ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК АЛЬТЕРНАТИВ МЕТОДОМ КОМПАРАТОРНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

УДК 519.81

ПЕТРОВ Константин Эдуардович
д.т.н., профессор, профессор кафедры информационных технологий и защиты информации Харьковского национального университета внутренних дел.
Научные интересы: методы принятия решений, оптимизация организационных систем.

КОБЗЕВ Игорь Владимирович
к.т.н., доцент, доцент кафедры информационной и экономической безопасности Харьковского национального университета внутренних дел.
Научные интересы: сетевые информационные технологии, информационная безопасность, современные информационные технологии в образовании.

ОРЛОВ Александр Валентинович
д.гос.упр., доцент, заведующий кафедрой информационных технологий и систем управления Харьковского регионального института Национальной академии государственного управления при Президенте Украины.
Научные интересы: системы поддержки принятия решений, оптимизация систем организационного управления.

ВВЕДЕНИЕ

Получение адекватных экспертных оценок является достаточно сложной задачей, решение которой требует применения различных процедур извлечения знаний. Это связанно прежде всего с тем, что само по себе оценивание альтернатив является интеллектуальным процессом, который плохо поддается формализации.

При формировании оценок – качественных или количественных, точечных или интервальных, дискретных или непрерывных эксперт вынужден обосновывать свое мнение (выбор). Психическое переживание – первично, в то время как объяснение или обоснование протекает в пространстве накопленного опыта, словарного запаса, логики, общественных предпочтений и прочего. В результате анализа альтернативы экспертом, возникают эмоционально-субъективные переживания, и чем глубже анализ, тем они сильнее. Процесс оценивания, это не что иное, как присвоение психическим переживаниям некоторых качественных или количественных оценок (рангов, балов и т. п.). Чтобы произвести оценивание, необходимо абстрагироваться от этих переживаний, сравнив их между собой.

Получение количественных оценок тесно связано с проблемой преобразования собственных психологических переживаний эксперта в численную форму. Каждый эксперт обладает индивидуальным порогом чувствительности и представлениями о важности характеристик альтернативных решений. В данном случае эксперту проще указать интервал, нежели конкретное значение, но, даже указав интервал, эксперт лишь утверждает, что верное значение находится внутри интервала с некоторой вероятностью. Альтернативой количественному описанию является качественное представление информации (чаще всего в вербальной форме). Приближая форму представления информации к привычной форме выражения знаний экспертом, мы формируем смысловые, семантические и синтаксические трудности обработки получаемых знаний. Эксперт мыслит образами и психически-эмоциональными переживаниями [1]. Язык (слова, фразы, реплики, предложения) служит лишь ассоциативным носителем образа знаний и формируется индивидуально в течение жизни.

При формировании качественных или количественных экспертных оценок, значительная часть ресурсов (временных, трудовых, материальных) затрачивается на корреляцию, согласование, уточнение и подгонку получаемой информации.

И все же, несмотря на целый ряд недостатков, неточностей, субъективизма, информация, получаемая от экспертов, является единственным источником исходных данных для методов принятия решений.

Для получения любой информации от экспертов необходимо провести с ними серию активных или пассивных экспериментов. Например, в роли эксперта выступает покупатель ноутбука. Покупка какого-либо ноутбука является по сути выбором альтернативы. Если регистрируется факт покупки, то это пассивный эксперимент. Если мы наблюдаем за чувственными переживаниями эксперта при рассмотрении каждого альтернативного ноутбука, самостоятельно выставляя ему баллы или оценки, то это метод аналогий (наблюдения). Если эксперт, подходя к каждому ноутбуку, указывает его полезность в заранее установленных количественной или качественной шкалах – это метод самонаблюдения. Если для ноутбуков, после первого выбора, сознательно меняют условия выбора (местоположение, освещение, цвет, цена и прочее) и эксперту предлагается снова осуществить выбор – это активный эксперимент. Очевидно, что пассивный эксперимент, является гораздо более предпочтительным с точки зрения получения объективной информации, хотя ее объем весьма ограничен. Проведение пассивного эксперимента имеет смысл только для построения моделей предпочтения, так как в качестве исходной информации берется реально принятое решение без определения структуры предпочтений на всем множестве имеющихся альтернатив. Другими словами определяется единственная альтернатива, которая признаётся лучшей, чем все остальные. Эта информация может быть использована как исходная информация для компараторных методов [2]. Данная постановка эксперимента является наиболее устойчивой с точки зрения выбора решения. На эксперта не оказывается дополнительного давления в виде самонаблюдения, ему не нужно формировать универсальную систему критериев, он может в полном объеме применять интуицию и опыт, наконец, ему не нужно обосновывать и описывать логическую цепочку выбора.

