АДАПТАЦИЯ КОНЦЕПЦИИ ДОМИНИРОВАНИЯ ПАРЕТО К МЕТОДУ МУРАВЬИНЫХ КОЛОНИЙ

УДК 004.942

ЧЕНГАРЬ Ольга Васильевна
к.т.н, доцент кафедры Автоматизированных систем управления Донецкого национального технического университета

ВВЕДЕНИЕ

Не смотря на то, что методам решения задачи многокритериальной оптимизации посвящён ряд научных работ и публикаций [1-5], вопрос построения аппроксимации множества Парето (а тем самым, и фронта Парето) подробно не рассматривался. Суть проблемы в том, что при потенциально бесконечном множестве эффективных решений, стандартные процедуры многокритериальной оптимизации имеют тенденцию сходимости только в несколько из них.

Простейшие из таких методов в ситуации, когда требуется высокая точность аппроксимации множеств Парето и/или когда имеет место высокая вычислительная сложность целевых функций могут требовать неприемлемо высоких вычислительных ресурсов. Поэтому в настоящее время интенсивно развиваются альтернативные методы.

Обычно такие методы строят на основе эволюционных алгоритмов и чаще всего – на основе генетических алгоритмов [6]. При этом соответствующие методы Парето-аппроксимации называют эволюционными, они и являются наиболее перспективными разработками в рассматриваемой области. Принципиальным в этих методах является не использование именно эволюционных алгоритмов, а правила формирования фитнесс-функции, обеспечивающие перемещение индивидов популяции, в конечном счете, в направлении множества Парето [6,7]. Эволюция же этих индивидов может протекать по законам, отличным от законов, используемых в эволюционных алгоритмах, например, по законам движения популяции муравьев в муравьином алгоритме.

Таким образом, становится актуальной задача многокритериальной оптимизации основанной на так называемых «популяционных» методах Парето-аппроксимации.

Целью работы является создание эффективного математического и алгоритмического аппарата решения многокритериальных задач оптимизации на основе метода муравьиных колоний, который легко может быть адаптирован к заданным условиям с учетом дополнительных ограничений задачи.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Многокритериальная оптимизация основана на поиске решения, которое является лучшим одновременно для нескольких функций [8,9]. Это требует применения специальных методов, которые существенно отличаются от стандартной техники, ориентированной на оптимизацию одной функции.

Используя подход Парето-оптимизации для многокритериальных задач, обычно применяется два типа поиска в пространстве целей[10]:

1) постоянное направление поиска (в случае фиксированных весов в целевой функции);
2) кратное направление поиска.

В общем виде задачу многокритериальной оптимизации можно сформулировать следующим образом (1):

$$\max(\min)\ \{z_1 = f_1(x), z_2 = f_2(x), ..., z_q = f_q(x)\}$$
$$g_i(x) \le 0, \quad i = 1,2,...,m \qquad (1)$$
$$x \ge 0$$

где $f_q(x)$ – функция-критерий;

q – количество критериев;

$g_i(x)$ – ограничение задачи;

m – количество ограничений

Здесь пространство поиска решений определяется (2):

$$S = \{x \in R^n \mid g_i(x) \le 0, \quad i = 1,2,...,m, \ x \ge 0\}, \qquad (2)$$

где $x \in R^n$ – вектор варьируемых параметров.

В случае многокритериальной оптимизации зачастую используется графическая интерпретация в пространстве критериев Z (3).

$$Z = \{z \in R^q \mid z_1 = f_1(x), z_2 = f_2(x), ..., z_q = f_q(x), \ x \in S\} \qquad (3)$$

где $z \in R^q$ – вектор значений q целевых функций.

Таким образом, Z является множеством образов в S (рис. 1).

