

UDC 651:681.322

## Audio Signal Quantization Companding Laws Comparative Analysis

Aleksei A. Matskaniuk

Sochi State University, Russia  
354000, Sochi, Sovietskaya st., 26a  
PhD, Associate professor  
E-mail: alexmatsk@gmail.com

**Abstract.** We describe the results of research on the effectiveness of the optimal in the sense of minimum error variance quantization scale audio playback (Lloyd-Max algorithm), and scales based on the A and Mu-law companding.

**Keywords:** quantization level audio signals; the optimal quantization; companding law; A and Mu-Law.

Известен метод сжатия аналоговых сигналов путем использования неравномерной шкалы квантования по уровню. Если при этом задаться целью минимизировать дисперсию шума квантования, то получается оптимальная шкала квантования, описываемая, например, в [1, глава 6]. Дисперсия шума квантования минимизируется путем подбора положения границ шагов квантования при фиксации их количества и диапазона покрываемых шкалой значений квантуемого сигнала. Оптимальное квантование можно реализовать, например, при помощи алгоритма Ллойда-Макса [2, стр. 259].

В процессе сжатия сигнала иногда используют комбинацию нелинейного преобразователя (компрессора) исходного сигнала  $x$  во вспомогательный сигнал  $y(x)$  и квантователя сигнала  $y$  с использованием обычной равномерной (с постоянным шагом квантования) шкалой квантования. В качестве такого квантователя используют стандартный аналого-цифровой преобразователь (АЦП). Для восстановления исходного сигнала в этом случае используется стандартный (с постоянным шагом) цифро-аналоговый преобразователь и экспандер, осуществляющий обратное преобразование  $x(y)$ . Известно (см. [3], [1] и др.), что функция  $y(x)$ , называемая «законом компандирования» [4], зависит от функции плотности вероятности  $f(x)$  квантуемого сигнала  $x$  (1):

$$y(x) = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{S} \int_{x_{\min}}^x \sqrt[3]{f(x)} dx + x_{\min}, \quad (1)$$

где  $S = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \sqrt[3]{f(x)} dx$  - функционал плотности распределения вероятности  $f(x)$  квантуемого сигнала  $x$ .

Достижимая при использовании закона компандирования (1) минимальная дисперсия  $D_{\varepsilon \min}$  ошибки  $\varepsilon$  описывается формулой (2):

$$D_{\varepsilon \min} = \frac{S^3}{12n^2}, \quad (2)$$

где  $n$  - количество шагов квантования.

Дисперсия  $D_{\varepsilon \text{ равн}}$  ошибки  $\varepsilon$  при использовании равномерной шкалы от функции  $f(x)$  плотности распределения вероятности квантуемого сигнала  $x$  не зависит и описывается формулой (3):

$$D_{\varepsilon \text{ равн}} = \frac{\delta^2}{12}, \quad (3)$$

где  $\delta$  - размер шага квантования по уровню.

Дисперсия  $D_{\varepsilon}$  ошибки  $\varepsilon$  квантования для произвольной шкалы квантования находится по формуле (4):

$$D_{\varepsilon} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^n \delta_i^2 P_i \quad (4)$$

где  $\delta_i$  - размер  $i$ -го шага квантования по уровню;

$P_i$  - вероятность попадания значения квантуемого сигнала в пределы  $i$ -го шага.

Практическое использование закона компандирования (1) требует проведения достаточно сложных вычислений и потому затруднительно. Телекоммуникационными

стандартами для передачи телефонных разговоров в качестве законов компандирования предусмотрено применение А и  $\mu$ -законов, которые описываются формулами (4) и (5) [5]:

$$y_A = \begin{cases} x \frac{A}{1+\ln A} & |x| \leq \frac{1}{A} \\ \frac{\text{sign}(x)}{1+\ln A} (1 + \ln A + \ln |x|) & \frac{1}{A} \leq |x| \leq 1 \end{cases}, \text{ где } A=87,6 \quad ; \quad (4)$$

$$y_\mu = \frac{\text{sign}(x)}{\ln(1+\mu)} \ln(1 + \mu |x|), \text{ где } \mu=100 \text{ или } 255. \quad (5)$$

Здесь  $-1 \leq x \leq 1$  – нормированный аргумент  $x$ .

А-закон используется в Европе, а  $\mu$ -закон – в Северной Америке и Японии.

Представляет интерес оценка влияния на дисперсию ошибки вида квантуемого аудиосигнала и некоторых параметров шкалы – закона компандирования, размера и количества шагов квантования и диапазона квантуемых значений.

