

НОРМАТИВНАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОСТИ И ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

УДК 519.81

ПЕТРОВ Эдуард Георгиевич

д.т.н., профессор, профессор кафедры системотехники Харьковского национального университета радиоэлектроники.

Научные интересы: методы принятия решений, моделирование организационных систем.

КРЮЧКОВСКИЙ Виктор Владимирович

д.т.н., профессор, профессор кафедры высшей математики и математического моделирования

Херсонского национального технического университета.

Научные интересы: методы экспертного оценивания, теория принятия решений.

ПЕТРОВ Константин Эдуардович

д.т.н., профессор, профессор кафедры информационных технологий и защиты информации

Харьковского национального университета внутренних дел.

Научные интересы: системы поддержки принятия решений, оптимизация систем организационного управления.

ВВЕДЕНИЕ

Успехи развития и совершенствования вычислительной техники как средства автоматизации интеллектуальной деятельности открывают перспективы в решения извечной научной проблемы, известной как «проклятие размерности». Эта проблема заключается в противоречии между сложностью модели и ее точностными и прогностическими свойствами. Сложность модели определяется ее количественными (размерностью кортежа, учитываемых переменных) и качественными (видом отношений между переменными) характеристиками. В конечном итоге это определяет вычислительную сложность, а следовательно практическую ценность модели.

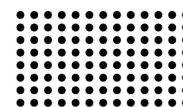
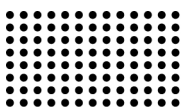
Традиционным путем преодоления «проклятия размерности» является упрощение модели за счет уменьшения размерности кортежа учитываемых переменных и упрощения отношений между ними. Примером таких упрощений является линеаризация нелинейных процессов, детерминизация различных неопределенностей, неаргументированное округление

значений переменных и т. д. На этой основе создавались дескриптивные модели и теории. Увеличение возможностей вычислительной техники и развития информационных технологий, как инструмента автоматизации процессов обработки информации, существенно ослабили ограничения на «сложность» модели и открыли возможность создания нормативных моделей и основанных на них теорий.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Первые попытки подвести базу под процессы принятия решений предпринимались еще в XVII столетии такими учеными, как Ферма, Паскаль, Яков Бернулли и другими, которые стремились создать теорию принятия решений в азартных играх.

Следующий этап роста интереса к созданию формального базиса теории принятия решений относится к рубежу 40-50-х годов XX столетия и был инициирован результатами ретроспективного анализа потерь и упущений возможностей во время второй мировой войны



за счет принятия неэффективных решений на всех уровнях.

Проблемы принятия решений ставятся и рассматриваются с единых позиций, вне зависимости от области конкретного приложения. Стал использоваться термин «Теория принятия решений», введенный в 1950 году Э.Л. Леманном [1].

Важную роль в развитии большинства направлений теории принятия решений принадлежит таким ученым, как Л.В. Канторович, В.С. Немчинов, В.В. Новожилов (линейное программирование и экономико-математическое моделирование), В.С. Михайлович, В.В. Шкурба (методы дискретной оптимизации, теория расписаний), М.М. Моисеев (теория иерархических систем, численные методы теории оптимального управления), Н.Л. Бусленко (имитационное моделирование сложных систем), А.Н. Колмогоров (теория графов), Л.С. Понтрягин (принцип максимума, который используется при оптимизации непрерывных систем) [2-5].

В формирование и развитие теории принятия решений внесли значительный вклад такие зарубежные ученые: А. Кофман, Дж. Данциг, Р. Акофф, Р. Черчмен, Дж. Найман, О. Моргенштерн, Р. Беллман, Т. Саати [6-11].

Всякое научное направление возникает на базе чего-то известного и, как правило, связано с другими научными направлениями. Несомненна связь принятия решений с исследованием операций, кибернетикой, искусственным интеллектом [12]. В настоящее время активно ведутся исследования в области систем поддержки принятия решений. В результате созданы и бурно развиваются такие научные направления, как эволюционные методы синтеза и анализа математических моделей и методы самоорганизации (генетические алгоритмы и метод группового учета аргументов), методы обработки нечеткой информации (теория fuzzy sets), методы искусственных нейронных сетей и другие.

