

## BULANIK MANTIK İLE FONKSİYON TANIMLAMA

Musa ALCI Turgay ETÇİBAŞI

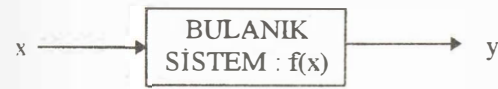
SAÜ. Mühendislik Fakültesi Elek-Elektronik Mühendisliği Bölümü

**ÖZET** : Bulanık Mantık Sistemlerinin fonksiyon tanımlama özelliği bilinmektedir. Bu çalışmada bir sinüs fonksiyonunun giriş/çıkış bilgisine karşı oluşan Bulanık Mantık Sistemi iki ayrı durulayıcı ile gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar sistem modellemesi açısından karşılaştırılmıştır.

### I. GİRİŞ

$g(x) : U \subset R^n \rightarrow R$  olmak üzere, fonksiyon tanımlanmada üç durumla karşılaşmaktadır.

1.  $g(x)$  in analitik ifadesi bilinmiyor.
2.  $g(x)$  in analitik ifadesi bilinmiyor. Ancak herhangi bir  $x \in U$  değerleri için  $g(x)$  değerleri biliniyor. Bu durum şekil 1. de gösterilmiştir.



Şekil 1.

3.  $g(x)$  analitik olarak bilinmiyor. Sınırlı sayıda giriş/çıkış bilgisi var.  $(x^j, g(x^j))$   $x^j \in U$  eşit aralıklı değil.

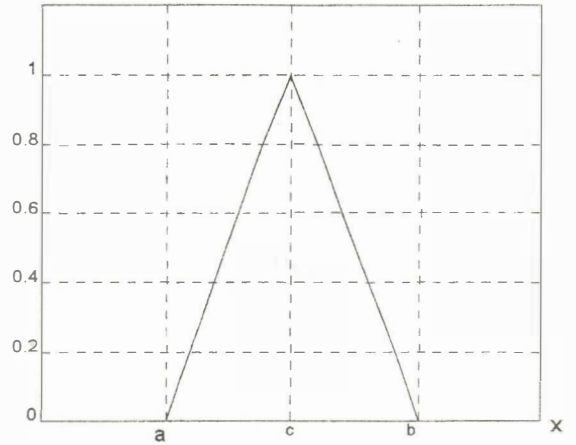
Burada 2. ve 3. Duruma karşı oluşan problemlerle gerçek hayatta daha çok karşılaşmaktayız. Yapılan çalışmada  $g(x)$  in analitik ifadesinin bilinmediği ve  $x \in U$  olmak üzere giriş/çıkış çiftlerinin  $(x, g(x))$  bilindiği durum göz önüne alınacaktır.

### II. ÜYELİK FONKSİYONLARININ TANIMLANMASI

Üyelik fonksiyonları değişik şekillerde tanımlanabilir. En yaygın olanları ; üçgen, Gauss, yamuk tipi üyelik

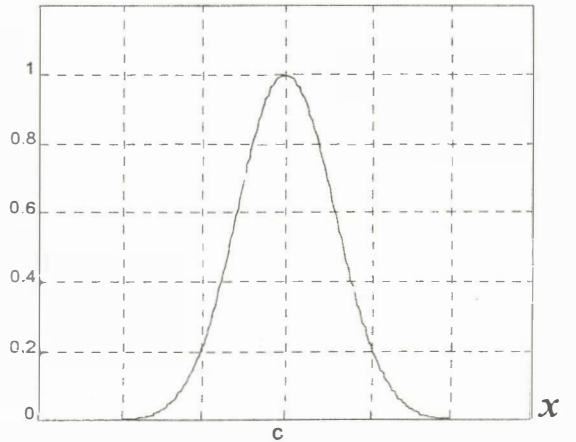
fonksiyonlarıdır. Şekil 2'de sırası ile; üçgen, Gauss ve yamuk tipi üyelik fonksiyonları gösterilmiştir.

