АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ ПОДСИСТЕМА ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

УДК 004.92:519.6

АСТИОНЕНКО Игорь Александрович
к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики и математического моделирования
Херсонского национального технического университета.
Научные интересы: методы и модели восстановления функций, принцип барицентрического усреднения, теория серендиповых аппроксимаций.

ГУЧЕК Петр Иосифович
к.т.н., доцент кафедры информационных технологий Херсонского национального технического университета.
Научные интересы: математическое моделирование и информационные технологии в технических науках, методы и модели восстановления функций, научная визуализация.

ЛИТВИНЕНКО Елена Ивановна
к.т.н., доцент кафедры высшей математики и математического моделирования
Херсонского национального технического университета.
Научные интересы: математическое моделирование и информационные технологии в технических науках, методы и модели восстановления функций, принцип барицентрического усреднения.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Конечно-элементный анализ получает все большее распространение в реальной инженерной практике и является наиболее подходящим для моделирования сложных физических процессов. В настоящее время этот метод заложен в основу подавляющего большинства систем автоматизированного проектирования во многих отраслях [1-3]. С его помощью рассчитываются напряжения, деформации, теплообмен, распределение магнитного поля, потоки жидкостей и другие задачи с непрерывными средами, решать которые другими методами оказывается затруднительно.

Стремительное развитие средств вычислительной техники в последнее время способствовало появлению целого ряда инструментальных программных систем для моделирования и визуализации различного рода научных задач. Существующие программные системы, как правило, закрыты для пользователя, не позволяют вмешиваться в процесс расчета на уровне методов решения, а также исследовать задачи, решение которых не было предусмотрено разработчиками [3]. В связи с этим, актуальным является разработка инструментальных программных средств, способных адаптироваться к различного типа задачам, гибко изменять свои функциональные возможности, модернизировать методы решения [4-6].

АНАЛИЗ ПРЕДШЕСТВУЮЩИХ ПУБЛИКАЦИЙ

Традиционный алгебраический подход к построению базисных функций [1,2], длительное время остававшийся единственным, не дает возможности обнаружить существование множества моделей на одном конечном элементе (КЭ). Полученные с его помощью на четырехугольных КЭ модели (назовем их стандартными) обладают рядом недостатков, а на гексагоне метод вообще неприменим из-за вырождения матрицы. Поэтому, начиная с 70-х годов прошлого века предпринимались попытки создания альтернативных моделей, свободных от этих недостатков. Тейлором была предложена неалгебраическая процедура построения функций формы на четырехугольных КЭ, приведшая, однако, к стандартным базисам. На элементе в форме правильного шестиугольника в 1975 году Уачспресс предложил метод "перемножения плоскостей" [7]. Впервые нестандартные (альтернативные) базисы на серендиповых конечных элементах (СКЭ) были получены с помощью разработанного А.Н. Хомченко вероятностно-геометрического метода конструирования базисных функций [8], а также прямым геометрическим конструированием базисов альтернативных моделей на квадрате [9], гексагоне [9] и в полярных координатах [10]. Усовершенствование процедуры Тейлора [11], развитие метода Уачспресса [7], а также решение обратной задачи с помощью комбинированного алгебро-геометрического метода [12] и аналитического метода моделирования иерархических форм базисных функций [13] позволило построить бесконечное множество моделей СКЭ с управляющим параметром. Наличие параметра в функциях СКЭ позволяет оптимизировать вычислительные качества альтернативных моделей, обеспечивая физически адекватные интегральные характеристики.

Цель работы – разработка подсистемы конструирования и исследования альтернативных моделей конечных элементов для улучшения их вычислительных свойств.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Новые методы построения базисных функций позволили получить бесконечное множество новых альтернативных моделей СКЭ, которые не описаны в литературе. Это вызвало необходимость создания автоматизированной подсистемы для исследования альтернативных моделей конечных элементов.

Структурно разработанную подсистему можно представить в виде составляющих эволюционирующей системы поддержки принятия решений (СППР)[15] на рис.1.

