ПОСТРОЕНИЕ ДЕСКРИПЦИОННОЙ ЛОГИКИ НА ОСНОВЕ РЕШЕТКИ ЗНАЧЕНИЙ ИСТИННОСТИ И ПРОЦЕДУРЫ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА

УДК 004.986

ШЕРСТЮК Владимир Григорьевич
к.т.н., доцент кафедры информационных технологий Херсонского национального технического университета.
Научные интересы: методы и модели поддержки принятия решений реального времени, принятие решений на основе прецедентов, мультиагентные системы, комбинированные логические системы представления знаний.
e-mail: v_sherstyuk@bigmir.net

ВВЕДЕНИЕ

Динамические сценарно-прецедентные системы (ДСПС) предназначены для решения трудноформализуемых задач в слабоструктурированных предметных областях, вследствие чего функционируют в условиях неполной и неточной исходной информации, а также дефицита времени [1]. Процесс поиска уместных решений, как правило, строится на основе достаточно сложных структур данных. Так, в [2] предложено использовать формализм правдоподобных древовидных сетей событий, основанный на использовании ориентированного связного мультиграфа $\mathfrak{g}=\langle\mathfrak{v},\mathfrak{e}\rangle$, не содержащего циклов, где $\mathfrak{v}$ — непустое множество вершин, а $\mathfrak{e}$ — непустое множество дуг, состоящее из подмножеств $\mathfrak{e}=\mathfrak{e}_{\rhd_1}\cup\mathfrak{e}_{\rhd_2}\cup\ldots\cup\mathfrak{e}_{\rhd_n}$, отображающих определенные отношения $\mathfrak{w}_{\rhd_1},\mathfrak{w}_{\rhd_2},\ldots\mathfrak{w}_{\rhd_n}\in\mathfrak{W}$, заданные на $\mathfrak{v}$.

Древовидная сеть событий представляется структурой вида $\langle\mathfrak{g},\mathfrak{f},\mathfrak{k},\{\rhd_i\},\mathfrak{t}\rangle$, где $\mathfrak{g}$ — ациклический связный мультиграф; $\mathfrak{f}:\mathfrak{r}\to S$ — отображение каждого концевого узла в некоторое событие ψ; $\mathfrak{k}:\mathfrak{v}\to 2^X$ — отображение каждого узла из $\mathfrak{v}$ в множество параметров и ограничений X; $\mathfrak{t}:\mathfrak{v}\to T$ — отображение каждого узла из $\mathfrak{v}$ на множество значений времени T; $\{\rhd_i\}$ — множество отношений частичного порядка $\rhd_i$ на $\mathfrak{v}$, каждое из которых индуцировано отношением $\mathfrak{w}_{\rhd_i}$ и выражается подмножеством дуг $\mathrm{e}_{>_i}$.

Учет факторов неполноты и неточности требует дополнения древовидной сети событий моделью правдоподобия $\boldsymbol{\mu}$, позволяющей приписать всякой дуге сети оценку (доверия, возможности, вероятности) l_i, выражающую степень наличия отношения $\mathfrak{w}_{\lhd_i}$ между двумя узлами сети, соединяемыми данной дугой. В [2] предложено использовать модель правдоподобия, построенную над алгебраическим полукольцом P.