Проблемами разработки моделей и методов для комплексного анализа и проектирования интеллектуальных систем поддержки принятия решений занимались такие известные ученые, как В.М. Глушков, В.И. Скурихин, Г.С. Поспелов, А.И. Кухтенко, А.Г. Ивахненко [13-16].

При принятии управленческих решений в организационных системах необходимо учитывать возрастающее количество влияющих факторов. Такие задачи вызваны необходимостью управления сложнейшими процессами, связанными, например, с экономикой государства, бизнесом больших предприятий, с социальным напряжением в обществе и т.д. При решении таких задач приходится разрабатывать специальные модели, анализировать различные варианты решений, привлекать экспертов, использовать средства вычислительной техники, создавать СППР.

Но все это должно проводиться в определенной последовательности, руководствуясь определенной системой правил. Поэтому создание и развитие нормативной (от лат. *normatio* – установление нормы, стандартов, правил, упорядочивающих последовательность действий) теории принятия решений, ориентированной на разработку теоретически обоснованных формализованных моделей и правил, позволит получить теоретический базис автоматизированных систем поддержки принятия решений.

Авторы также считают, что назрела необходимость аксиоматического построения нормативной теории принятия решений, включив сюда вопросы верификации решений, структурной и параметрической адаптации принятых решений к изменяющимся условиям.

Необходимо также, чтобы классификация проблем принятия решений, классификация и анализ существующих методов принятия решений, критерии всестороннего обоснования этих методов являлись составной частью нормативной теории принятия решений. Сюда же следует отнести классификацию задач и методов (правил) оптимального выбора вариантов решений в определяемом интервале.

Целью статьи является рассмотрение одного из возможных подходов к созданию нормативной теории принятия решений в условиях многокритериальности и интервальной неопределенности.

Трудность создания нормативной теории процесса принятия решений заключается в том, что этот процесс реализуется не пассивной системой, для которой выполняется принцип наблюдаемости и управляемости, а активной, обладающей свободой воли. Такой системой является человек, а его поведение (принятие решений)

основано на осознанном, т. е. субъективном выборе из множества допустимых альтернатив. Если вооружить лицо, принимающее решения (ЛПР) нормативной теорией принятия решений, то можно, не ограничивая его свободы воли, снизить субъективизм и уменьшить потери за счет ошибочных и неэффективных решений. Таким образом, не ограничивая свободу воли ЛПР, нормативная теория вооружает его методами выбора эффективных решений.

ОСНОВЫ СОЗДАНИЯ НОРМАТИВНОЙ ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

В.М. Глушков [13] сформулировал условия принятия эффективных решений: своевременность, полнота (комплексность) и оптимальность. Из этих условий концептуальными для создания нормативной теории принятия решений являются требования полноты и оптимальности.

Системный анализ позволяет строго обосновать полноту (комплексность) решения. По определению [17] любая система S представляет собой множество элементов M , упорядоченное отношениями R и обладающее свойствами P , т. е.

$$S = \langle M, R, P \rangle, \quad (1)$$

где M , R , P – соответственно универсумы. При этом декартово произведение

$$C = \langle \mu \times \rho \rangle, \quad \mu \subset M, \quad \rho \subset R \quad (2)$$

определяет структуру конкретной системы, которая в свою очередь обладает множеством свойств.

$$P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}. \quad (3)$$

Различают прямые свойства, непосредственно вытекающие из свойств элементов (вес, объем и т. д.), и эмерджентные (системные), возникающие как результат объединения элементов в целостную структуру. Системы конкретной целевой ориентации отличаются как количественно за счет различных количественных характеристик элементов и отношений, так и качественно, т. е. составом элементов и отношений. Множе-

ство вариантов системы конкретной целевой ориентации будем называть множеством решений X . Множество свойств, которые разносторонне характеризуют «качество» решений $x \in X$, образуют кортеж $\rho = \langle \rho_1(x), \dots, \rho_n(x) \rangle$ каждый элемент которого отражает некоторое конкретное качество решения, а их совокупность характеризует систему в целом. Будем полагать, что любое локальное свойство системы можно измерить количественно в какой-либо метрике. Такие метрики в дальнейшем будем называть локальными или частными критериями эффективности системы и обозначать $k_i(x)$, $i = \overline{1, n}$.