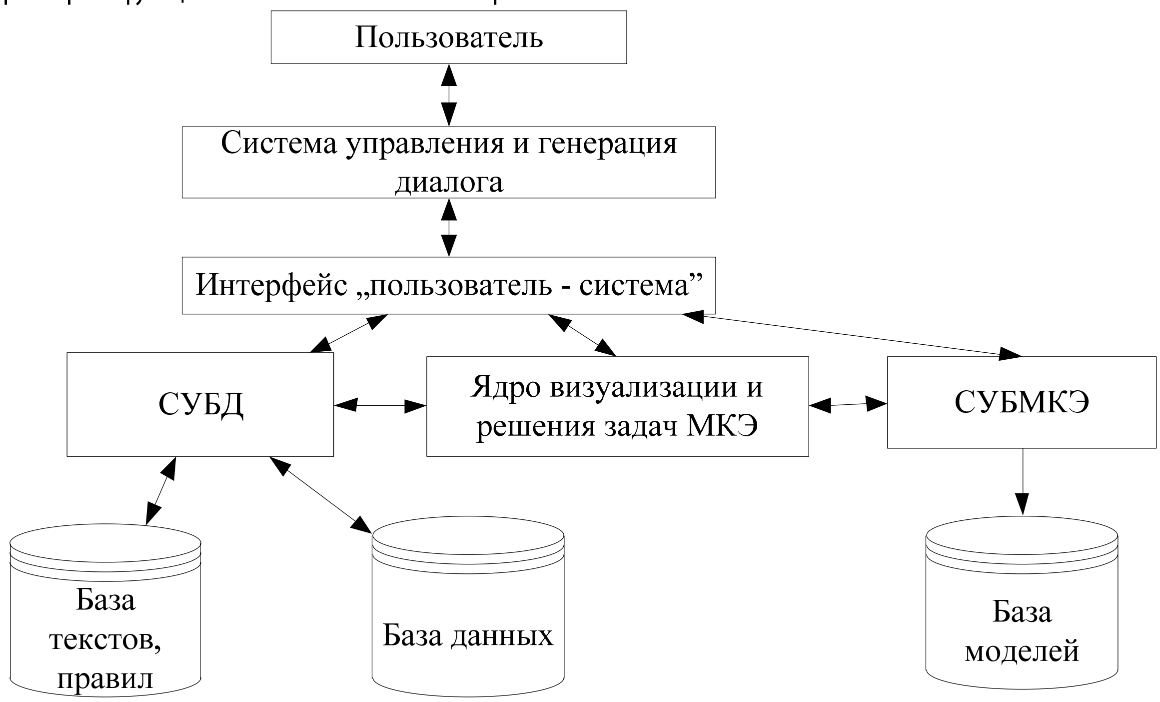


Рисунок 1 – Структурная схема эволюционирующей СППР

Типы моделей, содержащиеся в базе моделей, представлены на рис.2.

