

UDC 519.8

## **A Modification of the Processing Algorithms Expert Rankings Based on the Analytic Hierarchy Process**

Ivan V. Erasov

Moscow City Pedagogical University, Russia  
Sheremetyevskaya street 29, Moscow city, 127521  
PhD student  
E-mail: OneSman7@gmail.com

**Abstract.** This article discusses the fundamental contradictions associated with the use of classic algorithms for ordinal expert information. To resolve these contradictions it is proposed to use the cardinal algorithm based on the analytic hierarchy process.

**Keywords:** expert information; ordinal algorithm; cardinal algorithm; analytic hierarchy process.

**Введение.** Экспертные оценки являются традиционным способом решения сложных, слабоструктурированных проблем и находят широкое применение в области социально-экономического, научно-технического управления, планирования и прогнозирования. Принятие коллективных решений обычно сводится к применению какой-либо системы оценивания альтернатив. Широко известны классические методы экспертных оценок, основанные на ранговых оценках [1-3].

Основные проблемы заключаются в методике сбора и обработки исходной информации, полученной в результате проведенного опроса. В свете современных исследований в области прикладной статистики социальных явлений (см., например, [4, 5]) установлено распространенное заблуждение, состоящее в том, что ответы экспертов стараются рассматривать как баллы (числа) в некоторой шкале (выбранной часто без достаточных оснований и без изучения свойств этой шкалы), которые потом обрабатывают с помощью статистических методов. В большинстве случаев шкалы «оцифровки» ответов экспертов весьма произвольны и выводы, полученные в результате подобной обработки данных, не всегда адекватно соотносятся с реальностью.

В настоящей работе на основе примеров коллективных решений: парные сравнения по методу Кондорсе (см., например, [1]) и классические ранговые процедуры – иллюстрируются указанные проблемы оценивания.

С целью решения возникающих осложнений и повышения адекватности результатов обработки экспертной информации рассматриваемым проблемам оценивания объектов, для поиска более эффективных коллективных решений предлагается использовать алгоритмы на основе метода анализа иерархий (МАИ) [6]. В работе также рассматриваются основные подходы к обработке экспертной информации в рамках МАИ в связи с ошибками использования аппарата МАИ, которые возникают в современных исследованиях даже достаточно опытных специалистов [7-8].

**Материалы и методы.** Материалы. В работе использовались модельные примеры результатов экспертного оценивания объектов в виде ранговых ранжировок и матриц парных сравнений.

Методы. Для обработки указанной экспертной информации использовались классические процедуры обработки ранжировок и алгоритмы на основе метода анализа иерархий (МАИ), которые используют в качестве исходной информации традиционные ранжировки объектов.

**Обсуждение.** Рассмотрим на примере ситуацию организации работы экспертов, когда каждый из экспертов дает свою оценку предпочтительности, предлагаемых для обсуждения проектов. Ниже в табл. 1 приводится пример распределения предпочтений в группе из 60 экспертов относительно трех объектов: А, В, С :

**Распределение предпочтений экспертов**

Число голосов	Предпочтения
23	$A \rightarrow B \rightarrow C$
17	$B \rightarrow C \rightarrow A$
2	$B \rightarrow A \rightarrow C$
10	$C \rightarrow A \rightarrow B$
8	$C \rightarrow B \rightarrow A$

Запись  $A \rightarrow B \rightarrow C$  означает:  $A$  предпочтительнее  $B$ , а  $B$  предпочтительнее  $C$ . Подсчет голосов экспертов в этом примере иллюстрирует ситуацию существования парадокса Кондорсе (см., например, [1]) при анализе экспертных предпочтений, а именно, наличие в этом примере нетранзитивного отношения:  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ .

Действительно сравнивая предпочтения в парах кандидатов, получаем:

$A \rightarrow B$ , так как имеем 33 голоса против 27;

$B \rightarrow C$ , так как имеем 42 голоса против 18;

но  $C \rightarrow A$ , так как имеем 35 голоса против 25.