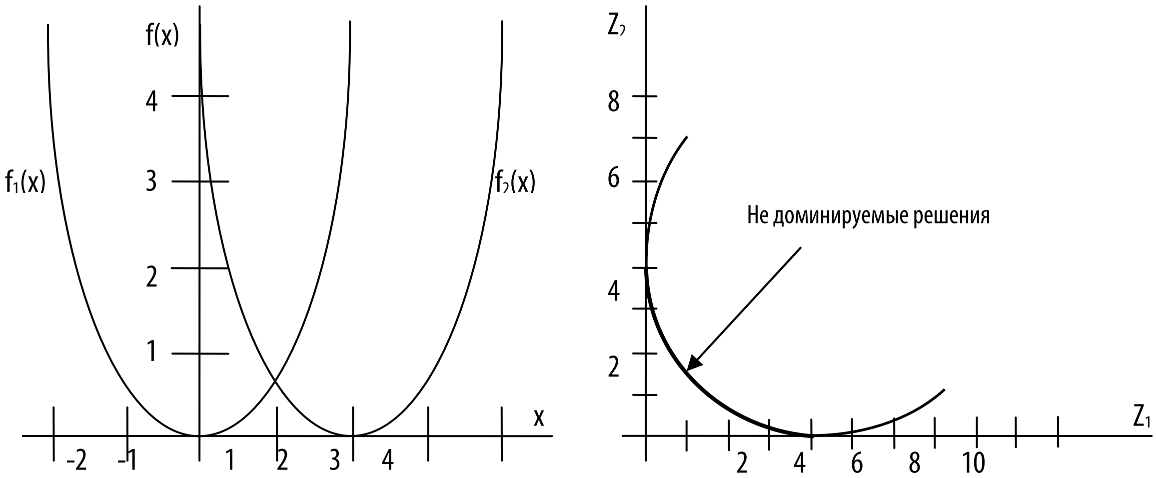
Следует отметить, что многокритериальные задачи принципиально отличаются от однокритериальных [10]. В последнем случае необходимо найти решение, которое лучше всех остальных. В случае многокритериальной оптимизации необязательно существует решение, которое является лучшим относительно всех критериев в отдельности вследствие возможных конфликтов. Решение может быть лучшим относительно одного критерия и худшим относительно других критериев [7,10].

Для этих целей, согласно принципу доминирования Парето, удобно классифицировать потенциальные решения многокритериальной проблемы на доминируемые и недоминируемые решения [10]. Решение X называется доминируемым, если существует решение Y, не хуже чем X по всем критериям, то есть для всех оптимизируемых функций $f_i\ (i = 1, \ldots, q)$:

$f_i(x) \le f_i(y)$ для всех $1 \le i \le k$ при максимизации функции f_i и

$f_i(x) \ge f_i(y)$ для всех $1 \le i \le k$ при минимизации функции f_i .

Если решение не доминируемо никаким другим решением, то оно называется недоминируемым или оптимальным в смысле Парето.



(a) Цели в пространстве решений S

(b) Цели в пространстве критериев Z

Рисунок 1 – Целевые функции в пространствах решений и критериев

В основе муравьиных алгоритмов лежит использование множества потенциальных решений в различных направлениях глобального поиска, т.к. они не предъявляют никаких требований к виду целевых функций и ограничений.

Поэтому при многокритериальной оптимизации выполняется поиск не одного пути популяции муравьёв по вершинам графа, а множество вариантов путей для каждой популяции муравьёв, оптимальных в смысле Парето. Тогда общая структура многокритериального подхода основанного на методе муравьиных колоний может быть представлена следующим алгоритмом (рис. 2).

Фактически метод муравьиных колоний относится к методам мета-стратегии, поэтому для решения конкретной задачи помимо основных параметров муравьиного алгоритма необходимо подбирать и обосновывать также основные критерии оптимальности.

Обоснование выбора того или иного критерия эффективности является ответственной и далеко не всегда очевидной задачей. Трудность состоит в том, что различные критерии оптимальности зачастую оказываются противоречивыми, оптимизация по одному критерию приводит к ухудшению качества по другому критерию. Для решения данной проблемы целесообразно использование интегрированного критерия, например суммы частных критериев с некоторыми экспертно назначенными коэффициентами. Однако такой подход также нуждается в серьезном обосновании, в первую очередь, из-за значительного произвола при выборе структуры интегрированного критерия и назначении коэффициентов.

Поскольку многокритериальная оптимизация является естественным развитием обычной численной или комбинаторной оптимизации, то многие разработанные методы были распространены на этот более общий случай [7]. При использовании муравьиного алгоритма для многокритериальной оптимизации центральным вопросом является построение целевой функции [11,12]. В последнее время, при бурном развитии эволюционных и популяционных методов оптимизации, разработано несколько подходов [13,14], одним из которых является метод взвешенной суммы, при котором определяется вес каждого критерия, входящего в целевую функцию.