С этой целью был проведен численный эксперимент, в ходе которого в качестве квантуемых сигналов были взяты 6 аудиозаписей – 4 речевых записей с одной из интернет-радиостанций общей длительностью 126 мин. и 2 музыкальные композиции (песни Mylene Farmer и Whitney Houston) общей длительностью 22 мин. Параметры этих записей представлены в таблице 1.

Таблица 1.

### Параметры исходных аудиофайлов

Тип	Имя файла	Длительность (мин:сек)	Точность (бит)	Частота дискретизации	Количество отсчетов
Речь	0	2:23	16 mono	44,1 кГц	6 310 807
	1	33:12			85 670 935
	2	47:30			125 508 887
	3	43:42			115 508 887
Музыка	Mylene Farmer	12:45	16 stereo		68 218 905
	Whitney Houston	8:44			46 345 505

Все исходные аудиофайлы при помощи программы Wavosaur ([www.wavosaur.com](http://www.wavosaur.com)) были преобразованы в файлы формата *raw binary* и обработаны VB-программой (VB – Visual Basic 6) с целью извлечения отсчетов и подсчета частот появления каждого из возможных значений отсчетов байтовыми числами, т.е. числами в интервале от 0 до  $2^{16}-1=65535$ . На выходе эта программа выдавала текстовый файл с 65536 числами - частотами появления каждого из 65536 возможных значений отсчетов в исходном аудиофайле.

Далее эти текстовые файлы импортировались в среду Excel 2010. Частоты отсчетов использовались для вычисления оценки плотности распределения вероятностей соответствующей аудиозаписи и вычисления на ее основе по формулам (2-7) дисперсий ошибок воспроизведения исходного аудиопроцесса, которые образовывались в результате их квантования по уровню с применением различных законов компандирования (1), (4), (5).

В формулах (4) и (5) используется нормированный аргумент  $x$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) и получают соответствующие нормированные значения А и  $\mu$  законов компандирования  $y_A$  и  $y_\mu$ . В реальности же значения исходного аудиопроцесса  $x_r$  в данной работе менялись в пределах от 0 до 65535. Помимо этого, для настройки законов компандирования были введены «уровни отсекаания» редких малых и больших значений отсчетов. По ним находился интервал ( $x_{min}, x_{max}$ ), в пределах которого и строилась шкала квантования.

Поэтому для использования формул (4) и (5) пришлось перейти от реального аргумента  $x_r$ , принимающего значения от  $x_{min}$  до  $x_{max}$ , к нормированному  $x$  (6), а затем пересчитать  $y_A$  и  $y_\mu$  в реальный  $y_r$  (7):

$$X = 2 * \frac{x_r - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} - 1 \quad (6)$$

$$Y_r = \frac{(y_\mu \text{ или } y_A) + 1}{2} (x_{max} - x_{min}) + x_{min} \quad (7)$$

Кроме того, параметр  $\mu$  в  $\mu$ -законе в данной работе был принят равным 100, так как дисперсия ошибки в этом случае получается меньше, чем в случае, если принять  $\mu=255$ .

Результаты проведенного численного эксперимента представлены в табл. 2.

Таблица 2.

