

Copyright © 2014 by Academic Publishing House *Researcher*



Published in the Russian Federation  
European Researcher  
Has been issued since 2010.  
ISSN 2219-8229  
E-ISSN 2224-0136  
Vol. 76, No. 6-1, pp. 1028-1037, 2014

DOI: 10.13187/issn.2219-8229  
[www.erjournal.ru](http://www.erjournal.ru)



UDC 512.312

### **A Mathematical Model and New Criteria for the Process of Separating Friable Mixtures**

<sup>1</sup>Normakhmad Ravshanov  
<sup>2</sup>Mukhamtdamin M. Shertaev  
<sup>3</sup>Surayo K. Ikramova

<sup>1</sup>Tashkent university of information technologies, Uzbekistan  
Durmon Yuli street 25, Tashkent city, 100125  
Dr. (Technics), Head of laboratory  
E-mail: ravshanzade-09@mail.ru

<sup>2</sup>Tashkent Pediatric Medical Institutes, Uzbekistan  
Bogishamol street 229, Tashkent city, 100140  
Head of subdepartment of Medical Biology and Genetics  
E-mail: shmm\_59@mail.ru

<sup>3</sup>Tashkent Pediatric Medical Institutes, Uzbekistan  
Bogishamol street 229, Tashkent city, 100140  
Associate Professor of subdepartment of Medical Biology and Genetics  
E-mail: waxnozik@mail.ru

**Abstract.** The technological process of separating and dividing friable mixtures using separating units is one of the most important stages in the production of products and raw materials in various branches of the national economy. To establish the major parameters of the process and ranges of their change, the author of the article has developed a special model and provides its analytical solution for deriving new criteria for separating friable mixtures. The author has obtained dependencies for calculating the particle separation and withdrawal coefficient, which are linked with the parameters of the unit's work and physical-mechanical properties of friable mixtures.

**Keywords:** mathematical model; analytical solution; technological process; separation criteria; particle separation and withdrawal coefficients.

**Введение.** Технологический процесс (ТП) сепарирования, сортировки и разделения продуктов и сырья с помощью сепарирующих агрегатов, функционирование которых зависит от физико-механических свойств материалов и их состава, является одним из важнейших этапов в производственном цикле горно-обогатительной, металлургической и аграрной промышленности.

Сепарирование и разделение трудно разделяемых сыпучих смесей, на примере семян хлопчатника и продукта их обрушивания – рушанки, а также семян других сельскохозяйственных культур от примесей и производственных отходов – является сложным нестационарным технологическим процессом.

Процесс, в основном, состоит из трех взаимодействующих механизмов:

- перемещение сыпучей смеси относительно поверхности вибрирующего сита, т.е. движение частиц сыпучей смеси по горизонтали;
- перемещение сыпучей смеси по толщине слоя сепарирования или самосортирование их в зависимости от своих масс и размерности;
- просеивание частиц сыпучей смеси через отверстия сита, в результате чего изменяется концентрация сыпучей смеси на поверхности сепарирующего агрегата.

Так как ТП осуществляется с помощью различных видов агрегатов и машин, неправильный выбор технологии сепарирования может произвести к значительной потере ценного сырья, уменьшению их производительности, снижению качества выходного продукта и т.д. Следовательно, необходимо проведение комплексного исследования ТП в зависимости от изменения режимов работы сепаратора и характеристик сита с помощью математического моделирования (ММ) и вычислительного эксперимента (ВЭ), реализуемых в виде программно-алгоритмических средств на ЭВМ.

Проведенный анализ научно-исследовательских работ и литературных источников по проблеме ММ ТП за последние годы выявил наличие значительных теоретических и практических результатов.

Разработка ММ и некоторые теоретические положения процесса сепарирования трудно разделяемых сыпучих смесей изложены в монографии Джанилидзе Ю.И., Зайко П.М. [1-2, 6]. Внутри слоевое, хаотическое движение частиц описано в работе [5].

Рассмотрим сыпучую смесь, как сплошную неконсервативную систему, которая в стационарном силовом поле может иметь бесчисленное множество непрерывных положений равновесия. Вследствие действия на сыпучую смесь переменных по времени сил, а также инерции происходит нарушение состояния равновесия и взаимное, относительное перемещение частиц. Действие сил рабочих органов сепарирующих агрегатов, приводящих к изменению сил инерции, придает разделяемой сыпучей среде новые «кажущиеся» свойства, в результате которых изменяются коэффициенты сепарирования и отвода частиц.