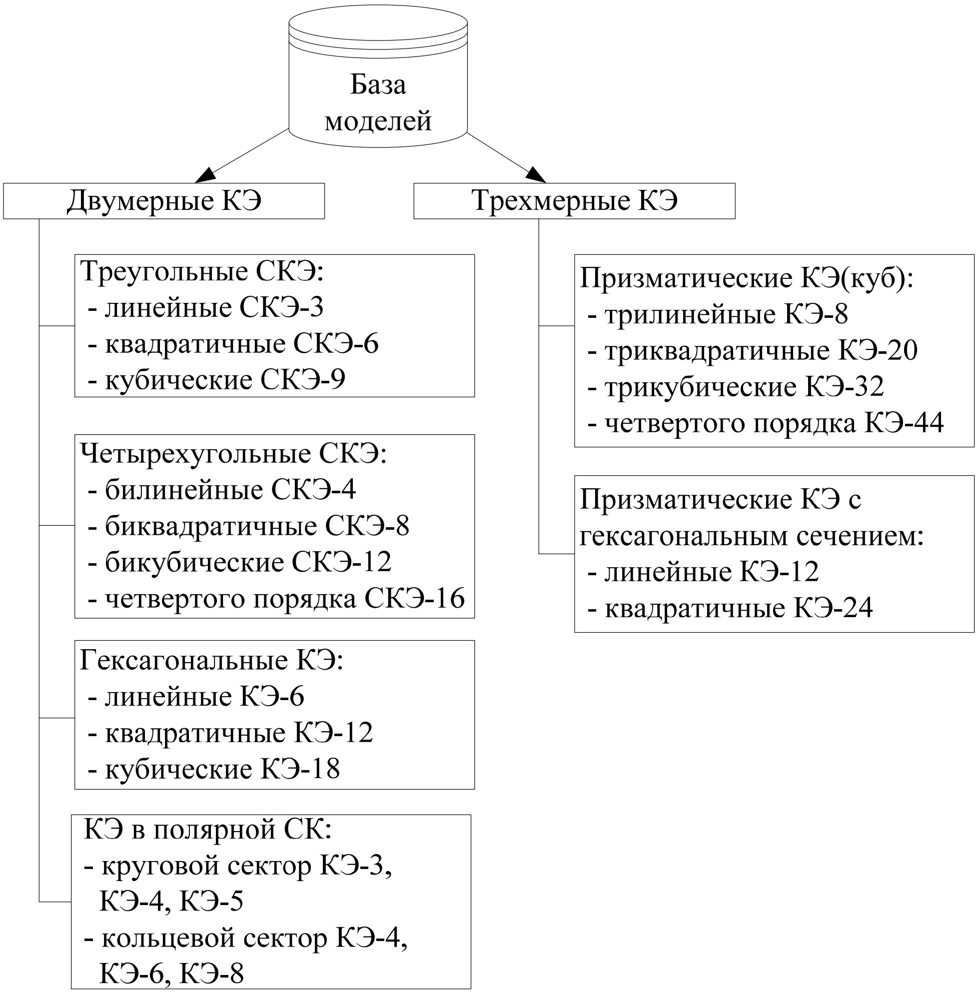


Рисунок 2 – Типы моделей, составляющих базу моделей

Основными структурными компонентами разработанной подсистемы являются: система управления базой моделей конечных элементов (СУБМКЭ), система управления базой данных (СУБД), ядро визуализации и решения задач методом МКЭ.

База моделей обеспечивает гибкость моделирования, в частности, за счет использования готовых блоков моделей и подпрограмм. Управление моделями дает следующие возможности:

– создавать каталоги и обслуживать широкий спектр моделей, которые поддерживают различные классы задач;

– эффективно создавать новые модели;

– связывать модели с соответствующими базами данных.

База моделей содержит как двумерные, так и трехмерные типы конечных элементов (КЭ), представленные в декартовых и криволинейных системах координат с интерполяцией от линейной до четвертого порядка, а также «смешанные» конечные элементы.

Ядро визуализации и решения методом МКЭ включает в себя основные этапы решения задач, которые предусмотрены в системах, реализующих МКЭ [16]. Все пакеты, реализующие метод конечных элементов, состоят из информационной и вычислительной частей (рис. 3).

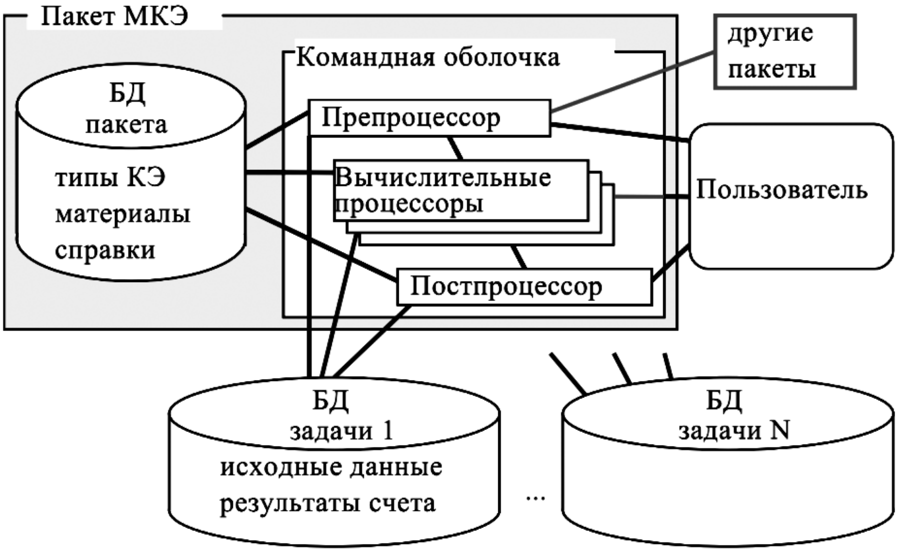


Рисунок 3 – Пакет МКЭ. Общая структура

Информационная часть - *база данных (БД) пакета* - содержит описания используемых данным пакетом типов элементов (библиотеку элементов), библиотеку материалов, справочную систему. Физически представляет собой набор файлов, расположенных в том каталоге, куда был установлен пакет.