**Модификация обработки результатов голосования.**

Для анализа этой ситуации рассмотрим результаты голосования, представленные в таблице 1 с позиции МАИ. На основе парного сравнения предпочтений, полученных с помощью данных табл. 1, имеем следующую табл. 2 – матрицу парных сравнений проектов:

Таблица 2

**Матрица парных сравнений проектов на основе данных табл. 1**

Голоса (за/против)	A	B	C
A	1	33 / 27	25 / 35
B	27 / 33	1	42 / 18
C	35 / 25	18 / 42	1

Используя основные соотношения метода МАИ [6]:

$$A*W = \lambda_{\max} * W, \quad (1)$$

$$ИС = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$$

$$ОС = ИС / СИ,$$

здесь  $A$  – обратно-симметричная матрица (размера  $n$ ) экспертных оценок результатов парных сравнений элементов (объектов) выбранного уровня рассматриваемой иерархии относительно некоторого вышестоящего элемента (критерия) иерархии;

$W$  – вектор нормированных весов сравниваемых объектов (собственный вектор матрицы  $A$ );

$\lambda_{\max}$  – максимальное собственное число матрицы  $A$ ;

ИС – индекс согласованности матрицы  $A$ ;

СИ – случайный индекс для матрицы парных сравнений размера  $n$ , берется из таблицы индексов СИ (см., например, [6]);

ОС – отношение согласованности для матрицы парных сравнений, т.е., свернутая оценка качества экспертной информации, содержащейся в матрице  $A$ . Для случаев  $ОС \leq 0.1$  – принято считать, что матрица хорошо согласована.

Решение задачи (1) эквивалентно решению следующей задачи (2) нелинейного программирования:

$$\lambda \rightarrow \max$$

$$(A - \lambda E) W = 0 \quad (2)$$

$$\sum w_i = 1, \quad w_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n$$

здесь  $E$  единичная матрица, а  $w_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n$  – компоненты  $W$  – вектора нормированных весов.

Для рассматриваемого случая матрица  $A$  задана таблицей 2. Решение задачи (2) найдем в среде MS Excel (надстройка «Поиск решения»).

Собственное значение  $\lambda_{\max} = 3,217$ .

Нормированный вектор весов:  $W = (0,314 ; 0,408 ; 0,278)$ .

Индексы согласованности для найденного значения  $\lambda_{\max}$ :

ИС = 0,108 и ОС = 0,187, т.е., матрица не является хорошо согласованной.

Иными словами, нарушение транзитивности (в данном случае это парадокс Кондорсе, а также исследование других парадоксов коллективного выбора) при анализе экспертной информации можно количественно оценивать с помощью величины ОС для соответствующей матрицы парных сравнений.

#### Модификация обработки результатов рангового ранжирования

Аналогичная модификация ранговых процедур была использована при обработке матрицы ранговых экспертных оценок для случая 10 объектов, предъявленных группе из 9 экспертов.

Таблица 3

**Матрица исходных ранговых экспертных оценок**

$\begin{matrix} \text{Э} \\ \text{X} \end{matrix}$	Э1	Э2	Э3	Э4	Э5	Э6	Э7	Э8	Э9
<b>X1</b>	1	1	2	2	1	1	1	2	1
<b>X2</b>	2	2	3	1	2	3	2	1	3
<b>X3</b>	3	3	1	3	3	2	3	3	2
<b>X4</b>	10	8	9	8	9	8	6	8	9
<b>X5</b>	4	6	4	5	4	4	5	6	4
<b>X6</b>	9	10	10	9	10	9	10	9	10
<b>X7</b>	5	4	8	7	6	6	4	7	7
<b>X8</b>	6	5	6	6	7	7	8	5	5
<b>X9</b>	7	9	7	10	8	10	7	10	8
<b>X10</b>	8	7	5	4	5	5	9	4	6

Приведем в табл. 4 весовые оценки характеристик, полученные на основе классического метода ранговых процедур (МРП) [3, 4] и модифицированной процедуры (описанной выше) на основе метода анализа иерархий (МАИ).

Таблица 4

**Весовые оценки объектов X1-X10 на основе метода МРП и алгоритма на основе МАИ**

$\begin{matrix} \text{Xi} \\ \text{метод} \end{matrix}$	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
<b>МАИ</b>	0,340	0,230	0,185	0,014	0,076	0,009	0,044	0,043	0,013	0,046
<b>МРП</b>	0,193	0,175	0,165	0,037	0,119	0,010	0,089	0,086	0,035	0,091

Достаточно четко видна тенденция к «сглаживанию» весовых оценок, полученных методом ранговых процедур (МРП) по сравнению с более выраженными оценками, полученными с помощью алгоритма на основе МАИ.

Приведем теперь оценки согласованности исходной экспертной информации. В случае, если экспертов не два, а более (например, при выяснении согласованности мнений группы экспертов), используется дисперсионный коэффициент конкордации (в нашем случае используется выражение для несвязных рангов):

$$W = \frac{12 * S}{m^2 * (n^3 - n)} \quad (3)$$

где

$$S = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m (R_{ij} - \frac{m(n+1)}{2})^2$$

$n$  - количество анализируемых объектов,  $m$  - количество экспертов,  $R_{ij}$  - ранг  $j$ -го объекта, который присвоен ему  $i$ -ым экспертом.