Для вывода основных критериев процесса сепарирования сыпучей смеси рассмотрим ММ процесса просеивания сыпучей смеси сквозь отверстия сита в результате вибрационного перемещения решета сепарирующего агрегата-сита. Как известно, механизм данного процесса состоит из перемещения сыпучей смеси по вертикали и по направлению вибрации сита. В связи с этим необходимо учитывать вертикальное перемещение сыпучей смеси с учетом её перемещения по горизонтали.

Данный процесс описывается уравнением типа диффузии. До настоящего времени во многих работах проводились исследования данного процесса на основе решения одномерного уравнения типа диффузии [3-4], т.е. без учета горизонтального перемещения сыпучей смеси, режимов работы агрегата, а также характеристик сита.

В работе [8] разработана ММ сепарирования сыпучего полидисперсного материала методом рассева, основанная на уравнении Ферхюльста, которая позволяет с большой точностью определять основные характеристики ТП. Приведены способы оценки эффективности ТП, учитывающие относительное изменение концентрации проходных частиц в надрешетном продукте и изменение толщины его слоя вдоль сита.

Исследование влияния параметров вибрации на сегрегацию зернового материала при ТП сепарирования с учётом переменности их во времени и по пространственным координатам рассмотрены в работе [9]. Получена формула для расчёта колебаний скорости потока зерна по плоскому виброрешету при вибровязкости неоднородного слоя.

В работе [10] изучено влияние параметров колебаний решета на сегрегацию зернового материала и движение его по перфорированной рабочей поверхности.

Получены формулы для расчёта колебаний скорости движения зерна по наклонному плоскому виброрешету с учётом увеличения вибровязкости смеси по гиперболическому закону по мере удаления от свободной поверхности вглубь слоя.

Имитационное моделирование ТП сепарирования смесей при непрерывной работе устройства и при различных скоростях подачи сыпучей смеси с учетом эффекта стен и наличия частиц вещества третьего вида рассмотрено в работе [11].

Разработка ММ кинетики тонкослойного разделения сыпучих смесей по размерам на многоярусных ситовых классификаторах на основе теории марковских процессов

рассмотрена в работе [12]. Для построения кинетических уравнений вычислена вероятность просеивания в ячейку в зависимости от формы и размеров отверстий сит и частиц разделяемого вещества с учетом влияния относительной скорости их движения. По сходным остаткам с сит проведена идентификация кинетических моделей и проведены численные расчеты, определена эффективность разделения.

В работах [12-15] разработаны ММ ТП сепарирования сыпучих смесей, где всевозможное и хаотическое перемещение частиц учитывается при вычислении коэффициентов сепарирования, сцепления, отвода частиц, а также скоростей перемещения частиц по горизонтали и вертикали, образующихся в результате гармонического колебания сита. Такая постановка задачи более адекватно описывает физическую сторону ТП сепарирования сыпучих смесей.

**Материалы и методы.** Для разработки ММ ТП пусть бункер сепаратора заполнен сыпучей смесью с первоначальной концентрацией  $\theta_0(x, y, z, 0)$ . В результате вибрационного колебания сита из бункера агрегата просеивается через отверстия сита  $\theta_c$  концентрация смеси. Требуется найти распределение концентрации и удельный расход сыпучей смеси в любом моменте времени.

Для этого поместим начало координат в центре бункера сепаратора так, чтобы  $L_1, L_2, L_3$  – соответствовали половине размера бункера агрегата по трем направлениям (по осям  $x, y$  и  $z$ ).

Тогда изменение концентрации сыпучей смеси в процессе интенсивного вибрационного колебания сита описывается уравнением

$$\frac{\partial \theta(x, y, z, t)}{\partial t} = b_c \left[ \frac{\partial^2 \theta(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] \quad (1)$$

с начальными и граничными условиями

$$\theta(x, y, z, t) = \theta_0(x, y, z, 0) = Const \text{ при } t=0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta(x, y, z, t)}{\partial x} = 0 \text{ при } x = \pm L_1, \quad \frac{\partial \theta(x, y, z, t)}{\partial y} = 0 \text{ при } y = \pm L_2 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta(x, y, z, t)}{\partial z} = 0 \text{ при } z = +L_3, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta(x, y, z, t)}{\partial z} = \frac{k_0}{b_c} [\theta_c - \theta(x, y, z, t)] \text{ при } z = -L_3, \quad (5)$$

где

$$L_1 \leq x \leq +L_1, \quad -L_2 \leq y \leq +L_2, \quad -L_3 \leq z \leq +L_3.$$

Из постановки задачи (1) - (5) видно, что условие прохода сыпучей смеси через отверстия сита выражается граничным условием (5). Скорость прохода сыпучей смеси зависит от коэффициента отвода частиц и коэффициента сепарирования. Условия (3) - (4) физически означают отсутствие прохода частиц через боковые границы слоя сепарирования.