**Результаты расчетов оценок дисперсии ошибок  
воспроизведения аудиосигналов**

Файл		Количество отсчетов	Уровни отсекания отсчетов (%)		Размер шага равн. шкалы	Кол. шагов	Дисперсия ошибки								
							Оптимальная шкала			Равномерная шкала		U-закон		A-закон	
							Теория	Эксперимент	Откл. от опт.теор.	Абс. знач.	Откл. от опт.теор.	Абс. знач.	Откл. от опт.теор.	Абс. знач.	Откл. от опт.теор.
Голос	0	6 310 807	0,50	99,50	100	367	557,10	562,49	0,97%	833,33	49,58%	1973,27	254,20%	3505,50	529,24%
			5,00	95,00	100	207	708,49	713,81	0,75%			2546,54	259,43%	4552,57	542,57%
			0,50	99,50	10	3662	5,60	5,56	-0,71%			19,33	245,18%	34,31	512,68%
			5,00	95,00	10	2057	7,15	6,00	-16,08%			19,20	168,53%	34,24	378,88%
	1	85 670 935	0,50	99,50	100	115	509,35	513,10	0,74%	833,33	63,61%	1279,42	151,19%	2237,22	339,23%
			5,00	95,00	100	62	639,55	629,06	-1,64%			1713,58	167,94%	2978,34	365,69%
			0,50	99,50	10	1137	5,17	5,21	0,77%			13,05	152,42%	22,93	343,52%
			5,00	95,00	10	615	6,58	6,04	-8,21%			16,27	147,26%	28,68	335,87%
	2	125 785 879	0,50	99,50	100	126	491,12	483,23	-1,61%	833,33	69,68%	1194,20	143,16%	2088,10	325,17%
			5,00	95,00	100	677	6,23	6,25	0,32%			18,75	200,96%	33,73	441,41%
			0,50	99,50	10	1248	4,98	5,03	1,00%			12,60	153,01%	22,13	344,38%
			5,00	95,00	10	69	606,85	621,60	2,43%			1841,98	203,53%	3261,42	437,43%
	3	115 508 887	0,50	99,50	100	178	445,64	450,01	0,98%	833,33	87,00%	1200,91	169,48%	2090,99	369,21%
			5,00	95,00	100	80	649,44	614,68	-5,35%			1644,32	153,19%	2890,41	345,06%
			0,50	99,50	10	1725	4,50	4,46	-0,89%			11,73	160,67%	20,39	353,11%
			5,00	95,00	10	791	6,64	6,54	-1,51%			19,53	194,13%	35,17	429,67%
Музыка	Mylene Farmer	68 218 905	0,50	99,50	100	283	446,65	567,46	27,05%	833,33	86,57%	1330,32	197,84%	2337,04	423,24%
			5,00	95,00	100	155	547,46	727,90	32,96%			2289,79	318,26%	4062,11	641,99%
			0,50	99,50	10	2819	4,50	5,54	23,11%			12,70	182,22%	22,28	395,11%
			5,00	95,00	10	1541	5,54	7,49	35,20%			24,59	343,86%	44,23	698,38%
	Whitney Houston	46 356 505	0,50	99,50	100	240	531,79	532,78	0,19%	833,33	56,70%	1235,04	132,24%	2162,15	306,58%
			5,00	95,00	100	128	698,93	683,81	-2,16%			2037,83	191,56%	3596,37	414,55%
			0,50	99,50	10	2390	5,36	5,50	2,61%			12,81	138,99%	22,46	319,03%
			5,00	95,00	10	1274	7,09	6,74	-4,94%			19,62	176,73%	35,29	397,74%
			Средние значения =									3,58%	68,86%	191,92%	416,24%

По данным, представленным в таблице 2, можно сделать следующим выводы:

1. Применение оптимальной шкалы с законом компандирования (1) дает в среднем приблизительно 70 % уменьшение дисперсии ошибки по сравнению с простейшей равномерной шкалой.

2. Использование A и  $\mu$ -законов компандирования наоборот приводит к увеличению дисперсии ошибки приблизительно в 2–4 раза.

3. Изменение уровней отсекания редких больших и малых отсчетов, размера и количества шагов квантования, а также типа аудиофайла незначительно сказываются на дисперсии ошибки квантования.

4. Можно предположить, что целью введения A и  $\mu$ -законов компандирования в практику передачи телефонного трафика была не максимальная точность (в смысле минимума дисперсии ошибки воспроизведения исходного сигнала) воспроизведения исходного сигнала, а максимальное сжатие аудиоданных с широким диапазоном параметров при сохранении удовлетворительной разборчивости передаваемой речи.

**Примечания:**

1. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. М.: Мир, 1982. Кн. 1. 312 с., илл.

2. Кудряшов Б.Д. Теория информации: уч. для вузов. СПб.: Питер, 2009. 320 с.

3. Мацканюк А.А. Оптимизация квантования непрерывных сигналов по уровню. Годиные научные чтения РГСУ. Материалы научной конференции 29 января 2011. Сочи: изд-во СТЕРХ, 2011. 253 с., С. 197-204.

4. Компандирование [Электронный ресурс] [ru.wikipedia.org/wiki/Компандирование](http://ru.wikipedia.org/wiki/Компандирование) (дата обращения 08.03.12)

5. G.711 [Электронный ресурс] [ru.wikipedia.org/wiki/G.711](http://ru.wikipedia.org/wiki/G.711) (дата обращения 08.03.12)

УДК 651:681.322

**Сравнительный анализ законов компандирования  
для оптимизации квантования аудиосигналов**

Алексей Алексеевич Мацканюк

Сочинский государственный университет, Россия  
354000, г. Сочи, ул. Советская, 26а  
кандидат технических наук, доцент  
E-mail: alexmatsk@gmail.com

**Аннотация.** В статье описываются результаты исследования эффективности применения оптимальной в смысле минимума дисперсии ошибки воспроизведения шкалы квантования аудиосигналов (алгоритм Ллойда-Макса), а также шкал на основе А и Мю-законов компандирования.

**Ключевые слова:** квантование по уровню аудио-сигналов; оптимальное квантование; закон компандирования; А и Мю-закон.