$\mu_A(x)$

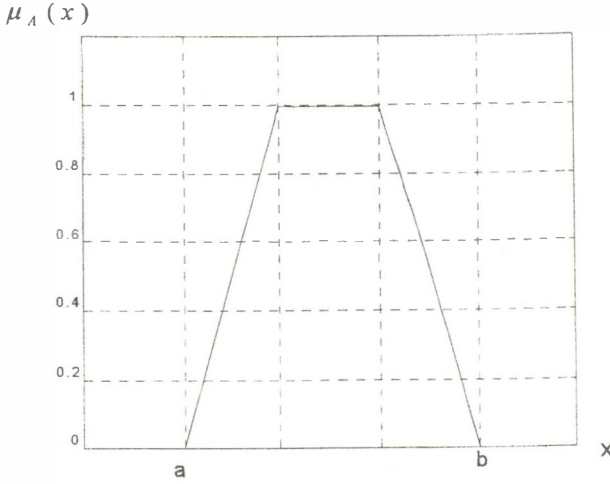


Şekil 2.a Üçgen üyelik fonksiyonu

$\mu_A(x)$



Şekil 2.b Gauss üyelik fonksiyonu



Şekil 2.c Yamuk üyelik fonksiyonu

Üçgen üyelik fonksiyonu :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} m_1x + n_1 & x \in [a, c) \\ m_2x + n_2 & x \in (c, b] \end{cases} \quad (1)$$

$$m_1 = \frac{1}{(abs)(a-c)} \quad n_1 = -m_1a \quad (2)$$

$$m_2 = \frac{1}{(abs)(b-c)} \quad n_2 = -m_2a \quad (3)$$

Bu çalışmada sadece üçgen üyelik fonksiyonları kullanılmıştır. Bu nedenle diğerlerinin ifadelerine yer verilmemiştir. Genel olarak üçgen üyelik fonksiyonu  $\mu_A(x) = f(x; a, b, c)$  şeklinde ifade edilebilir.

### III. BULANIK SİSTEM TASARIMI

Bulanık sistem tasarımı üç adımda gerçekleştirilmiştir. Bunlar sırası ile verilecektir.

Adım 1:  $[\alpha, \beta]$  aralığında N adet fuzzy set  $A^1, A^2, \dots, A^N$  tanımlanır. Bu üyelik fonksiyonlarının; normal ( $\max(\mu_A(x)) = 1$ ), sıralı ( $A^1 < A^2 < \dots < A^N$ ) ve tüm uzayı taraması gerekmektedir [1].

Adım 2: M kural sayısı olmak üzere  $M=N$  adet yani fuzzy set sayısı kadar fuzzy IF-THEN kuralı tanımlanır.

$$R^i: \text{IF } x = A^i \text{ THEN } y = B^i \quad (4)$$

$i = 1, 2, \dots, N$  dir. Tanımlanan bulanık sistemde  $B^i$  nin merkezi, yani maksimum olduğu nokta  $\bar{y}^i$  ile gösterilecektir.  $e^i$  i. üyelik fonksiyonunun merkezini göstermek üzere  $\bar{y}^i = g(e^i)$  olacak şekilde seçilir.

$$e^1 = \alpha_1, \quad e^N = \alpha_N \text{ ve} \quad (5)$$

$$e^j = \frac{1}{2}(b^j + c^j), \quad j = 2, 3, \dots, N-1$$

Adım 3: N adet kuraldan fuzzy sistemi; Çarpımsal sonuç çıkarma (product inference engine) ve tekil bulandırıcı (singleton fuzzifier) kullanarak  $f(x)$  oluşturulur. Durulayıcı olarak,

- Ağırlıklı ortalama durulayıcı (Center average defuzzifier)
- Maksimum durulayıcı (Maximum defuzzifier) kullanılacaktır.