Согласно работе [16], решение поставленной задачи аналогично можно представить в виде суперпозиции решения отдельных задач в виде

$$\theta(x, y, z, t) = \theta_1(x, t) \cdot \theta_2(y, t) \cdot \theta_3(z, t). \quad (6)$$

отсюда получим

$$\frac{\theta_c - \theta(x, y, z, t)}{\theta_c - \theta_0(x, y, z, 0)} = \frac{\theta_c - \theta_1(x, t)}{\theta_c - \theta_0(x, y, z, 0)} \cdot \frac{\theta_c - \theta_2(y, t)}{\theta_c - \theta_0(x, y, z, 0)} \cdot \frac{\theta_c - \theta_3(z, t)}{\theta_c - \theta_0(x, y, z, 0)} \quad (7)$$

а переменные  $\theta_1(z_1, t), \theta_2(z_2, t), \theta_3(z_3, t)$ , соответственно, являются решением уравнений

$$\frac{\partial \theta_2(x,t)}{\partial t} = b_c \frac{\partial^2 \theta_2(x,t)}{\partial y^2}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial \theta_2(y,t)}{\partial t} = b_c \frac{\partial^2 \theta_2(y,t)}{\partial y^2}, \tag{9}$$

$$\frac{\partial \theta_3(z,t)}{\partial t} = b_c \frac{\partial^2 \theta_3(z,t)}{\partial z^2}, \tag{10}$$

Решение уравнения (8) удовлетворяет уравнению (1) и краевым условиям (2) - (5). Подставляя (6) в уравнение (1), получаем

$$\begin{aligned} & \theta_2(y,t) \cdot \theta_3(z,t) \cdot \left\{ \frac{\partial \theta_1(x,t)}{\partial t} - b_c \frac{\partial^2 \theta_1(x,t)}{\partial x^2} \right\} + \\ & + \theta_1(x,t) \cdot \theta_2(y,t) \cdot \left\{ \frac{\partial \theta_3(z,t)}{\partial t} - b_c \frac{\partial^2 \theta_3(z,t)}{\partial z^2} \right\} + \\ & + \theta_1(x,t) \cdot \theta_3(z,t) \cdot \left\{ \frac{\partial \theta_2(y,t)}{\partial t} - b_c \frac{\partial^2 \theta_2(y,t)}{\partial y^2} \right\} = 0. \end{aligned} \tag{11}$$

Из постановки задачи видно, что  $\theta_1(x,t), \theta_2(y,t), \theta_3(z,t)$  являются решениями уравнения (11), так как выражения в фигурных скобках имеют значение, равное нулю. Следовательно, выражение (11) удовлетворяет уравнению (1) и краевым условиям (2) - (5).

Так как решение вида (11) удовлетворяет дифференциальному уравнению, описывающему технологию очистки сыпучей смеси и соответствующим граничным и начальным условиям, то, согласно теореме единственности, оно является решением поставленной задачи.

С учетом, сказанного выше, решение поставленной задачи запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\theta(x,y,z,t) - \theta_0}{\theta_c - \theta_0(x,y,z,0)} &= 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} A_{n,1} \cdot A_{m,2} \cdot A_{k,3} \cdot x \\ & \cdot x \left\{ \cos \mu_{n,x} \frac{x}{L_1} \cdot \cos \mu_{m,y} \frac{y}{L_2} \cos \mu_{k,z} \frac{z}{L_3} \right\} \\ & \cdot x \exp \left( - \left( b_c \frac{\mu_{n,x}^2}{L_1^2} + b_c \frac{\mu_{m,y}^2}{L_2^2} + b_c \frac{\mu_{k,z}^2}{L_3^2} \right) \cdot t \right), \end{aligned} \tag{12}$$

$$ctg \mu_{n,x} = \mu_{n,x} / B_{I1}, ctg \mu_{m,y} = \mu_{m,y} / B_{I2}, ctg \mu_{k,z} = \mu_{k,z} / B_{I3}, \tag{13}$$