Рисунок 2 – Обобщенный алгоритм решения многокритериальной задачи на основе метода муравьиных колоний

Этот подход является одним из самых популярных и естественным развитием классических методов оптимизации, где «общая» целевая функция строится из отдельных целевых функций в виде взвешенной суммы (4).

$$F(x)=\sum_{i=1}^{k} w_i f_i(x) \qquad (4)$$

где веса $w_i \in [0,1]$ и $\sum_{i=1}^{k} w_i = 1$

Здесь каждой целевой функции $f_i(x)$ присваивается свой вес w_i и задача сводится к скалярному случаю. При этом различные веса w_i дают разные решения в смысле Парето. Скалярное значение новой целевой функции при этом вычисляется путем суммирования взвешенных значений q критериев оптимальности. Для параллельного поиска кратных решений веса не фиксируются, что дает возможность муравьиному алгоритму расширить фронт по всем направлениям.

В методе взвешенной суммы определение веса производится либо случайным образом, что значительно затрудняет поиск Парето-оптимального решения, либо с применением адаптивного взвешенного подхода.

В представленном алгоритме на каждой итерации по определённому критерию оптимизации формируется множество решений на основе функционирования муравьиного алгоритма. Далее для исследуемых решений определяются максимальная и минимальная экстремальные точки в пространстве заданных критериев (5):

$$\begin{aligned} z^{+} &= \{z_1^{max}, z_2^{max}, \dots, z_q^{max}\} \\ z^{-} &= \{z_1^{min}, z_2^{min}, \dots, z_q^{min}\} \end{aligned} \qquad (5)$$

Для каждого критерия максимальное и минимальное значение определяется следующим образом (6):

$$\begin{aligned} z_k^{max} &= \max\{f_k(x) \mid x \in P\},\ \ k=1,2,\dots,q \\ z_k^{min} &= \min\{f_k(x) \mid x \in P\},\ \ k=1,2,\dots,q \end{aligned} \qquad (6)$$

где z_k^{min} и z_k^{max} - минимальное и максимальное значение для k-ой цели по заданному критерию;

q – число критериев оптимальности

P – множество решений по заданному критерию.

В итоге получаем гиперплоскость, определяемую двумя экстремальными точками, и содержащую все текущие решения. Указанные две экстремальные точки обновляются на каждой итерации. При этом адаптивный вес k-ой цели определяется соотношением (7).

$$w_k = \frac{1}{z_k^{max} - z_k^{min}},\ \ k=1,2,\dots,q \qquad (7)$$

Для каждой цели на основе выбранных критериев эффективности устанавливаются средневзвешенные весовые коэффициенты значимости, которые нормируются внутри группы (8).

$$w_k^{норм.} = \frac{w_k}{\sum_{i=1}^{q} w_i},\ \ k=1,2,\dots,q \qquad (8)$$

Тогда на каждой итерации взвешенная целевая функция определяется согласно следующему выражению (9).

$$z(x)=\sum_{k=1}^{q} w_k^{норм.}(f_k(x)-z_k^{min}) \qquad (9)$$

Схематически предложенный алгоритм можно представить в виде графика (рис. 3), отражающего последовательность построения адаптивной двигающейся линии в пространстве критериев оптимальности Z с целью поиска Парето-оптимальных решений.

Вначале алгоритма предполагается обнуление всех значений Z^{min} и Z^{max}. Поскольку экстремальные точки обновляются на каждой итерации, то соответственно обновляются и веса. Выражение (9) представляет гиперплоскость, определяемую следующими экстремальными точками во множестве текущих решений (10).

Как показано на рис. 3, адаптивная движущаяся линия определяется экстремальными точками (z_1^{max}, z_2^{min}) и (z_1^{min}, z_2^{max}). Таким образом прямоугольник, определяемый экстремальными точками (z_1^{max}, z_2^{min}) и (z_1^{min}, z_2^{max}), является минимальным прямоугольником, который содержит все текущие решения. Все исследуемые решения Парето лежат в пространстве z и в течение процесса поиска решения каждой популяцией муравьев, гиперплоскость последовательно приближается к положительной (или отрицательной) идеальной точке. Так данный метод позволяет корректировать веса целевой функции и направляет поиск решений в нужном направлении.