Вычислительная часть пакетов МКЭ представляет собой набор модулей (называемых обычно *процессорами),* выполняющих определенные функции и объединенных общей оболочкой (реализация этой идеи различна в разных пакетах - модули могут представлять собой отдельные EXE-файлы, либо входить в единый файл в виде подпрограмм). Среди процессоров обычно выделяют *препроцессор (preprocessor)* - модуль подготовки исходных данных, вычислительный процессор - *solver* (или вычислительные процессоры - для пакетов, решающих широкий круг задач) и *постпроцессор (postprocessor)* - средство визуализации и анализа результатов расчета.

В качестве инструментальной среды для разработки программного обеспечения была выбрана система визуального объектно-ориентированного проектирования Delphi. Для разработки приложений в области двумерной и трехмерной графики использовался один из наиболее популярных прикладных программных интерфейсов OpenGL, поддерживаемый большинством производителей, как аппаратных, так и программных платформ.

Программная реализация OpenGL получает графические запросы от процедуры визуализации и строит цветное изображение трехмерной графики. Затем она передает это изображение GDI (Graphics Device Interface) интерфейса Windows для представления графических объектов и передачи их на устройства отображения, такие как мониторы и принтеры.

В процедуре визуализации поверхности базисной функции реализован гибкий механизм, задающий количество точек разбиения с целью быстрого эскизного изображения поверхности. Совокупность таких точек образует каркас - систему линий на поверхности. Благодаря гибкому механизму выбора числа интервалов дискретизации, мы получаем реалистичную сглаженную поверхность базисной функции (рис. 4а).

В разработанной подсистеме реализованы также элементы когнитивного подхода (когнитивного моделирования), которые способствуют воздействию с помощью интерактивной компьютерной графики на интуитивное образное мышление, что, в свою очередь, позволяет получать новые модели дискретных элементов.

Используя разработанную подсистему, пользователь получает возможность дальнейшего исследования полученных моделей, решать практические прикладные задачи, проводить сравнительную характеристику альтернативных моделей и принимать решение относительно их применения и оптимизации вычислительных свойств.

Покажем примеры использования разработанной подсистемы для построения новых базисов КЭ. Например, для биквадратичного КЭ с помощью аналитического метода моделирования иерархических форм базисных функций получены альтернативные базисные функции с управляющим параметром K [13]:

$$N_i = \frac{1}{4}(1+\xi_i\xi)(1+\eta_i\eta)\left(-1+\xi_i\xi+\eta_i\eta+K(1-\xi_i\xi)(1-\eta_i\eta)\right)', \tag{1}$$
$$i = 1,3,5,7; \quad \xi_i = \pm 1; \quad \eta_i = \pm 1.$$

$$N_i = \frac{1}{2}(1-\xi)(1+\eta_i\eta)\times \left((1+\xi)-\frac{1}{2}K(1+\xi)(1-\eta_i\eta)\right)' \tag{2}$$
$$i = 2,6; \quad \eta_i = \pm 1.$$

$$N_i = \frac{1}{2}(1-\eta)(1+\xi_i\xi)\times \left((1+\eta)-\frac{1}{2}K(1+\eta)(1-\xi_i\xi)\right)' \tag{3}$$
$$i = 4,8; \quad \xi_i = \pm 1.$$