где

$$\begin{aligned} B_{ij} &= \frac{k_0}{b_c} L_j, (j=1,2,3), \quad A_{n,1} = (-1)^{n+1} \frac{2B_{I1} \sqrt{B_{I1}^2 + \mu_{n,x}^2}}{\mu_{n,x} (B_{I1}^2 + B_{I1} + \mu_{n,x}^2)}, \\ A_{m,2} &= (-1)^{m+1} \frac{2B_{I2} \sqrt{B_{I2}^2 + \mu_{m,y}^2}}{\mu_{m,y} (B_{I2}^2 + B_{I2} + \mu_{m,y}^2)}, \quad A_{k,1} = (-1)^{k+1} \frac{2B_{I3} \sqrt{B_{I3}^2 + \mu_{k,z}^2}}{\mu_{k,z} (B_{I3}^2 + B_{I3} + \mu_{k,z}^2)}. \end{aligned}$$

Вводя в решение следующие обозначения

$$H_{1,i} = \frac{b_c t}{L_i^2}, \quad H_{2,i} = \frac{k_0 L_i}{b_c}, \quad H_{3,i} = \frac{1}{H_{2,i}}, \quad (i=1,2,3), \quad (14)$$

получаем

$$\frac{\theta(x, y, z, t) - \theta_0}{\theta_c - \theta_0(x, y, z, 0)} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} A_{n,1} \cdot A_{m,2} \cdot A_{k,3} \cdot x \left\{ \cos \mu_{n,x} \frac{x}{L_1} \cdot \cos \mu_{m,y} \frac{y}{L_2} \cos \mu_{k,z} \frac{z}{L_3} \right\} x \quad (15)$$

$$\exp\left(-\left(H_{1,1} \mu_{n,x}^2 + H_{1,2} \mu_{m,y}^2 + H_{1,3} \mu_{k,z}^2\right) \cdot b_c t\right),$$

$$ctg \mu_{n,x} = \mu_{n,x} / H_{3,1}, \quad ctg \mu_{m,y} = \mu_{m,y} / H_{3,2}, \quad ctg \mu_{k,z} = \mu_{k,z} / H_{3,3}. \quad (16)$$

В такой постановке решение задачи отличается от приведенного в работе Непомнящего Е.А., Ключкина В.В., Атауллаева А.Х. и полученным новым критериям сепарирования  $H_1$ ,  $H_2$ , которые учитывают изменение концентрации сыпучей смеси в бункере сепаратора в зависимости от линейного размера сепарируемого слоя смесей.

Здесь  $H_1$  характеризует обобщенное время просеивания сыпучей смеси через отверстия сита в зависимости от объема масс, а критерий  $H_2$  – отношение скорости сепарирования к коэффициенту отвода частиц  $k_0$ . Эти новые критерии, полученные здесь, расширяют возможности исследования процесса сепарирования, так как в (14) учитывается перемещение частиц в объеме.

Согласно работе [16], решение (15) принимает вид

$$\frac{\theta_c - \theta(x, y, z, t)}{\theta_c - \theta_0(x, y, z)} = \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{i=1}^3 A_{n,i} \left( \Phi \left( \mu_{n,i} \frac{z_i}{L_i} \right) \right) \exp \left[ - \left( \mu_{n,i}^2 \frac{L_v^2}{L_i^2} \right) \cdot F_{ov} \right], \quad (17)$$

где  $A_{n,i} = (A_{n,1}, A_{n,2}, A_{n,3})$  - начальное равномерное распределение концентрации сыпучей

смеси в начальной стадии процесса сепарирования;  $\Phi \left( \mu_{n,i} \frac{e_i}{L_i} \right)$  - функция, учитывающая изменение концентрации сыпучей смеси;  $L_v$  - обобщенный размер слоя,  $e_i=(x,y,z)$ .