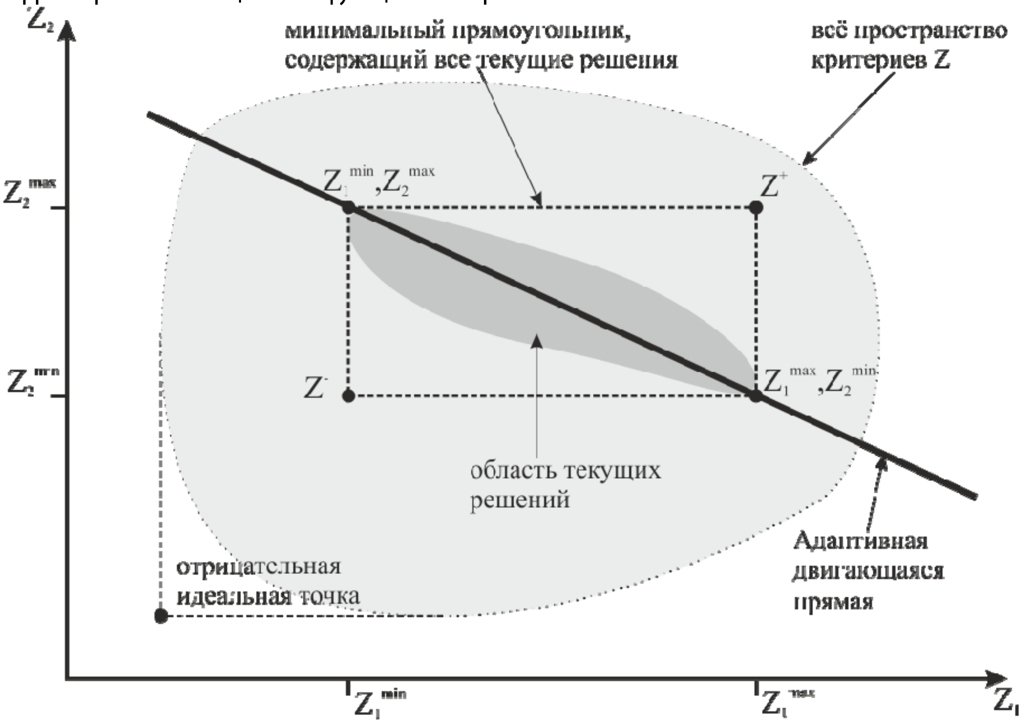


Рисунок 3 – Адаптивные веса и адаптивная гиперплоскость в пространстве критериев Z

$$\left(z_1^{max}, z_2^{min}, \ldots, z_k^{min}, \ldots, z_q^{min}\right)$$
$$\ldots$$
$$\left(z_1^{min}, z_2^{min}, \ldots, z_k^{max}, \ldots, z_q^{min}\right) \qquad (10)$$
$$\ldots$$
$$\left(z_1^{min}, z_2^{min}, \ldots, z_k^{min}, \ldots, z_q^{max}\right)$$

Поскольку у каждого из критериев оптимальности может быть своя точность решения, которая достигается при различных количествах итераций (n_t), для определения n_t были проведены экспериментальные исследования всех однокритериальных задач и определено количество итераций, при котором будет достигнута точность, соответствующая технологическим условиям. Поэтому, в качестве критерия останова при решении многокритериальной задачи выбирается максимальное значение из всего количества итераций.

Таким образом, описанный выше метод многокритериальной оптимизации позволяет перебирать все пространство решений для каждой популяции муравьёв и выбирать те пути движения, которые будут являться оптимальными в смысле Парето.

ВЫВОДЫ

Многообразие методов построения Парето-оптимизации указывает на актуальность задачи, рассмотренной в данной статье. Представляется перспективным направление развития этого метода в сторону эволюционных и популяционных методов оптимизации.

Вычислительная сложность частных критериев оптимальности неодинакова в различных частях области варьируемых параметров. Многие современные методы Парето-оптимизации не учитывают данного условия. Учитывая этот факт, актуальной, является разработка адаптивных и самоадаптивных методов Парето-оптимизации, основанных на таких перспективных оптимизационных алгоритмах, к которым относится метод муравьиных колоний.