Тогда *правдоподобная древовидная сеть событий* (ПДСС) $\mathfrak{G}$ может быть представлена как структура $\mathrm{G}=\langle\mathrm{g},\mathrm{f},\mathrm{k},\mu,\{>_\mathrm{i},\mathrm{f}_\mathrm{i}\}\rangle$, где $\mathfrak{g}$, $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{k}$, $\{\rhd_i\}$ - древовидная сеть; $\boldsymbol{\mu}$ — модель правдоподобия; $\phi_i:\mathfrak{e}_j\xrightarrow{l_j}\ell$ — отображение, помечающее каждую дугу $\mathfrak{e}_j\in\mathfrak{e}_{\rhd_i}$ оценкой правдоподобия l_j на некоторой шкале $\ell\in\boldsymbol{\mu}$. На множестве ПДСС $\{\mathfrak{G}_1,\mathfrak{G}_2,\ldots\mathfrak{G}_k,\ldots\mathfrak{G}_m\}$ уровней $k=1,2,\ldots m$, наложенных друг на друга таким образом, что узлы и дуги ПДСС нижнего уровня зависят от оценок правдоподобия, связанных с узлами ПДСС верхнего уровня, может быть построена *правдоподобная древовидная многоуровневая сеть событий* (ПДМСС) $\mathfrak{G}^*=\langle\{\mathfrak{G}_1,\ldots\mathfrak{G}_j,\ldots\mathfrak{G}_m\},\boldsymbol{\mu}^*,\mathcal{e}\rangle$, где $\mathcal{e}$ — множество всех дуг, соединяющих узлы и вершины i-го и j-го уровней ПДМСС; $\varphi_{ij} : \mathcal{e}_{ij} \xrightarrow{l_{ij}} \ell$ – отображение, помечающее каждую дугу из $\mathcal{e}_{ij} \in \mathcal{e}$ оценкой правдоподобия l_{ij} на шкале $\ell \in \boldsymbol{\mu}^{\star}$; $\boldsymbol{\mu}^{\star}$ – метамодель правдоподобия, $\boldsymbol{\mu}^{\star} = \boldsymbol{\mu}_1 \circ \boldsymbol{\mu}_2 \circ \ldots \circ \boldsymbol{\mu}_m$.

Формализм ПДМСС активно используется в ДСПС для накопления прецедентов и в процессе поиска уместных решений. В то же время, последующий процесс адаптации и верификации найденных решений требует представления знаний о предметной области на основе логических формализмов. Однако, дефицит времени на принятие решений предполагает разрешимость логических теорий и сравнительно низкую оценку вычислительной сложности. Известные классические и неклассические логики первого и более высоких порядков не могут быть использованы вследствие их неразрешимости, а обладающие свойством разрешимости пропозициональные логики не обладают адекватной выразительной способностью (отсутствие квантификации не позволяет пробегать все возможные варианты действий) [3].

Использование ПДМСС в качестве формализма для представления и поиска прецедентов ставит *актуальную задачу* разработки адекватного по возможностям логического формализма, используемого на различных этапах функционирования ДСПС для адаптации и верификации решений, в основе которого лежат разрешимая логическая теория и аналогичная $\boldsymbol{\mu}$ модель правдоподобия.

Цель статьи состоит в построении логического формализма, обладающего свойством разрешимости, учитывающего неполноту и неточность знаний о предметной области и имеющего небольшую вычислительную сложность, допускающую выполнение процедур вывода за конечное время.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дескрипционные логики (ДЛ) представляют собой компромисс между выразительностью и разрешимостью теории, поскольку сочетают в себе богатые выразительные возможности с относительно невысокой вычислительной сложностью логического вывода. ДЛ образуют семейство формализмов представления знаний, зародившееся как расширение фреймовых структур и семантических сетей механизмами формальной логики [4]. Доказано, что ДЛ являются фрагментом логики предикатов с двумя переменными, обладающей свойством разрешимости [5].

ДЛ оперируют понятиями «концепт» и «роль», которые являются инструментом представления знаний о предметной области и соответствуют понятиям множества (одноместного предиката) и бинарного отношения (двуместного предиката). ДЛ используются для описания интенсиональных знаний (описания классов объектов концептами, а отношений между ними – ролями), а также экстенсиональных знаний о конкретных объектах (индивидах), их свойствах и связях с другими объектами [6].

Простейшей ДЛ является логика $\mathcal{ALC}$. Существуют различные расширения $\mathcal{ALC}$ дополнительными конструкторами для построения концептов, ролей, а также дополнительными видами аксиом – т. наз. выразительные ДЛ [4]. Классификация выразительных расширений ДЛ представлена в [7]. Выразительные свойства ДЛ, однако, находятся в обратной зависимости от их вычислительных свойств, что ограничивает практическую применимость некоторых известных расширений.

Поскольку исходная информация ДСПС характеризуется неопределенностью различной природы, необходимо построить систему рассуждений с аксиомами и утверждениями, допускающими некоторую степень определенности (истинности). Известен ряд дополнений ДЛ до вероятностных [8], нечетких [9], приближенных [10] и нечетко-приближенных [11] ДЛ, для которых оценка уверенности в истинности утверждений и аксиом лежит на интервале $[0,1]$. Такие ДЛ достаточно удобны для представления знаний, имеющих количественную оценку неопределенности различной природы. В то же время, в рассматриваемой предметной области существует необходимость и качественной оценки неопределенности.