Число Фурье  $F_{ov}$  определяется следующим образом:

$$F_{ov} = b_c t / L_v^2.$$

Так как корни трансцендентного уравнения (16) возрастают, то каждый член ряда в (17) с увеличением числа Фурье будет меньше по сравнению с предыдущим. При этом сумма всех корней будет отличаться лишь на малую величину от величины первого члена. Отсюда следует, что можно ограничиться одним первым членом ряда, т.е.

$$\frac{\theta_c - \theta(x, y, z, t)}{\theta_c - \theta_0(x, y, z)} = \prod_{i=1}^3 A_{1,i} \Phi \left( \mu_{1,i} \frac{e_i}{L_i} \right) \exp \left[ - \left( \mu_{1,i}^2 \frac{L_v^2}{L_i^2} \right) \cdot F_{ov} \right]. \quad (18)$$

Из постановки задача следует, что основными параметрами ТП сепарирования сыпучих смесей являются коэффициенты сепарирования и отвода частиц, включающие в себя режим работы агрегата, свойства и состав смеси и характеристику сита.

Как было рассмотрено в работе [12] зависимость коэффициента сепарирования от амплитуды и частоты колебания сита, как по горизонтали, так и по вертикали выражается с помощью выражения

$$v_c = \left\{ 3\pi\omega_2^2 A_2 d_2^3 / \left\{ \left( \left[ m_0 \xi^* / m_1 (m_0 \xi^* F_{\text{я}}) \right] \right)^{1/2} \right\} \right\} \times$$

$$\begin{aligned} & \times F_{\text{я}} + \rho_z \omega_1 A_1 d_0^2 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{A_2 F_{\text{я}}}{d_2}\right) \left[ \left( \frac{m_0 \xi^*}{m_1 \sqrt{1 - (m \xi^* d)}} \right)^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. - \left( \frac{F_{\text{я}}}{m_1 A_2 \omega_2^2} \right)^2 \right]^{1/2} - 3\pi \rho_z \omega_1 A_1 r_0^2 A_2 \omega_2 + \frac{nd_1 F_x}{d_2} \times \right. \\ & \left. \times \left[ \left( \frac{m_0 \xi^*}{m_1 \sqrt{1 - \left( \frac{m_0 \xi^* g}{F_\omega} \right)^2}} - \left( \frac{F_z}{m_1 A_2 \omega_2^2} \right)^2 \right)^{1/2} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

где  $\rho_z$  - плотность частиц,  $r_0$  - радиус отверстия сита,  $A_1$  и  $\omega_1$  - соответственно амплитуда, и частота колебаний в режиме пульсации сита по вертикали.

Если состав сыпучих смесей из частиц разных размеров и диапазон их изменения очень велик, то для определения среднего коэффициента сепарируемого  $\nu_c$ , интегрируем формулу (19) по диаметру частиц и после некоторых преобразований получим

$$\begin{aligned} \nu_c = & \frac{3\pi \omega_2^2 A_2}{F_z G_1} \left\{ \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} \left( 1 - \exp\left(\frac{-A_2 F_x L_3 + h L_1 F_x G_1}{d_2}\right) \right) dd_2 \right\} + \rho_z \omega_1 A_1 r_0^2 \times \\ & \times \left( 1 + \exp(-3\pi \rho_z \omega_1 A_1 r_0^2 A_2 \omega_2) \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} \exp\left(\left(-A_2 F_z L_3 + nd_1 F_z L_3\right) d_2\right) dd_2 \right), \end{aligned}$$

где

$$\bar{L}_3 = \left( \left( m_0 \left( \frac{m}{m_0} - 1 \right) / m_1 \left[ 1 - \left( m_0 \left( \frac{m}{m_0} - 1 \right) g \right) / F_z \right]^2 \right) \right)^2 + \left[ F_x / m_1 A_2 \omega_2^2 \right]^2 \right)^{1/2},$$

$d_{\min}, d_{\max}$  - диаметры самых мелких и самых больших частиц соответственно.

Другая задача ММ ТПСФС - вычисление коэффициента отвода частиц в зависимости от параметров и режимов работы сита. Интенсивность прохода частиц сыпучей смеси через отверстия сита зависит от параметров сита (диаметров отверстий и проволоки сита, формы отверстий и т.д.) и условий погружения сыпучей смеси на поверхность сепарирующего агрегата. Для вычисления коэффициента отвода  $k_o$  необходимо учитывать диаметр частиц основной массы сыпучей смеси, диаметр отверстий сита, угол погружения смеси на поверхность сита.

С учетом, сказанного выше,  $k_o$  определяется следующим образом:

$$k_o = \left\{ \frac{(r_o - b_c) - (d_c - d_2)}{(r_o - d_c)} \cos \chi_o \left( \frac{(r_o - d_c) - \frac{d_c - d_2}{2} \left( \frac{\sin(\gamma_n - \chi_1) + \sin(\gamma_n - \chi_2)}{\sin \gamma_n} \right)}{r_o - d_2} \right) \right\},$$

где  $d_c$  - диаметр проволоки сита;  $\gamma_n$  - угол поступления смеси на поверхность сита;  $\chi_1, \chi_2$  - корни тригонометрического полинома.