Наряду с очевидными достоинствами пассивный эксперимент обладает существенным недостатком – отсутствует информация о структуре предпочтений на множестве альтернатив, которая может быть получена при проведении активного эксперимента.

В статье рассматривается один из подходов к определению относительных многофакторных оценок альтернатив в случае, когда информация, полученная от экспертов, имеет не числовой характер, т. е. имеются данные только о наиболее предпочтительной альтернативе или установлено отношение порядка (строгого или частичного) на множестве альтернатив, который базируется на применении метода компараторной идентификации [2].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Эксперту предъявляется некоторое конечное множество альтернатив $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, каждая из которых может быть описана кортежем разнородных частных характеристик (факторов) $K(x_i) = \langle k_1(x_i), k_2(x_i), ..., k_m(x_i) \rangle$, допускающих их измерение в количественных шкалах.

В рамках теории полезности можно предположить, что существует некоторая скалярная многофакторная оценка обобщенной полезности каждой из альтернатив $P(x_i)$, $i = \overline{1, n}$, которую можно представить в виде

$$P(x_i) = G[A, K(x_i)],\ x_i \in X,\ i = \overline{1, n},$$

где $A = \langle a_1, a_2, ..., a_t \rangle$ – кортеж значений коэффициентов, выражающих относительную важность для эксперта частных факторов $K(x_i)$, характеризующих альтернативы.

Задача состоит в определении значений кортежа A, а также относительных многофакторных оценок альтернатив $P(x_i)$, $i = \overline{1, n}$, на основании информации только о наиболее предпочтительной альтернативе (выбора эксперта) либо об отношении строгого или частичного порядка установленного на всем множестве альтернатив (если такая информация имеется).

Это позволит провести ранжирование альтернатив исходя из их значимости для эксперта с учетом того, что по определению для функции полезности $P(x_i)$ выполняется соотношение:

$$x_1 \succ x_2 \iff P(x_1) > P(x_2),\ x_1, x_2 \in X. \qquad (1)$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ МНОГОФАКТОРНЫХ ОЦЕНОК АЛЬТЕРНАТИВ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ПРОЦЕССА ИХ ВЫБОРА ЭКСПЕРТОМ

Как было отмечено выше, в ходе наблюдения за поведением неподготовленного специально эксперта в естественных условиях (пассивный эксперимент), мы можем зафиксировать выбор им некоторой альтернативы. Таким образом можно получить информацию только о наиболее предпочтительной альтернативе, но не о структуре предпочтений на всем множестве доступных альтернатив X.

С формальной точки зрения это означает, что эксперт выбирает единственную наиболее предпочтительную альтернативу $x_s \in X$, $s = \overline{1,n}$ из множества $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$. При этом, в зависимости от того насколько он уверен в своем выборе, можно установить отношение либо строгого, либо нестрогого предпочтения выбранной альтернативы по отношению к остальным:

$$x_s \succ (\geq)\, x_i\,,\ x_s, x_i \in X\,,\ i = \overline{1,n}\,,\ s \neq i\,. \qquad (2)$$

Рассмотренный случай характеризуется дешевизной проведения экспертизы и наибольшей степенью объективности, так как на эксперта не оказывается никакого внешнего влияния и не требуется специально готовить эксперимент, однако является наименее информативным.