Одним из решений данной проблемы является построение решеточной ДЛ (РДЛ) $\mathcal{L}$, оценки истинности в которой заданы на некоторой абстрактной структуре, являющейся решеткой. Это позволит, с одной стороны, адаптировать качественные оценки неопределенности утверждений ДЛ, выраженные на интервале значений некоторого множества-носителя решетки (например, оценки могут лежать на интервале {ложно, скорее-ложно, неизвестно, скорее-истинно, истинно}) [12], а с другой стороны, интегрировать в рамках полученной РДЛ утверждения с неопределенностью различной природы [13].

ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕТКИ ИСТИННОСТИ

Зададим абстрактное многозначное множество-носитель значений истинности $\mathrm{M}=\{\upsilon_1,...\upsilon_n\}$. Пусть $\upsilon_1=\mathbf{0}$ — наименьший элемент M; $\upsilon_n=\mathbf{1}$ — наибольший элемент $\mathfrak{M}$. Допуская $\upsilon_{n-i}=\dfrac{n-i-1}{n-i}$, где n — положительное целое число, получим *многозначную* ДЛ [13].

Зададим бинарное отношение нестрогого частичного порядка $\preccurlyeq$ на множестве $\mathfrak{M}$, удовлетворяющее отношениям рефлексивности $\forall a \;\; (a\preccurlyeq a)$; транзитивности $\forall a,b,c \;\; (a\preccurlyeq b)\wedge(b\preccurlyeq c)\Rightarrow(a\preccurlyeq c)$ и антисимметричности $\forall a,b \;\; (a\preccurlyeq b)\wedge(b\preccurlyeq a)\Rightarrow(a=b)$.

Упорядочив с помощью $\preccurlyeq$ множество-носитель $\mathfrak{M}$, сформируем решетку $\mathfrak{L}=\langle\mathfrak{M},\preccurlyeq\rangle$.

Наличие порядка $\preccurlyeq$ индуцирует включение в структуру аддитивного $\oplus$ и мультипликативного $\otimes$ двоичных операторов, соответствующих объединению и пересечению линейно упорядоченных подмножеств частично упорядоченного множества $\mathfrak{M}$. На решетке $\mathfrak{L}$ операторы $\oplus$ и $\otimes$ $\forall a,b,c\in\mathfrak{M}$ обладают свойствами: аддитивной коммутативности $(a\oplus b)=(b\oplus a)$; аддитивной ассоциативности $a\oplus(b\oplus c)=(a\oplus b)\oplus c$; мультипликативной ассоциативности $a\otimes(b\otimes c)=(a\otimes b)\otimes c$; левой дистрибутивности $a\otimes(b\oplus c)=(a\otimes b)\oplus(a\otimes c)$; правой дистрибутивности $(b\oplus c)\otimes a=(b\otimes a)\oplus(c\otimes a)$, а также удовлетворяют закону поглощения $a\oplus(a\otimes b)=a=a\otimes(a\oplus b)$.

Тогда порядок $\preccurlyeq$ на $\mathfrak{M}$ определяется как $a\preccurlyeq b \;\leftrightarrow(a\otimes b){=}a \;\; \forall a,b\in\mathfrak{M}$.

Поскольку абстрактное множество $\mathfrak{M}$ конечно, а также имеет заданные минимальный (**0**) и максимальный (**1**) элементы, $\mathfrak{L}$ является *ограниченной дистрибутивной решеткой*, в которой для любого линейно упорядоченного подмножества $\mathfrak{I}\subseteq\mathfrak{M}$ определены *инфимум* $(\otimes_{a\in\mathfrak{I}}a)$ и *супремум* $(\oplus_{a\in\mathfrak{I}}a)$, при этом $\mathbf{0}=\inf(\mathfrak{M})$ и $\mathbf{1}=\sup(\mathfrak{M})$.

Расширим $\mathfrak{L}$ унарной операцией дополнения 0, обладающей свойством инволютивности $0\,(0\,a)=a$ и удовлетворяющей законам Де Моргана $\forall a,b\in\mathfrak{M}$ $0\,(a\oplus b)=(0\,a)\otimes(0\,b)$, $0\,(a\otimes b)=(0\,a)\oplus(0\,b)$. Поскольку операция 0 немонотонно биективна относительно $\preccurlyeq$, решетка $\mathfrak{L}$ представляет собой произвольную ограниченную конечную решетку Де Моргана (рис. 1), являющуюся обобщением логических операций $(\wedge,\vee,\neg)$.