Для вычисления коэффициента отвода частиц надо определить корни тригонометрического полинома

$$4E^2(K_T^2 + 1)\cos^4 \chi + 4E(k_T^2 + 1)\cos^3 \chi - (4E^2 - 1)(k_T^2 + 1)\cos^2 \chi + 2E(k_T^2 + 1)\cos \chi_0 + k_T^2 E^2 - 1 = 0$$

со следующими параметрами:

$$E = \frac{2r_o + d_c - d_2}{d_c + d_2}, \quad \cos \chi_o = \frac{1 + \sqrt{1 + 8E^3}}{4E}, \quad k_T = \operatorname{tg} \gamma_n.$$

Здесь  $k_T$  - коэффициент трения;  $E, \cos \chi_o$  - параметры модели.

**Обсуждение результатов и выводы.** Из решения (18) следует, что весь процесс сепарирования смеси можно разделить на три стадии:

- неупорядоченный режим, где большую роль играет начальное равномерное распределение концентрации сыпучей смеси, описываемое с помощью  $A_{1,i}$  -множителя. Надо отметить, что начальное равномерное распределение сыпучей смеси косвенно действует на продолжительность процесса сепарирования;

- просеивание сыпучей смеси сквозь отверстия сита, называемое регулярным режимом. Зависимость между концентрацией сыпучей смеси  $\theta(x, y, z, t)$  и  $t$  выражается экспонентой. Распределение концентрации внутри слоя описывается функцией  $\Phi$ , которая не зависит от начального распределения, а  $A_{1,i}$  входит в качестве множителя, т.е. определяет масштаб, а не сущность процесса;

- стационарное состояние ( $F_{ov} = \infty$ ), при котором распределение сыпучей смеси во всех точках слоя одинаково.

Из формулы (19) видно, что при малой амплитуде и частоте колебания в режиме вибрации и пульсации сита сыпучая смесь в слое очень мало отклоняется от положений равновесия, в результате чего пропускная способность слоя сепарирования для прохода ядер сыпучей смеси мала. Необходимым условием прохода ядер основной массы является разрыхление слоя сыпучей смеси, в результате приравнивая или превышения амплитуды колебания сита, как по горизонтали, так и по вертикали. При выполнении этого условия подвижек отдельных ядер сыпучей смеси достаточно для пропускания примеси.

Однако отметим, что «разжижение» слоя сыпучей смеси в результате интенсивной работы сепаратора является чисто механическим эффектом, а не результатом изменения физико-механических свойств среды. Именно в этом смысле здесь говорится о кажущемся, а не о действительном разжижении среды. При остановке вибрационного колебания сепарирующего агрегата эффект «разжижения» мгновенно исчезает. Погружения (всплывания) частиц с различными массами и размерностями зависят от частоты и амплитуды колебания сита, как по вертикали, так и по горизонтали.

Из анализа сил, действующих на частицы сыпучей смеси в результате вибрационного колебания ситовой поверхности агрегата, следует, что при наименее интенсивном режиме колебания происходит переукладка частиц сыпучей смесей и их уплотнение в сепарируемом слое. В таком режиме работы агрегата коэффициенты сепарирования и отвода частиц мало изменяются. При интенсивном режиме работы сепаратора происходит «разжижение» слоя сыпучей смеси. Вследствие этого относительная сила инерции, действующая на отдельные частицы сыпучих смесей, превосходит силу сопротивления слоя и вызывает относительное их движение без отрыва друг от друга. А при еще более интенсивном колебании ситовой поверхности сепарирующего агрегата растет воздействие сил, действующих на сыпучую среду, и происходит относительное проскальзывание с отрывом частиц друг от друга и их хаотическое перемещение, в результате которого наступает «виброкипящий» режим, т.е. образуется виброкипящая среда.



Из совместных вычислений параметров модели, решения тригонометрического полинома и вычисления коэффициента отвода частиц следует, что при угле погружения смеси на поверхность сита  $\gamma_n = 90^\circ$  вероятность прохода частиц через его отверстия будет максимальной; при уменьшении угла до  $80^\circ$  она будет постепенно убывать, а далее проход частиц резко уменьшится. Для обеспечения максимального прохода частиц угол наклона сита не должен превышать  $10 - 11^\circ$ , так как при его увеличении угол погружения сыпучей смеси к поверхности сита уменьшается.