Несмотря на то, что эксперт в состоянии точно (или с некой степенью неуверенности) один раз сделать свой выбор, он не может формализовать свои предпочтения на оставшемся подмножестве альтернатив. Поэтому этот случай характеризуется меньшей степенью уверенности эксперта в своих предпочтениях, чем ситуация, когда он устанавливает отношение предпочтения (строгое или нестрогое) на всем множестве альтернатив.

На основании вышеизложенного и в соответствии с (1) и (2), получаем систему из n–1 строгих (или нестрогих) неравенств:

$$P(x_s) > (\geq) P(x_i)\,,\ x_s, x_i \in X\,,\ i = \overline{1,n}\,,\ s \neq i \qquad (3)$$

.

В качестве универсальной функции полезности $P(x_i)$ в работе предлагается использовать полином Колмогорова-Габора, который в принятых выше обозначениях имеет вид:

$$P(x_i) = a_0 + \sum_{j=1}^{m} a_j k_j(x_i) + \sum_{j=1}^{m}\sum_{q=1}^{m} a_{jq} k_j(x_i) k \\ \sum_{j=1}^{m}\sum_{q=1}^{m}\sum_{r=1}^{m} a_{jqr} k_j(x_i) k_q(x_i) k_r(x_i) + ... \qquad (4)$$

Аргументация в пользу такого выбора состоит в следующем:

— как показано в работе Колмогорова [3] полином (4) позволяет точно аппроксимировать любую функцию многих переменных;

— полином содержит в своем составе как аддитивные так и мультипликативные линейные по характеризующим факторам $K(x_i)$ составляющие и позволяет формировать на их основе любые полиномы;

— частные полиномы, синтезируемые на основе (4), имеют традиционную форму, а составляющие имеют ясную интерпретацию, как "вклад" тех или иных факторов $K(x_i)$ или их комплексов в обобщенную многофакторную оценку альтернативы.

Необходимо отметить еще одно очень важное свойство полинома Колмогорова-Габора (4). С геометрической точки зрения он представляет собой гиперплоскость в спрямляющем пространстве обобщенных координат $k_j(x_i)$, $k_j(x_i)k_q(x_i)$, $k_j(x_i)k_q(x_i)k_r(x_i)$, ... каждая из которых может рассматриваться как новый независимый характеризующий фактор. Это означает, что любой полином, синтезированный как фрагмент (4) является линейным по параметрам A, но в общем случае существенно нелинейным по множеству факторов $K(x_i)$, т. е. по входу.

Для целей нашего исследования выберем фрагмент полинома (4), в котором примем $a_0 = 0$ (при нулевых значениях характеристик $k_j(x_i)$ "полезность" любой альтернативы равна нулю) и ограничимся учетом членов только первого порядка. Как показали компьютерные эксперименты [2], использование простейшей аддитивной модели является в данном случае оправданным из-за ограниченного объема информации полученной в ходе наблюдения за поведением эксперта при выборе альтернатив. Однако это не исключает использования более сложных моделей с членами второго, третьего и более высоких порядков, учитывающих взаимовлияние частных характеристик, в случае, если удается получить больше информации от эксперта. Это возможно при проведении более детальных исследований, таких как непосредственные опросы и различные анкетирования (активных экспериментов).