Элементы решетки $\mathfrak{L}$ определяют оценки уверенности в истинности утверждений РДЛ на интервале $[\mathbf{0},\mathbf{1}]$, при этом оценка «**0**» соответствует понятию «ложь», оценка «**1**» соответствует понятию «истина», остальные оценки упорядочены в промежутке между «**0**» и «**1**» по $\preccurlyeq$, причем $a\preccurlyeq b$ означает, что b ближе к истине, чем a. Наличие в $\mathfrak{L}$ аддитивного оператора $\oplus$ позволяет оценить уверенность в истинности утверждений, содержащих дизъюнкции концептов, мультипликативного оператора $\otimes$ — утверждений, содержащих конъюнкции концептов, а негативного оператора 0 — дополнений до концептов.

Заметим, что структура решетки $\mathfrak{L}$ соответствует структуре частично упорядоченного полукольца P, представляющего собой ограниченную дистрибутивную решетку, не замкнутую относительно объединения, и является ее абстракцией. Таким образом, построенная на решетке $\mathfrak{L}$ правдоподобная РДЛ является комплементарной формализму ПДСС и имеет эквивалентную выразительную мощность.

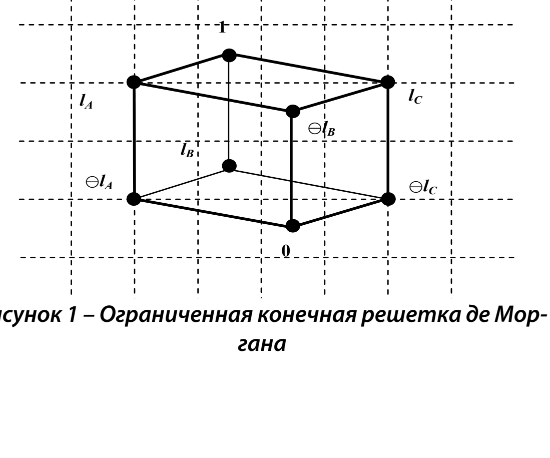

Рисунок 1 – Ограниченная конечная решетка де Моргана

Решетка $\mathfrak{L}$ может быть построена и над отношением совершенного порядка $\preceq$, при этом любые два элемента $\mathfrak{M}$ будут упорядочены относительно $\preceq$, а $\mathfrak{M}$ - линейно упорядоченным множеством. Элементы решетки могут трактоваться как подструктуры: если всякий элемент $\mathfrak{M}$ есть пара (a,b), в качестве решетки может быть использовано декартово произведение $\overline{\mathfrak{L}} = \mathfrak{L} \times \mathfrak{L}$, что дает возможность определять парные оценки утверждений вида «необходимость-возможность» или «доверие-сомнение» [14].

ОПИСАНИЕ СИНТАКСИСА РДЛ

Описание синтаксиса РДЛ $\mathcal{L}$ включает определение атомарных символов (концептов, ролей, индивидов) и множества конструкторов, с помощью которых из атомарных символов строятся составные концепты и роли. Пусть $CN = \{A_1 \ldots A_m\}$ — конечное непустое множество *атомарных концептов* (называемых также *именами концептов*), $RN = \{R_1, \ldots R_n\}$ — конечное непустое множество *атомарных ролей* (называемых также *именами ролей*), $IN = \{a_1, \ldots a_k\}$ — конечное непустое множество *имен индивидов*.

Множество концептов $\mathcal{C}$ задается индуктивно: символы Z и Ж — концепты (соответственно *истина* и *ложь*); всякий атомарный концепт A является концептом; если C — концепт, то $\neg C$ — также концепт (*дополнение* концепта C); если C и D — концепты, выражения C6D и C7D — также концепты (соответственно *пересечение* и *объединение* концептов C и D);

если C — концепт, а R — роль, то выражения $\exists R.C$ и $\forall R.C$ — концепты (соответственно *экзистенциальное* и *универсальное* ограничение); если R — роль, а n¦ 0 — натуральное число, то выражения $=nR$, $<nR$, $>nR$, ¦ nR, ųnR — концепты (*ограничение кардинальности* роли); никакие другие выражения не являются концептами.