Burada tekil bulanık değer (fuzzy singleton)  $A^i \in U$  olmak üzere

$$\mu_{A^i}(x) = \begin{cases} 1 & x = x^* \\ 0 & x \neq x^* \end{cases} \quad (6)$$

şeklinde tanımlanır [2].  $x^*$  ölçülen değeri temsil etmektedir.

$$R^{(l)}: \text{IF } x_1 = A_1^l \text{ and } \dots \text{ } x_N = A_N^l \text{ THEN } y = B^l \quad (7)$$

ilişkisi  $U \times V$  de tanımlı iken  $x = x^*$  girişi için çarpımsal sonuç çıkarma ile çıkış,

$$\mu_{B^l}(y) = \max_{l=1}^M \left[ \prod_{i=1}^N \mu_{A_i^l}(x_i^*) \mu_{B^l}(y) \right] \quad (8)$$

ifadesi ile verilir [3].

$$\prod_{i=1}^N \mu_{A_i^l}(x_i^*) = \mu_A(x) \quad (9)$$

dersek

$$\mu_B \cdot (y) = \mu_A(x) \mu_B(y) \quad (10)$$

olur. Ağırlıklı ortalama durulayıcı ile bulanık sistem çıkışı,

$$f(x) = \frac{\sum_{j=1}^N y^{-j} \mu_{A_j}(x)}{\sum_{j=1}^N \mu_{A_j}(x)} \quad (11)$$

olur [5].

Maksimum durulayıcı kullanıldığında bulanık sistem çıkışı,

$$f(x) = y^{-k} \quad (12)$$

$$k \in \{1, 2, \dots, M\}$$

öyle ki

$$\prod_{i=1}^N \mu_{A_i^k}(x_i) \geq \prod_{i=1}^N \mu_{A_i^l} \quad (13)$$

$$l \in \{1, 2, \dots, M\} \text{ olur.}$$

#### IV. ÖRNEK SİSTEM TASARIMI

$U = [-3, 3]$  aralığında  $g(x) = \sin(x)$  fonksiyonunu Bulanık sistem ile gerçekleyelim.

$U = [-3, 3]$  aralığında 0.2 aralıkla 31 adet üçgen üyelik fonksiyonu tanımlanmıştır.

$j=1$  için,

$$\mu_{A_1}(x) = \mu_{A_1}(x; -3, -3, -2.8)$$

$j=2$  için,

$$\mu_{A_2}(x) = \mu_{A_2}(x; -3, 2.8, 2.6)$$

$j=31$  için,

$$\mu_{A_{31}}(x) = \mu_{A_{31}}(x; 2.8, 3, 3) \quad (14)$$

ve genel olarak,

$j = 2, 3, \dots, 30$  olmak üzere

$$e^j = -3 + 0.2 * (j - 1)$$

şeklinde ifade edilebilir.

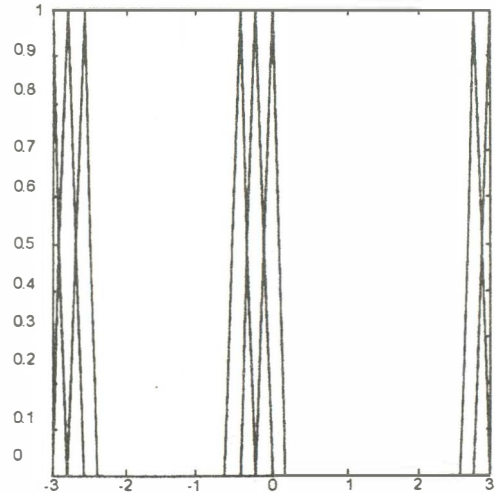
Eşitlik (11)'e göre tanımlanan Bulanık sistem çıkışı, ağırlıklı ortalama durulayıcı kullanıldığında

$$f(x) = \frac{\sum_{j=1}^{31} \sin(e^j) \mu_{A_j}(x)}{\sum_{j=1}^{31} \mu_{A_j}(x)} \quad (15)$$