Таким образом, значения a_j и $P(x_i)$ будем определять в рамках фрагмента полинома (4), вида

$$P(x_i)=\sum_{j=1}^{m} a_j k_j^H(x_i) \qquad (5)$$

где $K^H(x_i)=\left\langle k_1^H(x_i), k_2^H(x_i),...,k_m^H(x_i)\right\rangle$ – нормированные значения частных характеристик альтернатив; a_j – безразмерные коэффициенты относительной важности нормированных частных характеристик $k_j^H(x_i)$, которые удовлетворяют условиям

$$a_j \in [0,1],\ j=\overline{1,m};\ \sum_{j=1}^{m} a_j = 1. \qquad (6)$$

Нормирование частных характеристик необходимо, так как, в общем случае, они имеют различные размерность, интервал изменений и направление доминирования. Это нормирование можно осуществить следующим образом:

$$k_j^H(x_i)=\frac{k_j(x_i)-k_j^-(x_i)}{k_j^+(x_i)-k_j^-(x_i)},\ j=\overline{1,m},\ i=\overline{1,n}, \qquad (7)$$

где $k_j(x_i)$ – действительное (абсолютное) значение j-й частной характеристики; $k_j^-(x_i)$ и $k_j^+(x_i)$ – соответственно ее "наихудшее" и "наилучшее" значения.

Тогда с учетом (5) и (7) система неравенств (3) примет вид:

$$P(x_i)-P(x_s)\equiv\left(\sum_{j=1}^{m} a_j k_j^H(x_i)\right)-\left(\sum_{j=1}^{m} a_j k_j^H(x_s)\right)<0,\ x_s, x_i \in X,\ i=\overline{1,n},\ s\neq i \qquad (8)$$

или

$$\sum_{j=1}^{m} a_j\left[k_j^H(x_i)-k_j^H(x_s)\right]<0,\ x_s, x_i \in X,\ i=\overline{1,n},\ s\neq i, \qquad (9)$$

где a_j, $j=\overline{1,m}$ удовлетворяют условиям (6).

Система линейных неравенств (9) определяет выпуклый многогранник на гиперплоскости (6) любая точка которого является допустимым решением. Следовательно, задача определения коэффициентов относительной важности частных характеристик a_j является некорректной по Тихонову, так как в исходном виде не имеет единственного решения. Для получения такого решения исходную задачу необходимо регуляризировать [4] путем дополнения ее некоторыми регуляризирующими соотношениями.

В связи с отсутствием информации, позволяющей выдвинуть объективную гипотезу, определяющую вид регуляризирующей функции, в качестве рабочей примем эвристическую гипотезу, что точечная оценка параметров модели многофакторного оценивания должна находиться в центральной области многогранника допустимых значений коэффициентов, определяемых системой неравенств (6) и (9).

Для регуляризации задачи, в качестве единственного решения предлагается выбрать чебышевскую точку [5] для системы неравенств (6) и (9). Экспериментальная проверка показала, что данное решение обладает высокой устойчивостью.

Чебышевская точка, по сути, представляет собой точку, находящуюся внутри области допустимых значений Ω кортежа $\grave{A}$ (для совместной системы линейных ограничений). Эта точка равно уклонена на некоторую величину $L<0$ от $n+1$, гиперплоскостей, ограничивающий n-мерный симплекс и уклоняется не более чем на L от остальных $m-n-1$ гиперплоскостей, где n – число переменных, а m – количество неравенств системы ограничений.

Поскольку все ограничения, входящие в систему (6), (9) являются линейными, задачу определения чебышевской точки можно свести к задаче линейного программирования [5]. Это можно сделать следующим образом. Введем в каждое из неравенств (6), (9) дополнительную переменную L, предварительно заменив знаки "<" и ">" на "$\leq$" и "$\geq$". Тогда в общем случае получим

$$\sum_{j=1}^{m} a_j\left[k_j^H(x_1)-k_j^H(x_s)\right]\leq L \qquad (10)$$

. . . .

$$\sum_{j=1}^{m} a_j \left[k_j^H(x_n) - k_j^H(x_s)\right] \le L$$

$$a_j + L \ge 0,\ j = \overline{1,m};$$

$$\sum_{j=1}^{m} a_j = 1 \quad (11)$$

Значение переменной L определяет уклонение любой точки $A \in \Omega$ от границы полупространства, определяемого неравенствами (10). В работе [5] показано, что в этом случае определение чебышевской точки сводится к отысканию

$$A^* = \underset{A \in \Omega}{\arg\min} L \quad (12)$$

где область Ω определяется ограничениями (10) и (11).