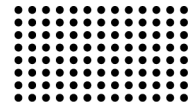
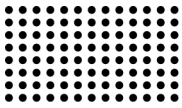
Таким образом, требование полноты (комплексности) принимаемого решения означает необходимость учета множества частных критериев, которые достаточно полно и всесторонне характеризуют решение. Это означает, что нормативная теория принятия решений должна быть ориентирована на принятие многокритериальных решений. При этом нормативная теория не ограничивает свободу воли (субъективизм) ЛПР по выбору количества и состава кортежей частных критериев, но должна формализовать процедуру выбора эффективного решения при любом количественном и качественном их составе.

Следующее требование заключается в том, что принимаемое решение должно быть оптимальным.

Формально это означает, что из множества допустимых решений необходимо выбрать экстремальное, т. е.

$$x^0 = \arg \operatorname{extr}_{x \in X} \langle k_1(x), \dots, k_n(x) \rangle. \quad (4)$$

Трудность решения этой задачи в условиях многокритериальности заключается в том, что в общем случае множество допустимых решений X содержит подмножество несравнимых решений, известное как область компромиссов или Парето [18]. Если это подмножество не пустое, то задача (4) является математически некорректной по признаку отсутствия единственного решения. Общий подход к решению таких задач заключается в их регуляризации [19], который состоит в привлечении некоторой дополнительной информации, внешней по отношению к исходной задаче. Для некорректных задач многокритериальной оптимизации



общий подход к их регуляризации заключается в трансформации исходной задачи в однокритериальную или их последовательность. В настоящее время существует много методов регуляризации [20]: принципы главного критерия, последовательной оптимизации, функционально-стоимостного анализа и т. п. Общей чертой этих методов является их субъективизм и дескриптивность. Основой для создания нормативной теории регуляризации задач многокритериальной оптимизации является теория полезности [10], которая позволяет регуляризовать задачу многокритериальной оптимизации (4) на основе скалярной функции полезности системы вида:

$$P(x) = F[\Lambda_j, k_i(x)], \quad j = \overline{1, m}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (5)$$

где Λ_j – коэффициенты изоморфизма, приводящие разнородные по смыслу и размерности частные критерии $k_i(x)$ к одному виду. Тогда задача многокритериальной оптимизации (4) примет вид

$$x^0 = \arg \operatorname{extr}_{x \in X} P(x). \quad (6)$$

Следующий этап создания нормативной теории принятия многокритериальных решений заключается в разработке нормативной методологии идентификации модели полезности (5). Существует хорошо разработанная теория структурно-параметрической идентификации моделей пассивных (не обладающих свободой воли) систем, для которых выполняются условия наблюдаемости и управляемости [21]. Для таких систем можно экспериментально определить временную последовательность «вход-выход» и на основе ее решить задачу идентификации. Однако эту теорию невозможно применить для идентификации модели полезности (5), так как реализующая ее система (ЛПР) обладает свободой воли и для нее не выполняются условия наблюдаемости и управляемости. Поэтому в настоящее время задача структурно-параметрической идентификации модели оценки полезности (5) решается на основе дескриптивной теории интроспективного анализа (экспертного оценивания) [22]. В противовес

этому нормативная теория идентификации модели (5) позволяет:

- не ограничивать свободу воли ЛПР при выборе конкретного вида структуры модели (5), отражающей его предпочтение;

- решать задачу параметрической идентификации параметров Λ_j не субъективными (экспертными), а нормативными методами.

Первое условие обеспечивается путем принятия в качестве универсальной адаптивной структуры модели (5) полинома Колмогорова-Габора вида:

$$P(x) = \Lambda_0 + \sum_{i=1}^n \Lambda_i k_i(x) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Lambda_{ij} k_i(x) k_j(x) + \dots \quad (7)$$

Универсальность этой структуры основана на том, что согласно [23] она позволяет представить любую функцию многих переменных, например (5), в виде композиции (суммы и произведения) функции одной переменной $k_i(x)$. При этом «свобода воли» ЛПР не ограничивается. Именно ЛПР определяет количество и состав частных критериев, а также характер их взаимосвязи (порядок полинома). Вместе с этим подход позволяет оценить корректность принятых ЛПР решений по структуре модели оценивая путем учета относительного веса факторов на этапе параметрической идентификации. Члены полинома, которые имеют «малый вес» можно исключить из модели.