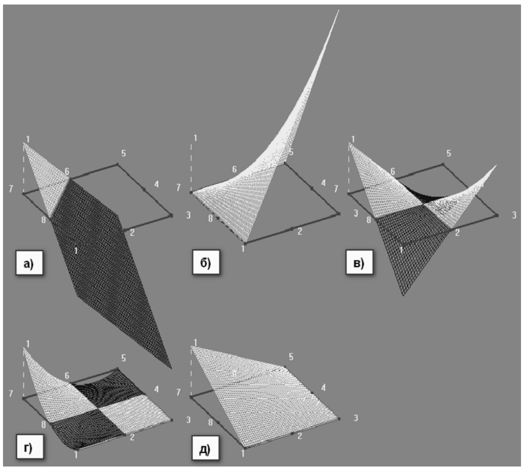


Рисунок 4 – Визуализация процедуры построения функции формы для узла 7 альтернативного базиса СКЭ-8 с помощью аналитического метода при $K=1$

Изменяя параметр K в формулах (1-3), получаем все множество альтернативных моделей. На рис. 4 визуализирована геометрическая процедура построения модифицированного базиса при $K=1$. На первом этапе строится поверхность, которая является суммой двух поверхностей (рис. 4в): плоскости $f_1^{(1)} = -1-\xi+\eta$ (рис. 4а) и гиперболического параболоида $f_1^{(2)} = (1+\xi)(1-\eta)$ (рис. 4б). Окончательно серендипову поверхность для узла 7 (рис.4г) получаем как суперпозицию гиперболического параболоида $f_1^{(2)} = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$ (рис. 4д) и поверхности $f_1^{(1+2)} = f_1^{(1)} + f_1^{(2)}$ (рис. 4в).

Далее в системе проводится исследование поверхности функции формы и проверка их свойств (рис. 5):

Свойство 1. Базисные функции СКЭ-8 удовлетворяют интерполяционной гипотезе типа Лагранжа (рис. 5а) [1-3,13]:

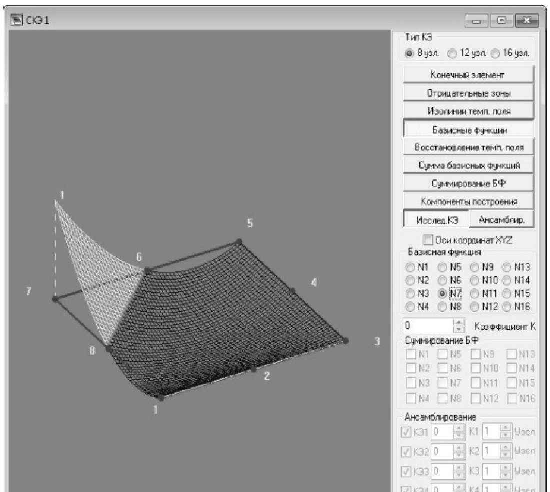
$$N_i(\xi_k,\eta_k) = \delta_{ik}, \quad i,k = \overline{1,8}, \tag{4}$$

где δ_{ik} - символ Кронекера.

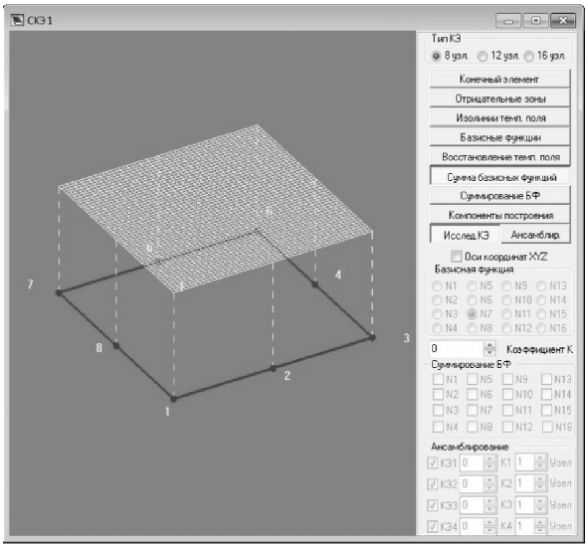
Свойство 2. Система функций удовлетворяет условию сохранения весового баланса (рис. 5б) [13]:

$$\sum_{i=1}^{8} N_i(\xi,\eta) = 1 \tag{5}$$

Свойство 3. Базисные функции геометрически изотропны [1-3]: представление зависимой переменной на элементе не зависит от системы координат, которая используется, то есть геометрически изотропно для ортогональных преобразований системы координат.