Множество *ролей* $\mathfrak{R}$ также задается индуктивно:

всякая атомарная роль $R_A \in RN$ есть роль; если R — роль, то R^-, $\neg R$ — также роли (соответственно *обращение* и *отрицание* роли R).

Введем нерефлексивное транзитивное отношение частичного порядка $\preccurlyeq_R$ на множестве $\mathfrak{R}$, такое что $R_1 \preccurlyeq_R R_2 \Leftrightarrow R_2^- \preccurlyeq_R R_1$. *Цепочкой ролей* ω представляет собой конечную строку имен ролей вида R или $R_1 R_2 \ldots R_n$, такая что $R_i \preccurlyeq_R R_{i+1} \quad \forall i = 1..n$. Обозначим мощность некоторого множества B как $|B|$ и введем обозначение множества символов ограничений | $= \{<, >, =,$ų$,$¦$\}$. Введем оценку уверенности в истинности высказываний $\mathcal{L}$ как отображение вида $\ell : \varrho \xrightarrow{l} \mathfrak{L}$, где $\varrho \in \{\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\rho}\}$.

Ограничителем уверенности назовем необязательное выражение вида | l, где l — степень уверенности в истинности высказывания, $l \in \mathfrak{L}$. Выражение вида $\triangleright\, l$ является *позитивным* ограничением, выражение вида $\triangleleft\, l$ — *негативным* ограничением.

Если утверждение не содержит ограничитель уверенности, степень уверенности в истинности высказывания предполагается равной $\sup(\mathfrak{M}) = \mathbf{1}$, т.е. высказывание считается достоверным.

Ролевая аксиома $\boldsymbol{\rho}$ представляет собой выражение вложения ролей вида ωb $R[$| $l]$, где R — произвольная роль, ω — производная цепочка ролей, | l — необязательный ограничитель уверенности (аксиома вложения ролей *R1*β*R2* означает, что *R1* является *подролью R2*, а *R2* — *надролью R1*). *Иерархия ролей* $\mathcal{R}$ (*RBox*) представляет собой произвольное конечное множество ролевых аксиом, $\mathcal{R} = \{\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \ldots \boldsymbol{\rho}_k\}$.

Концептная аксиома $\boldsymbol{\sigma}$ представляет собой выражение одного из следующих типов (C и D — произвольные концепты, | l — необязательный ограничитель уверенности): эквивалентности концептов $C \equiv D[$| $l]$; включения концептов Cb $D[$| $l]$ (концепт C *включает* концепт D, или является более абстрактным, чем D); вложения концептов Ct $D[$| $l]$ (концепт C вложен в концепт D, или является более конкретным, чем D).

Выражение Cb $D \triangleleft l$ показывает, что концепт C вложен в концепт D с уверенностью не более l.

Введем нерефлексивное транзитивное отношение частичного порядка $\preccurlyeq_C$ на множестве $\mathcal{C}$, такое что $C_1 \preccurlyeq_C C_2 \Leftrightarrow \neg C_2 \preccurlyeq_C C_1$. Тогда *иерархия концептов* (*TBox*) $\mathcal{C}$ представляет собой произвольное конечное множество концептных аксиом $\mathcal{C}=\{\boldsymbol{\sigma}_1,\boldsymbol{\sigma}_2,\ldots\boldsymbol{\sigma}_m\}$, упорядоченное относительно $\preccurlyeq_{\mathcal{C}}$.

Интенсиональные знания формулируются в виде ролевых и терминологических аксиом, в то время как экстенсиональные знания — в виде фактов (утверждений об индивидах).

Факт ϕ представляет собой утверждение одного из следующих видов ($a,b \in IN$ — индивиды, C — произвольный концепт, R — роль, $|\ l$ — необязательный ограничитель уверенности): принадлежности индивида a концепту C ($a{:}C[|\ l]$); наличия между двумя индивидами двуместного отношения R ($(a,b){:}R[|\ l]$); отрицания наличия двуместного отношения R ($(a,b){:}\neg R[|\ l]$).

Утверждение вида $\phi \rhd l$ гласит, что степень уверенности в истинности ϕ превышает l. Соответственно, утверждение вида $\phi \lhd l$ гласит, что степень уверенности в истинности ϕ не превышает l.