Значение переменной L в (10) – (12) определяет максимальное уклонение решения A^* от границ допустимой области. Поэтому оно характеризует: "грубость" решения, т. е. степень его устойчивости к изменению $k_j^H(x_i)$, $j = \overline{1,m}$, $i = \overline{1,n}$, величину области возможных значений A, а также степень неопределенности принятого точечного значения кортежа A.

Кроме того, в [5] показано, что система ограничений (10) и (11), определяющих допустимое множество A, совместна только в том случае, если $L \le 0$. В случае $L > 0$ система несовместна, A^* представляет собой чебышевское приближение (решений нет!), а L является минимальным уклонением точки A^* от всех неравенств. Таким образом, знак переменной L может быть использован для определения корректности суждений эксперта.

В результате описанных выше действий мы получаем точечные значения кортежа «весовых коэффициентов» частных характеристик альтернатив A, а также относительных многофакторных оценок альтернатив $P(x_i)$, $i = \overline{1,n}$, вычисленных на основании A. Это позволяет провести ранжирование альтернатив исходя из их значимости для каждого эксперта.

Следующим этапом является определение степени компетентности и согласованности мнений экспертов, например с помощью различных коэффициентов конкордации [6], и агрегация экспертных суждений на основе различных процедур [6]. Однако этот этап не рассматривается в рамках данной статьи.

ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ ПРЕДЛОЖЕННОГО МЕТОДА

Для иллюстрации работоспособности предлагаемого метода рассмотрим следующий абстрактный пример.

Пусть имеется пять альтернативных вариантов решения проблемы, каждый из которых характеризуется четырьмя частными характеристиками. Значения нормализованных частных характеристик $K^H(x_i) = \left\langle k_j^H(x_i) \right\rangle$, $j = \overline{1,4}$ альтернатив $X = \{x_i\}$, $i = \overline{1,5}$ были получены с помощью датчика случайных чисел. Все эти данные представлены в табл. 1.

Таблица 1

Альтернатива	$k_1^H(x_i)$	$k_2^H(x_i)$	$k_3^H(x_i)$	$k_4^H(x_i)$	$P^*(x_i)$	Ранг альтернативы
x_1	0,00	1,00	0,46	0,56	***0,5320***	***3***
x_2	0,69	0,74	0,53	0,00	***0,5333***	***2***
x_3	0,50	0,65	0,00	0,82	***0,6023***	***1***
x_4	0,39	0,27	1,00	1,00	***0,5286***	***4***
x_5	1,00	0,00	0,71	0,46	***0,4830***	***5***

В ходе наблюдения за экспертом была получена информация о выборе им "наилучшей" альтернативы – например, x_3.

Функции полезности альтернатив (5) в данной ситуации будут выглядеть следующим образом:

$$P(x_i) = a_1 k_1^H(x_i) + \\ + a_2 k_2^H(x_i) + a_3 k_3^H(x_i) + a_4 k_4^H(x_i)', \quad i = \overline{1,5}, \quad (13)$$

где a_j, $j = \overline{1,m}$ удовлетворяют условиям (6).

Таким образом, можно сделать вывод, что

$$x_3 \succ \{x_1, x_2, x_4, x_5\}. \quad (14)$$

В соответствии с (8) получим следующую систему линейных неравенств:

$$\begin{cases} P(x_1) - P(x_3) < 0 \\ P(x_2) - P(x_3) < 0 \\ P(x_4) - P(x_3) < 0 \\ P(x_5) - P(x_3) < 0 \end{cases} \tag{15}$$