Полином (7) является линейным по параметрам и, вводя новые переменные, например, вида $z_1(x) = k_i(x)k_j(x)$, $i, j = \overline{1, n}$, его можно представить в виде линейной аддитивной функции:

$$P(x) = \sum_{i=1}^n \Lambda_i k_i(x) + \sum_{l=1}^m \Lambda_l z_l(x) + \dots \quad (8)$$

Рассмотрим нормативную процедуру идентификации параметров (коэффициентов изоморфизма) этой модели.

Коэффициенты изоморфизма Λ выполняют две функции:

– приводят все переменные к изоморфному виду, т. е. к одной размерности или безразмерному виду, единому интервалу изменения и одинаковому направлению доминирования;

– учитывают относительную важность частных характеристик (критериев) системы.

Разделим эти функции и разработаем методы и модели их реализации. Для приведения всех критериев к изоморфному нормализованному виду воспользуемся следующей моделью:

$$k_i^H(x) = \frac{k_i(x) - k_i^{HL}(x)}{k_i^{HL}(x) - k_i^{HX}(x)}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (9)$$

где $k_i(x)$ – действительное значение частных критериев для решения $x \in X$; $k_i^{HL}(x)$, $k_i^{HX}(x)$ – наихудшее и наилучшее значения на всем множестве допустимых решений X . При этом

$$k_i^{HL} = \begin{cases} \min k_i(x) / x \in X, \text{ если } k_i(x) \rightarrow \max, \\ \max k_i(x) / x \in X, \text{ если } k_i(x) \rightarrow \min; \end{cases} \quad (10)$$

$$k_i^{HX} = \begin{cases} \max k_i(x) / x \in X, \text{ если } k_i(x) \rightarrow \min, \\ \min k_i(x) / x \in X, \text{ если } k_i(x) \rightarrow \max. \end{cases}$$

Для нормализованного таким образом любого частного критерия выполняются все требования изоморфизма, указанные выше.

Для учета относительной важности частных критериев введем специальные безразмерные коэффициенты a_i, a_1, \dots , удовлетворяющие требованиям

$$0 \leq a_i, a_1, \dots \leq 1; \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{l=1}^m a_l + \dots = 1. \quad (11)$$

Но при этом возникает задача определения значений a_i, a_1, \dots .

В настоящее время эта задача решается на основе экспертного, т. е. субъективного (интроспективного) анализа. Такой подход позволяет ЛПР реализовать осознанный выбор решения. Примером таких процедур является известный метод анализа иерархий (МАИ), предложенный Т. Саати. Вместе с этим широко извест-

ны недостатки метода экспертного оценивания, связанные с плохой воспроизводимостью и неустойчивостью результатов, в зависимости от состава экспертов, степени их ангажированности и наличия авторитарного давления. Наиболее устойчивой процедурой экспертного оценивания является метод парных сравнений [24] с последующим установлением на его основе отношения порядка на множестве возможных альтернатив. Однако этот метод даёт только качественные и не позволяет определить количественные оценки. Для определения количественных значений весовых коэффициентов воспользуемся методом компараторной идентификации [25]. Он заключается в том, что на основе результатов парных сравнений и отношения порядка альтернатив, например, вида $x_1 \succ x_2 \succ x_3 \succ \dots$ формируется система неравенств следующего вида:

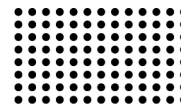
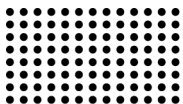
$$\begin{cases} P(x_2) - P(x_3) \leq 0, \\ P(x_3) - P(x_2) \leq 0, \\ \dots \dots \dots \\ P(x_t) - P(x_{t-1}) \leq 0, \end{cases} \quad (12)$$

где $P(x)$ – полезность соответствующих решений $x \in X$, определяемая моделью (8).