Итак, получены новые критерии сепарирования смеси, которые определяют скорости прохода частиц по толщине слоя и через отверстия сита, а время протекания ТП, зависит от объема материала, коэффициентов сепарирования и отвода частиц. Определена продолжительность каждого этапа процесса сепарирования и дана оценка каждому из них.

#### Примечания:

1. Блехман И.И., Джанилидзе Т.Ю. Вибрационное перемещение. М., 1964. 410 с.
2. Блехман И.И., Джанилидзе Т.Ю. Об эффективных коэффициентах трения при вибрациях // Известия АН СССР. М., 1958. № 5. С. 13-21.
3. Быховский И.И. Основы теории вибрационной техники. М.: Машиностроение, 1969. 363 с.
4. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях / В.В. Гортинский, А.Б. Демский, М.А. Борискин. 2-е изд., перераб. и доп. М., 1980. 304 с.
5. Гортинский В.В. Теоретические основы послонных движений продуктов измельчения зерна на сите рассева // Труды ВНИИЗ. М., 1960. Вып. 39. С. 65-82.
6. Зайко П.М. Динамика вибрационных зерноочистительных машин. М.: Машиностроение, 1997. – 278 с.
7. Колесников Г.Н., Васильев С.Б. Математическая модель технологического процесса фракционирования полидисперсного сыпучего материала методом рассева на установках с ярусной компоновкой сит // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. Орел : Госуниверситет - УНПК, 2012. № 3 (293). С. 42-49.
8. Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. О колебаниях скорости движения неоднородного виброожиженного слоя зерна на плоском решете // Механіка та машинобудування. Харків, 2010. № 1. С. 12-19.
9. Тищенко Л. Н., Ольшанский В. П. К расчёту колебаний неоднородного слоя зерновой смеси на виброрешете // Вібрації в техніці та технологіях. Київ, 2011. № 1 (61). С. 182-185.
10. Numerical Simulation of the Continuous Operation of a Tribo-aero-electrostatic Separator for Mixed Granular Solids / F. Rahou, A. Tilmatine, M. Bilici, L. Dascalescu // Journal of Electrostatics. 2012. Vol. 71, Issue 5. PP. 867-874.
11. Akhmadiev F.G., Gizzjatov R.F. Separation Processes of Granular Materials by Sizes at the Sieve Classifiers // Journal of Chemistry and Chemical Engineering. 2013. Vol. 1, Issue 7. pp. 56-63.
12. Равшанов Н. Математические модели нестационарных технологических процессов сепарирования многокомпонентных смесей : дис. ... докт. тех. наук. Ташкент, 2010. 266 с.
13. Ravshanov N., Palvanov B., Ravshanov Z. Computer model and computing experiment for technological process of multicomponent mixtures filtering study // European researcher. Sochi, 2012. Vol. 19. № 4. pp. 358-362.
14. Ravshanov N., Shermatova G.U. Computational experiment for the analysis of functioning of technological process of filtering of suspension // European researcher. Sochi, 2012. № 2. pp. 114-119.
15. Ravshanov N., Palvanov B., Islamov Y.N. Mathematical Model of suspension Filtration and Its Analytical Solution // European researcher. Sochi, 2013. Vol. 58. № 9-1. pp. 2185-2192.
16. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.