Для системы неравенств (15) находим чебышевскую точку в соответствии с (10) – (12), т. е. значения $A^* = \langle a_j^* \rangle$, $j = \overline{1,4}$. Все вычисления проводились с использованием программного средства Mathcad v.14.0. Были получены следующие значения: $A^* = \langle 0{,}33; 0{,}37; 0{,}06; 0{,}24 \rangle$, $L = -0.06$. Далее, в соответствии с найденными значениями $\langle a_j^* \rangle$, $j = \overline{1,4}$, по формуле (13) вычислим модельные значения функции полезности для каждой из альтернатив $x_i \in X$, т. е. $P^*(x_i)$, $i = \overline{1,5}$. Результаты этих расчетов приведены в таблице 1. Таким образом, мы получили относительные обобщенные скалярные оценки альтернатив, на основании которых можно произвести их ранжирование по убыванию полезности.

Аналогичные расчеты проводим и с использованием данных о выборах альтернатив другими экспертами. Затем проводим агрегацию полученных ранжировок для всех экспертов, используя известные общепринятые процедуры [6].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следует отметить, что ограниченный объем информации, полученной от эксперта в ходе наблюдения за его поведением при выборе альтернативы существенно снижает возможность получения адекватных относительных оценок полезности всех представленных альтернатив. Методы агрегации оценок экспертов, также привносят свою ″погрешность″ в ходе определения ″лучшей″ и последующего ранжирования всего множества представленных альтернатив. Поэтому имеет смысл проводить многоэтапные процедуры оценивания альтернатив (активные эксперименты) с целью получения дополнительной информации о предпочтительности представленных альтернатив. Это может быть сделано в форме предложения эксперту выбрать не только лучшую, но и указать частичное или полное ранжирование на всем множестве альтернатив или дать эксперту возможность скорректировать результат полученный на первом этапе (в ходе пассивного эксперимента). Полученную, таким образом дополнительную информацию можно формализовать в виде неравенств аналогичных (3) и добавить в систему ограничений (15).

Результаты компьютерных экспериментов представленные в [2] показали, что с ростом объема информации полученной от эксперта существенно повышается адекватность разработанной модели экспертного оценивания.

При проведении дальнейших исследований целесообразно также разработать модели оценивания, которые позволяли бы учитывать информацию полученную от экспертов в виде нечетких суждений либо в интервальной форме. Для этого можно использовать соответственно аппараты нечеткой и интервальной математики.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Kosyakov U.B. Moy mozg. Stroenie, principy raboty, modelirovanie /U.B. Kosyakov //Seriya knig «Sistemy i problemy upravleniya». – M.: SINTEG, 2004. – 162 s.
2. Petrov K.E. Komparatornaya stukturno-parametricheskaya identifikaciya modeley skalyarnogo mnogofaktornogo otsenivaniya /K.E. Petrov, V.V. Kruchkovsky. – Kherson: Oldi-plus, 2009. – 294 s.
3. Kolmogorov A.N. O predstavlenii neprepyvnyh funktsiy neskolkih peremennyh v vide superpozitsiy nepreryvnyh funktsiy odnogo peremennogo i slozheniya /A.N. Kolmogorov //Doklady AN SSSR. – 1957. – T.5 (114). – S.953-956.
4. Arsenin V.Ya. Nekorektnye zadachi /Matematicheskaya entsiklopediya /V.Ya. Arsenin, A.N. Tichonov. – M.: Sovetskaya entsiklopediya, 1982. – T.3. – C.930-935.
5. Zuhovitsky S.I. Lineynoe i vypukloe programmirovanie /S.I. Zuhovitsky, L.I. Avdeeva. – M.: Nauka, 1967. – 460 s.
6. Kruchkovsky V.V. Introspektivny analiz: metody i sredstva ekspertnogo otsenivaniya /V.V. Kruchkovsky, E.G. Petrov, N.A. Sokolova, V.E. Hodakov. – Kherson: Izdatelstvo Grin D.S., 2011. – 169 s.

Рецензент: *д.т.н., проф. Удовенко С.Г., Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.*