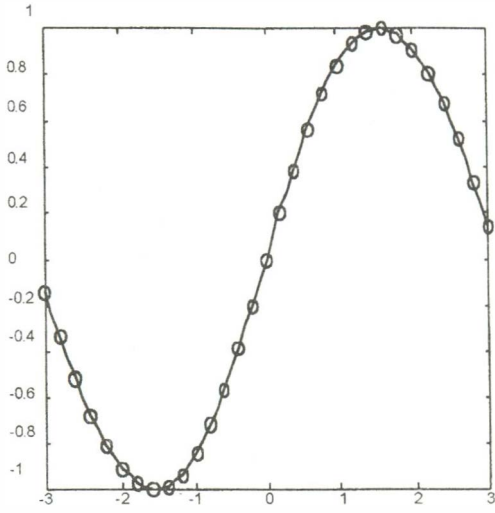
olur.

Matlab'da yazılan pogramda öncelikle üyelik fonksiyonları tanıtılmış, ardından eşitlik (15) ve (12) ile tanımlanan bulanık sistemler oluşturulmuştur [6]. Tanımlanan üyelik fonksiyonu ve bulanık sistem çıkışları aşağıdaki şekillerde ayrıntılı olarak verilmiştir. Şekil 3.'e karmaşıklıktan kaçınmak için tüm üyelik fonksiyonları gösterilmemiştir.

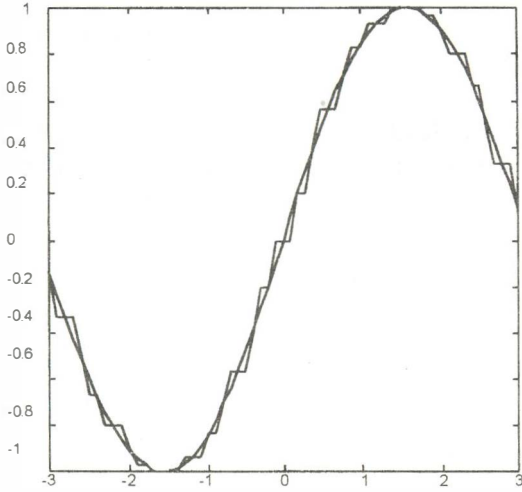
Şekil 4.'de ve Şekil 5.'de gerçek fonksiyon değerleri ve bulanık fonksiyon çıkışları karşılaştırma açısından aynı grafik üzerinde her iki durulayıcı için ayrı, ayrı verilmiştir.



Şekil 3. Üyelik Fonksiyonları



Şekil 4. Ağırlıklı ortalama durulayıcı ile  $f(x)$  ve  $g(x)=\sin(x)$  grafikleri.  
0 : verilen değer - : hesaplanan değer



Şekil 5. Maksimum durulayıcı ile  $f(x)$  ve  $g(x)=\sin(x)$  grafikleri.

## V.SONUÇ

Yapılan çalışmada, tasarlanan örnek istem üzerinde de görüleceği gibi ağırlıklı ortalama durulayıcısının fonksiyonu istenen hassasiyette yeterli üyelik fonksiyonu ile tanımlayabildiği gösterilmiştir. Sonuç olarak kontrol sistemlerinde ve sistem tanımlama problemlerinde her iki yöntem de kullanılabilir. Ancak maksimum durulayıcı daha çok yerel modeli temsil etmektedir.

## VI. KAYNAKLAR

- [1] Li-Xin Wang, "Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems", IEEE Trans. On Fuzzy Systems, Vol.1, No.2, May 1993
- [2] Timothy J.Ross, Fuzzy Logic With Engineering Applications, Mc.Graw Hill, 1995.
- [3] Li-Xin Wang, A Course in Fuzzy Systems and Control, Prentice-Hall, 1997.
- [4] Chuen Chien Lee, "Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Controller Part II", IEEE Trans. On Sys. Man and Cybernetics, Vol.20, No.23, March 1990.
- [5] Li-Xin Wang, Adaptive Fuzzy System and Control. Prentice-Hall, 1994.
- [6] Katsuhiko Ogata, Solving Control Engineering Problems with Matlab, Prentice-Hall, 1994.