**References:**

1. Blekhman I.I., Dzhanelidze T.Yu. Vibratsionnoe peremeshchenie. M., 1964. 410 s.
2. Blekhman I.I., Dzhanelidze T.Yu. Ob effektivnykh koeffitsientakh treniya pri vibratsiyakh // Izvestiya AN SSSR. M., 1958. № 5. S. 13-21.
3. Bykhovskii I.I. Osnovy teorii vibratsionnoi tekhniki. M.: Mashinostroenie, 1969. 363 s.
4. Protsessy separirovaniya na zernopererabatyvayushchikh predpriyatiyakh / V.V. Gortinskii, A.B. Demskii, M.A. Boriskin. 2-e izd., pererab. i dop. M.: Kolos, 1980. 304 s.
5. Gortinskii V.V. Teoreticheskie osnovy posloinykh dvizhenii produktov izmel'cheniya zerna na site rasseva // Trudy VNIIZ. M., 1960. Vyp. 39. S. 65-82.
6. Zaiko P.M. Dinamika vibratsionnykh zernoochistitel'nykh mashin. M.: Mashinostroenie, 1997. 278 s.
7. Kolesnikov G.N., Vasil'ev S.B. Matematicheskaya model' tekhnologicheskogo protsessa fraktsionirovaniya polidispersnogo sypuchego materiala metodom rasseva na ustanovkakh s yarusnoi komponovkoi sit // Fundamental'nye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii. Orel : Gosuniversitet - UNPK, 2012. № 3 (293). S. 42-49.
8. Ol'shanskii V.P., Ol'shanskii S.V. O kolebaniyakh skorosti dvizheniya neodnorodnogo vibroozhizhennogo sloya zerna na ploskom reshete // Mekhanika ta mashinobuduvannya. Kharkiv, 2010. № 1. S. 12-19.
9. Tishchenko L. N., Ol'shanskii V. P. K raschetu kolebanii neodnorodnogo sloya zernovoi smesi na vibroreshete // Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnologiyakh. Kiiiv, 2011. № 1 (61). S. 182-185.
10. Numerical Simulation of the Continuous Operation of a Tribo-aero-electrostatic Separator for Mixed Granular Solids / F. Rahou, A. Tilmatine, M. Bilici, L. Dascalescu // Journal of Electrostatics. 2012. Vol. 71, Issue 5. PP. 867-874.
11. Akhmadiev F.G., Gizzjatov R.F. Separation Processes of Granular Materials by Sizes at the Sieve Classifiers // Journal of Chemistry and Chemical Engineering. 2013. Vol. 1, Issue 7. pp. 56-63.
12. Ravshanov N. Matematicheskie modeli nestatsionarnykh tekhnologicheskikh protsessov separirovaniya mnogokomponentnykh smesei : dis. ... dokt. tekhn. nauk. Tashkent, 2010. 266 s.
13. Ravshanov N., Palvanov B., Ravshanov Z. Computer model and computing experiment for technological process of multicomponent mixtures filtering study // European researcher. Sochi, 2012. Vol. 19. № 4. pp. 358-362.
14. Ravshanov N., Shermatova G.U. Computational experiment for the analysis of functioning of technological process of filtering of suspension // European researcher. Sochi, 2012. № 2. PP. 114-119.
15. Ravshanov N., Palvanov B., Islamov Y.N. Mathematical Model of suspension Filtration and Its Analytical Solution // European researcher. Sochi, 2013. Vol. 58. № 9-1. PP. 2185-2192.
16. Lykov A.V. Teoriya teploprovodnosti. M.: Vysshaya shkola, 1967. 600 s.

УДК 512.312

**Математическая модель и новые критерии процесса  
сепарирования сыпучих смесей**

<sup>1</sup>Нормахмад Равшанов

<sup>2</sup>Мухаметамин Маметжанович Шертаев

<sup>3</sup>Сурайё Хакимовна Икрамова

<sup>1</sup> Ташкентский университет информационных технологий, Узбекистан  
100125, г. Ташкент, ул. Дурмон йули 25  
Доктор технических наук, заведующий лабораторией  
E-mail: ravshanzade-09@mail.ru

<sup>2</sup> Ташкентский педиатрический медицинский институт, Узбекистан  
100140, г. Ташкент, ул. Богишамол 229  
Кандидат биологических наук, заведующий кафедрой  
E-mail: shmm\_59@mail.ru

<sup>3</sup> Ташкентский педиатрический медицинский институт, Узбекистан  
100140, г. Ташкент, ул. Богишамол 229  
Кандидат биологических наук, доцент кафедры  
E-mail: waxnozik@mail.ru

**Аннотация.** Технологический процесс сепарирования и разделения сыпучих смесей с помощью сепарирующих агрегатов является одним из важнейших этапов в производстве продуктов и сырья в различных отраслях народного хозяйства. В работе, для определения основных параметров процесса и диапазонов их изменения, разработана модель и приведено её аналитическое решение для вывода новых критериев сепарирования сыпучих смесей. Получены зависимости для вычисления коэффициента сепарирования и отвода, частиц, которые связаны с параметрами работы агрегата и физико-механическими свойствами сыпучих смесей.

**Ключевые слова:** математическая модель; аналитическое решение; технологический процесс; критерии сепарирования; коэффициенты сепарирования и отвода частиц.