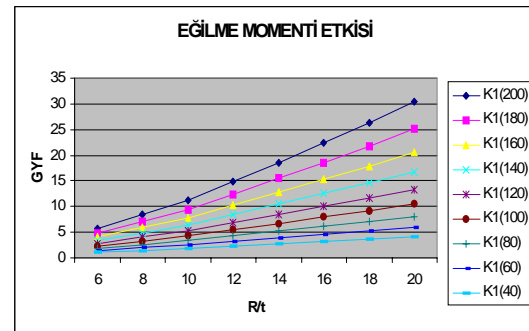
### 3. DEĞERLENDİRME VE SONUÇ

İç basınç etkisindeki silindirik bir numuneye; eksenel çekme kuvveti etkimesi durumunda Şekil 3, eğilme momenti etkimesi durumunda

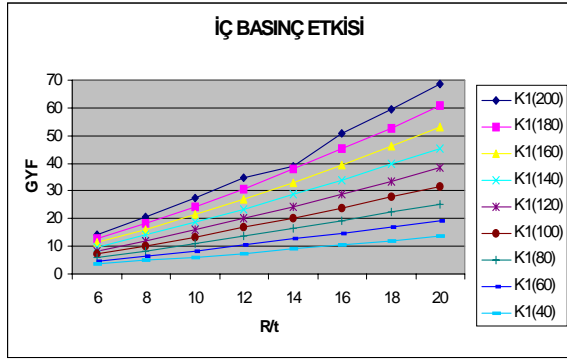
Şekil 4 ve iç basınç etkimesi durumunda Şekil 5'deki gibi gerilme yoğunluk faktörü eğrileri R/t oranına bağlı olarak elde edilir. Tüm bu etkiler birlikte düşünüldüğünde ise gerilme yoğunluk faktörü Şekil 6'teki gibi olur.



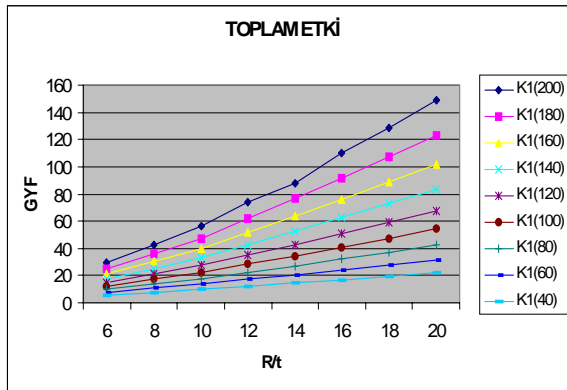
Şekil 3. Eksenel çekme kuvveti etkimesi durumunda gerilme yoğunluk faktörü



Şekil 4. Eğilme momenti etkimesi durumunda gerilme yoğunluk faktörü



Şekil 5. İç basınç etkisi halinde gerilme yoğunluk faktörü



Şekil 6. Eksenel çekme kuvveti, eğilme momenti ve iç basınç birlikte etkimesi durumunda gerilme yoğunluk faktörü

Bu grafiklerden R/t oranı ve çatlak açısı arttıkça gerilme yoğunluk faktörü aralığının da arttığı görülmektedir. Düşük çatlak açısı değerlerinde gerilme yoğunluk faktörleri birbirine yakın değerlerde olup çatlak açısı artışıyla da gerilme yoğunluk faktörünün arttığı rahatlıkla görülebilir. Yüksek çatlak açısı değerlerinde, grafik lineer olmayıp düşük açılarda ise lineere yakındır.

Eksenel çekme kuvveti, eğilme momenti ve iç basınç grafiklerinden; gerilme yoğunluk faktörüne en çok katkıda bulunanın basınç etkisi, en az katkıda bulunanın ise eğilme moment etkisi olduğu görülmektedir.

R/t oranının sabit kalması durumunda; büyük çatlak

açısına sahip numunenin gerilme yoğunluk faktörü, küçük çatlak açısına sahip numunenin gerilme yoğunluk faktöründen daha yüksek değerdedir. Dolayısıyla büyük çatlak açılara sahip numunelerin kırılma tokluğu, küçük çatlak açılara sahip numunelerin kırılma tokluklarından daha büyüktür.

Sonuç olarak; iç basınç, eğilme momenti ve eksenel çekme kuvvetine maruz kalan silindirik numunelerde, numune çapının artması ve cidar kalınlığının azalmasıyla gerilme yoğunluk faktörü artmaktadır. Ayrıca gerilme yoğunluk faktörü artışına numunede bulunan çatlak açısının da katkısı vardır.

#### 4. KAYNAKLAR

Anderson, T. L. 1991. *Fracture Mechanics Fundamentals and Applications*, 1. Basım, CRC Press, Florida, 793.

Bazant, Z. P. 1990. Justifications and Improvement of Kienzler and Hermann Estimate of Stress Intensity Factors of Cracked Beams, *Engineering Fracture Mechanics*, (36), 523-525.

Herman, G., Gao, H. 1992. On Estimates of Stress Intensity Factors for Cracked Beams and Pipes, *Engineering Fracture Mechanics*, (41), 695-706.

John, R. 1997. Stress Intensity Factor and Compliance Solutions for an Eccentrically Loaded Single Edge Cracked Geometry, *Engineering Fracture Mechanics*, 58 (1/2), 87-96.

Newman, J. C., Raju, I. S. 1981. An Empirical Stress Intensity Factor Equation for The Surface Crack, *Engineering Fracture Mechanics*, 15 (1/2), 185-192.

Qi-Zhi, W., Jin-qi, C. 1998. Two General Equations for Deriving SIF Expressions of Some Axisymmetric Finite Domain Problems, *Engineering Fracture Mechanics*, (61), 619-634.

Sanders, J. L. 1983. Circumferential Through-Cracks in Cylindrical Shells Under Combined Bending and Tension, *Journal of Applied Mechanics*, (50), 221-235.