а) функции формы для узла 7



б) сумма функций СКЭ-8

Рисунок 5 – Главное окно процедуры визуализации

Свойство 4. Базисная функция серендипова КЭ-8 вдоль границ элемента является полным полиномом второго порядка и, как следствие, имеет место непрерывность базисной функции на границе между элементами [1-3].

Наглядно убедиться в выполнении четвертого свойства (сохранение C^0 - гладкости аппроксимации на границе КЭ) позволяет компьютерная визуализация процедуры объединения в ансамбль четырех функций формы разных альтернативных моделей СКЭ-8, которые соответствуют общему узлу для четырех квадратов (рис. 6).

Преимуществом существования множества моделей на одном элементе является возможность объединять их в различных комбинациях в зависимости от характеристик физического поля. Это невозможно в конечноэлементных программных средствах, использующих единственный стандартный базис.

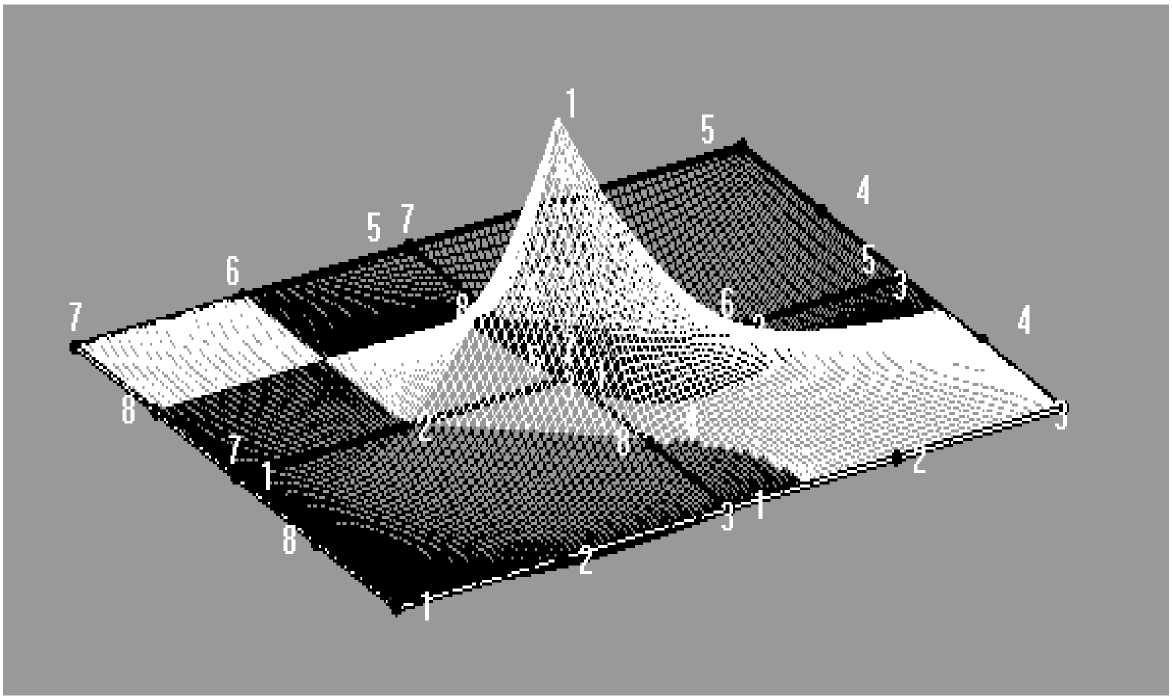


Рисунок 6 – Объединение в ансамбль четырёх моделей СКЭ-8

при $K = 0; \frac{1533}{1000}; \frac{75}{100}; 1$ ***- начиная с левого нижнего квадрата против часовой стрелки***