1) коэффициент конкордации, вычисленный на основе МРП равен:  $W=0.874$ , что соответствует высокой степени согласованности экспертной информации с надежностью 0.99;

2) оценка согласованности экспертной информации, полученная с применением процедур МАИ дает значение  $OC=0.223$ , что свидетельствует о плохой согласованности исходной информации (напомним, что критерий хорошей согласованности в МАИ:  $OC \leq 0.1$ ) и, следовательно, есть повод для более тщательного анализа исходных экспертных оценок.

В связи с этим проанализируем отдельно экспертную информацию по трем наиболее весомым показателям  $X_1 - X_3$  (это первые три строки табл. 3).

Оказывается, что для этого случая значение коэффициента конкордации  $W=0.383$  близко к критическому  $W_{кр} = 0.333$  с надежностью 0.95 и меньше  $W_{кр} = 0.468$  с надежностью 0.99.

То есть, практически нет оснований говорить о согласованности экспертной информации с позиции метода ранговых процедур. В то же время, с позиции МАИ значение  $OC = 0.002$ , что говорит о практически идеальной согласованности экспертов относительно  $X_1 - X_3$  (это видно визуально по первым трем строкам табл.3).

**Результаты.** Суть предлагаемой модификации классической (ординальной) процедуры оценки результатов экспертного ранжирования – переход к относительным оценкам результатов голосования (на основе матрицы парных сравнений), т.е., переход от ординальной шкалы (измерения предпочтений экспертов) к шкале отношений (кардинальной шкале) и далее использования аппарата МАИ.

Мы не можем утверждать, что отмеченные эффекты наблюдаются во всех случаях обработки экспертной информации указанными методами, но можно сделать следующие выводы на основе последнего примера:

а) Полученные результаты по коэффициенту конкордации для полной исходной матрицы экспертной информации нельзя переносить на частные результаты, полученные для подматриц экспертной информации. Здесь можно отметить, что коэффициент конкордации отдельно для объектов  $X_4 - X_{10}$ :

$W=0.674$ , что выше критического с надежностью 0.95, но это менее надежно, чем  $W=0.874$  для полной матрицы.

б) Отношение согласованности исходной информации (ОС) в рамках процедур МАИ следует рассматривать, как более чувствительный индикатор качества экспертной информации.

#### **Выводы.**

1. На примерах показано, что экспертные выводы и оценки, основанные на системах голосования и ранговых процедурах, имеют ряд недостатков: а) нарушение транзитивности оценок; б) коэффициент конкордации не является адекватной мерой оценки согласованности экспертной информации; в) имеется тенденция к «сглаживанию» весовых оценок.

2. Экспертные ранговые процедуры не позволяют в рамках единой схемы учитывать полную информацию по проблеме оценивания, в частности возможную неоднородность объектов и характеристики самих экспертов.

3. Предлагаемый кардинальный алгоритм на основе МАИ позволяет выявлять отмеченные недостатки и повысить адекватность получаемых результатов.

**Примечания:**

1. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. 3-е изд., доп. М.: Логос, 2006, 392 с.

2. Литвак Б.Г. Экспертные технологии в управлении. М.: ДЕЛО, 2004. 400 с.

3. Хеттманспертер Т. Статистические выводы, основанные на рангах. М.: Финансы и статистика, 1987. 334 с.

4. Орлов А.И. Прикладная статистика. М.: Экзамен, 2006. 671 с.

5. Хайтун С.Д. Количественный анализ социальных явлений: проблемы и перспективы. М.: КомКнига, 2005. 280 с.

6. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. / Пер. с англ. М.: Издательство ЛКИ, 2008. 360 с.

7. Подиновский В.В., Подиновская О.В. О некорректности метода анализа иерархий // Проблемы управления. 2011. № 1. С. 8–13.

8. Митихин В.Г. Об одном контрпримере для метода анализа иерархий // Проблемы управления. 2012. № 3. С. 77–79.

УДК 519.8

**О модификации алгоритмов обработки экспертных ранжировок  
на основе метода анализа иерархий**

Иван Владимирович Ерасов

Московский государственный педагогический университет, Россия

127521, Москва, Шереметьевская улица, дом 29

Аспирант

E-mail: OneSman7@gmail.com

**Аннотация.** В статье обсуждаются принципиальные противоречия, связанные с использованием классических ординальных алгоритмов обработки экспертной информации. Для устранения этих противоречий предлагается использовать кардинальный алгоритм на основе метода анализа иерархий.

**Ключевые слова:** экспертная информация; ординальный алгоритм; кардинальный алгоритм; метод анализа иерархий.