Система фактов $\mathcal{A}$ (*ABox*) составляет конечное множество фактов $\mathcal{A}=\{\phi_1,\phi_2,\ldots\phi_l\}$.

Терминология (концептов и ролей) $\mathcal{T}$ задается парой $(\mathcal{R},\mathcal{C})$, где $\mathcal{R}$ — произвольная иерархия ролей, $\mathcal{C}$ — произвольная иерархия концептов. *База знаний* (БЗ) есть $\mathcal{K}=(\mathcal{T}\cup\mathcal{A})$, где $\mathcal{T}$ — произвольная терминология, $\mathcal{A}$ — произвольная система фактов.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СЕМАНТИКИ РДЛ

Семантика РДЛ $\mathcal{L}$ может быть задана с помощью интерпретации [4].

Интерпретация $\mathcal{I}$ на решетке $\mathfrak{L}$ представляет собой пару $\mathcal{I}=(\Delta^{\mathcal{I}},\cdot^{\mathcal{I}})$, состоящую из непустого множества $\Delta^{\mathcal{I}}$ - *области интерпретации*, и *интерпретирующей функции* $\cdot^{\mathcal{I}}$, сопоставляющей:

— каждому индивиду $a \in IN$ — элемент области интерпретации $a^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$;

— каждому атомарному концепту $A \in CN$ — произвольное подмножество $A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$;

— каждому концепту C — функцию $C^{\mathcal{I}}{:}\Delta^{\mathcal{I}} \to \mathfrak{L}$;

— каждой атомарной роли $R_A \in RN$ — произвольное подмножество $R_A{}^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$.

— каждой роли R — функцию $R^{\mathcal{I}}{:}\Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}} \to \mathfrak{L}$.

Если a и b — объекты области интерпретации, т.е. $a^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}}$, $b^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}}$, то $C^{\mathcal{I}}(a)$ возвращает степень уверенности в том, что объект a является экземпляром концепта C относительно интерпретации $\mathcal{I}$, а $(a,b){:}R^{\mathcal{I}}$ возвращает степень уверенности в том, что между объектами a и b в интерпретации $\mathcal{I}$ существует отношение R.

Индивид b является R*-последователем* индивида a, если пара индивидов (a,b) принадлежит интерпретации некоторой роли $R \in \mathcal{R}$, такой что $(a,b) \in R^{\mathcal{I}}$. Множество R-последователей индивида a определяется как $R^{\mathcal{I}}(a)=\{b \in \Delta^{\mathcal{I}} \,|\, \langle a,b\rangle \in R^{\mathcal{I}}\}$.

Интерпретирующая функция $\cdot^{\mathcal{I}}$ однозначно и индуктивно распространяется на множество всех концептов РДЛ $\mathcal{L}$ по правилам:

$$\text{Ж}^{\mathcal{I}}(a)=\mathbf{1};\ \text{З}^{\mathcal{I}}(a)=\mathbf{0};\ (\neg C)^{\mathcal{I}}(a)=0\,C^{\mathcal{I}}(a);\ (x_i\ /\ \ell_i)^{\mathcal{I}}(a)=\oplus_{i|a=o_i^{\mathcal{I}}}x_i;$$

$$(C\,6\,D)^{\mathcal{I}}(a)=C^{\mathcal{I}}(a)\otimes D^{\mathcal{I}}(a);\ (C\,7\,D)^{\mathcal{I}}(a)=C^{\mathcal{I}}(a)\oplus D^{\mathcal{I}}(a);$$

$$(\exists R.C)^{\mathcal{I}}(a)=\oplus_{b\in\Delta^{\mathcal{I}}}\{R^{\mathcal{I}}(a,b)\otimes C^{\mathcal{I}}(b)\};\ (\forall R.C)^{\mathcal{I}}(a)=\otimes_{b\in\Delta^{\mathcal{I}}}\{0\,R^{\mathcal{I}}(a,b)\oplus C^{\mathcal{I}}(b)\};$$

$$(\rhd\ nR)^{\mathcal{I}}(a)=\oplus_{b_1,\ldots b_n(b_i\in\Delta^{\mathcal{I}})}\otimes_{i=1}^{n}\{R^{\mathcal{I}}(a,b_i)\};\ (\lhd\ nR)^{\mathcal{I}}(a)=\otimes_{b_1,\ldots b_{n+1}(b_i\in\Delta^{\mathcal{I}})}\oplus_{i=1}^{n+1}\{0\,R^{\mathcal{I}}(a,b_i)|\ n\}.$$