Выводы. В работе разработана подсистема исследования моделей конечных элементов, которая дает пользователю возможность дальнейшего исследования полученных моделей, решать практические прикладные задачи, проводить сравнительную характеристику альтернативных моделей и позволяет принимать решение относительно дальнейшего применения и оптимизации вычислительных свойств моделей.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Zenkevich O. Metod konechnykh ehlementov v tekhnike / O. Zenkevich. — M. : Mir, 1975. — 541 s.
2. Zenkevich O. Metod konechnykh ehlementov v teorii sooruzhenijj i mekhanike sploshnojj sredy / O. Zenkevich, I. Chang. – M.: Nedra, 1974. – 238 s.
3. Metod konechnykh ehlementov: teorija, algoritmy, realizacija / V. A. Tolok, V. V. Kirichevskijj, S. I. Gomenjuk, S. N. Grebenjuk, D. P. Buvajjlo. – K.: Nauk. Dumka, 2003. – 316 s.
4. Guchek P.I. Geometricheskoe modelirovanie i komp'juternaja vizualizacija bazisov konechnykh ehlementov / P.I. Guchek // Nelinejjnye kraevye zadachi matematicheskojj fiziki i ikh prilozhenija. Sb. nauch. tr. – K. : In-t matematiki NANU. – 1996. – S. 95-97.
5. Guchek P.I. Komp'juternaja vizualizacija funkcijj formy konechnykh ehlementov / P.I. Guchek // Integral'ni peretvorennja ta ïkh zastosuvannja do krajjovikh zadach – K. : In-t matematiki NANU. – 1997. – Vyp. 14 – S. 79-81.
6. Guchek P.Jj. Interaktivna procedura vizualizacії funkcijj formi na serendipovikh elementakh / P.Jj. Guchek, O.I. Litvinenko, A.N. Khomchenko // Vestnik Khersonskogo nacional'nogo tekhnicheskogo universiteta. – 2012. – Vyp. 1 (44). – S. 274-280.
7. Wachspress E.I. A rational finite element basis / E.I. Wachspress. — Academic Press. — New York, 1975. — 344 p.
8. Khomchenko A.N. O verojatnostnom postroenii bazisnykh funkcijj MKEh / A. N. Khomchenko // Ivano-Frankovs. in-t nefti i gaza. — Ivano-Frankovsk , 1982. — 5 s. — Dep. v VINITI 21.10.1982, №5264.
9. Litvinenko E.I. Matematicheskie modeli i algoritmy komp'juternojj diagnostiki fizicheskikh polejj: diss. kandidata tekhn.n.: 05.13.06 / Elena Ivanovna Litvinenko — Kherson, 1999. — 172 s.
10. Guchek P.I. Geometrichne konstrujuvannja bazisu diskretnogo elementa z 8 vuzlami u poljarnijj sistemi koordinat / P.Jj. Guchek, O.I. Litvinenko, A.N. Khomchenko // Vestnik Khersonskogo nacional'nogo tekhnicheskogo universiteta. – 2011. – Vyp. 2 (41). – S. 300-303.
11. Taylor R. L. On the completeness of shape functions for finite element analysis / R. L. Taylor // Internat. J. Numer. Methods Eng. — 1972. —V.4. — № 1. — P. 17-22.
12. Astionenko I. A. Obratnye zadachi serendipovykh approksimacijj /I.A.Astionenko, E.I. Litvinenko, A. N. Khomchenko // Vestnik Khersonskogo nac. tekhn. universiteta. — Vyp. 2(35). — Kherson: KhNTU, 2009. — S. 36-42.
13. Khomchenko A.N. Novyjj podkhod k postroeniju bazisov serendipovykh ehlementov / A.N. Khomchenko, E.I. Litvinenko, I.A. Astionenko // Geometrichne ta komp'juterne modeljuvannja. – 2009. – Vip. 23. – S. 90-95.
14. Segerlind L. Primenenie metoda konechnykh ehlementov / L. Segerlind. — M. : Mir, 1979. — 392s.
15. Dovgijj S.O. Metodi prognozuvannja v sistemakh pidtrimki prijjnjattja rishen' / S.O. Dovgijj,
16. P.I. Bidjuk, O.M. Trofimchuk, O.I. Savenkov. – K.: Azimut-Ukraïna, 2011. – 608 s.
17. Chernjavskijj. A. O. Metod konechnykh ehlementov. Osnovy prakticheskogo primenenija /
18. A.O. Chernjavskijj. – M.: Mashinostroenie, 2003. – 29 s.