Эта система неравенств определяет границы области возможных значений весовых коэффициентов a_i, a_1, \dots . Точечное значение весовых коэффициентов a_i, a_1, \dots определяется как Чебышевская точка, т. е. точка, равноудаленная от границ области возможных значений. При этом расстояние от границ области возможных значений до Чебышевской точки определяет устойчивость решений по отношению к возможным ошибкам или погрешностям при установлении отношения порядка на допустимых решениях на основе парного сравнения альтернатив.

Принятая методология принятия решений в условиях многокритериальности и интервальной неопределенности параметров и переменных модели оценивания, основанная на теории полезности, приводит к интервальным оценкам эффективности (полезности) допустимых альтернатив. При этом на завершающем этапе процедуры принятия решений приходится решать две задачи::

– ранжирование, т. е. установление отношения порядка на множестве допустимых альтернатив по



интервальным значениям их полезности с целью определения оптимального решения;

– определение точного решения, т. е. конкретного значения всех характеристик решения.

Целесообразно решать перечисленные задачи на одной методологической основе. В этом случае на первом этапе для каждой альтернативы, характеризуемой интервальным значением полезности, необходимо определить точечные значения, а на втором этапе эти точечные оценки ранжировать и определить альтернативу с экстремальной точечной оценкой. При этом точечные решения должны для каждого интервала определяться по одинаковому правилу (модели).

При интервальной неопределенности оценки эффективности решений являются интервальными т. е. ограничено их минимальное и максимальное значения. Любому точечному решению из этого интервала соответствует некоторое ожидаемое значение эффекта (Value), которому соответствуют конкретные точечные значения переменных и параметров. Отклонение реального значения переменных от ожидаемых решения приводит к потерям (Loss). Величину этих потерь количественно оценивают риском, которые по определению представляют собой произведения возможности реализации события, измеренное в какой-либо метрике на величину потерь. В любом случае возникает риск несовпадения принятого и реализованного решения. Будем различать негативный риск, возникающий при реализации худшего решения по сравнению с расчетным (это прямые потери) и позитивный риск в случае, когда реальное решение более благоприятно, чем расчетное. В этом случае риск заключается в упущенной возможности реализовать более эффективное решение.

В настоящее время при принятии решений учитывают только негативный риск и решение выбирается по минимуму негативного риска, т. е. решается двухкритериальная задача, где частными критериями являются эффективность и возможный риск. Вместе с этим необходимо учитывать и позитивный риск. В этом случае задача определения точечного решения становится трехкритериальной и учитывает эффективность, позитивный и негативный риски. Все эти частные критерии имеют одинаковую размерность и наиболее эффективной является аддитивная модель оценивания решения. В качестве такой оценки предлагается модель

$$x^0 = \arg \max_{x \in X} [V(x) - \alpha L_P(x) - (1 - \alpha)L_N(x)], \quad (13)$$

где $V(x)$ – ожидаемый эффект, $L_P(x)$, $L_N(x)$ – соответственно позитивный и негативный риски. Эту технологию принятия решений будем обозначать аббревиатурой VaL (Value-at-Loss) в отличие от известной – VaR (Value-at-Risk).

ВЫВОДЫ

В статье рассмотрен один из возможных подходов к созданию нормативной теории принятия многокритериальных решений в условиях неопределенности, основанный на теории полезности. Особенность подхода заключается в том, что не ограничивая свободу воли ЛПП он ориентирован на вооружение его строгим методом оценки и принятия эффективных решений. Дальнейшие исследования должны быть направлены на разработку альтернативных теорий оценки полезности и уменьшения на этой основе субъективизма при принятии решений ЛПП.