Предложенный в статье алгоритм решения многокритериальной задачи, использующий инструментальные возможности метода муравьиных колоний, позволяет построить аппроксимацию не всего фронта Парето, а той его части, которая находится ближе всего к заданной пользователем «предпочтительной» точке пространства критериев. Этот подход реализуется путем формирования интегрированного критерия, например суммы частных критериев с некоторыми коэффициентами, где «общая» целевая функция строится из отдельных целевых функций в виде взвешенной суммы.

Присущие муравьиным алгоритмам свойства способствуют их эффективному применению при решении многокритериальных задач поскольку муравьиные алгоритмы основаны на использовании множества потенциальных решений при глобальном поиске в различных направлениях и не предъявляют никаких требований к виду целевых функций и ограничений.

Таким образом, предложенный подход концепции доминирования Парето, основанный на муравьином алгоритме, представляет значительный интерес.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Zitzler E. Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results / Zitzler E., Deb K., Thiele L. // Evolutionary Computation, - 2000, Vol. 8(2), pp. 173-195.
2. Deb K. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms / Deb K. - Chichester, UK: Wiley, -2001, P. 518.
3. Mostaghim S. Strategies for Finding Good Local Guides in Multi-objective Particle Swarm Optimization (MOPSO) / Mostaghim S., Teich J. // In: Swarm Intelligence Symposium, 2003. SIS '03. Proceedingsofthe. - 2003, pp. 26 – 33.
4. Moor D.A. Analiz ehffektivnosti razlichnykh svertok kriteriev optimal'nosti v zadache mnogokriterial'nojj optimizacii / D.A.Moor, D.T. Mukhlisullina // Nauka i obrazovanie: ehlektronnoe nauchno-tekhnicheskoe izdanie, - 2010, №4. – S. 123-129.
5. Guliashki V., Toshev H., Korsemov Ch. Survey of Evolutionary Algorithms Used in Multiobjective Optimization // Problems of Engineering Cybernetics and Robotics, 2009, Vol. 60, pp. 42 – 54.
6. Podinovskijj V.V., Nogin V.D. Pareto-optimal'nye reshenija mnogokriterial'nykh zadach.- M.: Fizmatlit, 2007.- 256 s.
7. Nogin V.D. Prinjatie reshenijj v mnogokriterial'nojj srede: kolichestvennyjj podkhod.- M.: Fizmatlit, 2005.- 176 s.
8. Ashlock D. Evolutionary Computation for Modeling and Optimization.- Springer, 2006.- 571 pp.
9. Zitzler E., Deb K., Thiele L. Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results // Evolutionary Computation, 2000, Vol. 8(2), pp. 173-195.
10. Sobol' I.M. Vybor optimal'nykh parametrov v zadachakh so mnogimi kriterijami: Uchebnoe posobie dlja VUZov / I.M.Sobol', R.B. Statnikov - M.: Drofa, - 2006.- 175 s.
11. Chengar O.V. Murashinijj algoritm dlja optimizacії operativnogo planuvannja roboti avtomatizovanoї tekhnologichnoї diljanki mashinobudivnogo pidprиєmstva / O.V. Chengar, Ju.O. Skobcov, O.I. Sekirin // Donbas-2020: Perspektivi rozvitku ochima molodikh vchenikh. Materiali V naukovo-praktichnoї konferencії 25-27 travnja 2010 r. – Donec'k, DonNTU Ministerstva osviti i nauki, 2010. – S. 339-343.
12. Chengar' O.V. Razrabotka «napravlennogo» murav'inogo algoritma dlja optimizacii proizvodstvennogo raspisanija / O.V. Chengar' // Vestnik Khersonskogo nacional'nogo tekhnicheskogo universiteta, ISBN 5-7763-2514-5 – g. Kherson, 2013 - №1(46), C. 212-217.
13. Podinovskijj V.V. Pareto-optimal'nye reshenija mnogokriterial'nykh zadach / V.V. Podinovskijj, V.D. Nogin. - M.: Fizmatlit, - 2007.- 256 s.
14. Ryu J.H. Pareto front approximation with adaptive weighted sum method in multiobjective simulation optimization / Ryu J.H., Kim S. // Proceedings of the 2009 Winter Simulation Conference (WSC), - 2009, Austin, pp. 623-633.