ЛИТЕРАТУРА

1. Vorob'ev S.N. Teoreticheskie osnovy obosnovaniya voenno-tehnicheskikh reshenij / S.N. Vorob'ev, E.S. Egorov, Ju.I. Plotnikov. – М.: RVSН, 1994. – 324 s.
2. Kantorovich L.V. Jekonomicheskij raschet nailuchshogo ispol'zovaniya resursov / L.V. Kantorovich. – М.: Izd. AN SSSR, 1959. – 120 s.
3. Buslenko N.P. Modelirovanie slozhnyh sistem / N.P. Buslenko. – М.: Nauka, 1978. – 398 s.
4. Moiseev N.N. Chislennye metody v teorii optimal'nyh sistem / N.N. Moiseev. – М.: Nauka, 1971. – 488 s.
5. Portnjagin L.S. Matematicheskaja teorija optimal'nogo upravlenija / L.S. Portnjagin. – М.: Nauka, 1976. – 362 s.
6. Dancig Dzh. Linejnoe programmirovanie, ego primenenie i obobshhenija / Dzh. Dancig. – М.: Nauka, 1976. – 240 s.
7. Akoff R. O celeustremlyonnyh sistemah / R. Akoff, F.M. Jemeri. – М.: Sov. radio, 1974. – 272 s.
8. Bellman R. Prikladnye zadachi dinamicheskogo programmirovanija / R. Bellman, S. Drejfus. – М.: Nauka, 1965. – 458 s.
9. Saati T.L. Celochislennye metody optimizacii i svjazannye s nimi jekstremal'nye problemy / T.L. Saati. – М.: Mir, 1973. – 520 s.

10. Nejman Dzh. Teorija igr i jekonomicheskoe povedenie / Dzh. Nejman, O. Morgenshtern. – M.: Fizmatgiz, 1970. 420 s.
11. Cherkmen U. Vvedenie v issledovanie operacij / U. Cherkmen, R. Akoff, L. Arnof. – M.: nauka, 1968. – 508 s.
12. Larichev O.I. Prinjatje reshenij kak nauchnoe napravlenie: metodologicheskie problemy / Sistemnye issledovanija (Ezhegodnik) / O.I. Larichev. – M.: Nauka, 1982. – 420 s.
13. Glushkov V.M. Vvedenie v ASU / V.M. Glushkov. – Kiiv: Tehnika, 1974.– 320 s.
14. Pospelov G.S. Programmno-celevoe planirovanie i upravlenie / G.S. Pospelov, V.A. Irikov. – M.: Sov. radio, 1976. – 440 s.
15. Kuhtenko A.I. Ob aksiomaticheskom postroenii matematicheskoj teorii sistem / A.I Kuhtenko // Kibernetika i vychislitel'naja tehnika. – Kiev: Naukova dumka, 1976. – S. 3-25.
16. Ivahnenko A.G. Samoorganizacija prognozirujushhijh modelej / A.G. Ivahnenko, I.A. Mjuller. – Kiiv: Tehnika, 1985. – 234 s.
17. Burbaki N. Nachalo matematiki: Osnovy struktury analiza. Kn. 1 / N. Burbaki. – M.: Nauka, 1965. – 280 s.
18. Podinovskij V.V. Pareto – optimal'nye reshenija mnogokriterial'nyh zadach / V.V.Podinovskij, V.D. Nogin. – M.: Nauka, 1982. – 254 s.
19. Tihonov A.M. Metody reshenija nekorrektnyh zadach / A.N. Tihonov, V.Ja. Arsenin. – M.: Nauka, 1986. – 268 s.
20. Petrov E.G. Metodi i zasobi prijnattja rishen' u social'no-ekonomichnih sistemah / E.G. Petrov, M.V. Novozhilova, I.V. Grebennik –K.: Tehnika, 2004. – 256 s.
21. L'jung L. Identifikacija sistem. Teorija dlja pol'zovatelja / L. L'jung. – M.: Nauka, 1991. – 432 s.
22. Krjuchkovskij V.V. Introspektivnyj analiz. Metody i sredstva jekspertnogo ocenivanija / V.V. Krjuchkovskij, Je.G. Petrov, N.A. Sokolova, V.E. Hodakov. – Herson: Izd. Grin' D.S., 2011. – 166 s.
23. Kolmogorov A.N. O predstavlenii nepreryvnoj funkcii neskol'kih peremennyh v vide superpozicii nepreryvnyh funkcij odnogo peremennogo i slozhenija / A.N. Kolmogorov // doklady AN SSSR. – 1957.– T. 5 (114) – S. 953–956.
24. Devid G. Metody parnyh sravnenij / G. Devid. – M.: Statistika, 1989. – 128 s.
25. Petrov K.Je. Komparatornaja strukturno-parametricheskaja identifikacija modeli skaljarnogo mnogofaktornogo ocenivanija / K.Je. Petrov, V.V. Krjuchkovskij. – Herson: Oldi-pljus, 2009. – 292 s.