Интерпретирующая функция $\cdot^{\mathcal{I}}$ однозначно и индуктивно распространяется на множество всех ролей БДЛ $\mathcal{L}$ по правилам $(R^{-})^{\mathcal{I}}(a,b)=R^{\mathcal{I}}(b,a)$, $(\neg R)^{\mathcal{I}}(a,b)=0\,R^{\mathcal{I}}(a,b)$

Определение 1. Концепт C *выполняется* относительно $\mathcal{T}$ ($\mathcal{T}\models_{\mathcal{I}} C$), если и только если существует интерпретация $\mathcal{I}$, такая что $C^{\mathcal{I}}(a)=l$, $l \in \mathfrak{M}$, $l>\mathbf{0}$.

В этом случае $\mathcal{I}$ называется *моделью концепта* C в $\mathcal{T}$.

Концепт C является l*-выполнимым*, если существует интерпретация $\mathcal{I}$, в которой $C^{\mathcal{I}}(a) \geq l$.

<u>*Определение 2*</u>. Концепты C и D *эквивалентны* в $\mathcal{T}$ ($\mathcal{T} \vDash C \equiv D$), если и только если в любой модели $\mathcal{I}$ терминологии $\mathcal{T}$ выполняется $\forall d \in \Delta^{\mathcal{I}}$ $C^{\mathcal{I}}(d) = D^{\mathcal{I}}(d)$.

<u>*Определение 3*</u>. Концепт C *вложен* в концепт D в $\mathcal{T}$ ($\mathcal{T} \vDash C \sqsubseteq D$), если и только если в любой модели $\mathcal{I}$ терминологии $\mathcal{T}$ выполняется $\forall d \in \Delta^{\mathcal{I}}$ $C^{\mathcal{I}}(d) \subseteq D^{\mathcal{I}}(d)$.

Степень вложения C в D определяется как $\otimes_{d\in\Delta^{\mathcal{I}}} C^{\mathcal{I}}(d) \Rightarrow D^{\mathcal{I}}(d)$.

<u>*Определение 4*</u>. Концепт C *включает* концепт D в $\mathcal{T}$ ($\mathcal{T} \vDash C \sqsupseteq D$), если и только если в любой модели $\mathcal{I}$ терминологии $\mathcal{T}$ выполняется $\forall d \in \Delta^{\mathcal{I}}$ $C^{\mathcal{I}}(d) \supseteq D^{\mathcal{I}}(d)$.

Аксиома $\boldsymbol{\sigma}$ ($\boldsymbol{\rho}$) l*-выполнима* в интерпретации $\mathcal{I}$, если существует интерпретация $\mathcal{I}$, такая что $\forall a \in \Delta^{\mathcal{I}}$ $\boldsymbol{\sigma}^{\mathcal{I}}(a) \geq l$ $\left(\boldsymbol{\rho}^{\mathcal{I}}(a) \geq l\right)$. Аксиома $\boldsymbol{\sigma}$ ($\boldsymbol{\rho}$) l*-следует* из $\mathcal{T}$ ($\mathcal{T} \vDash_l \boldsymbol{\sigma}, \mathcal{T} \vDash_l \boldsymbol{\rho}$), если и только если $\boldsymbol{\sigma}$ ($\boldsymbol{\rho}$) l-выполнима в любой модели $\mathcal{T}$.

Высказывание ϕ l*-выполнимо* в интерпретации $\mathcal{I}$ ($\mathcal{I} \vDash \phi$), если и только если в $\mathcal{I}$ для каждого $a{:}C| \ l$ имеет место $C^{\mathcal{I}}\left(a^{\mathcal{I}}\right)| \ l$; для каждого $(a,b){:}R| \ l$ имеет место $R^{\mathcal{I}}\left(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}\right)| \ l$; а для каждого $(a,b){:}\neg R| \ l$ имеет место $\neg R^{\mathcal{I}}\left(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}\right)| \ l$.

Интерпретация $\mathcal{I}$ является *моделью системы фактов* степени l для $\mathcal{A}$, если в $\mathcal{I}$ l-выполнимы все высказывания из $\mathcal{A}$. Система фактов $\mathcal{A}$ является *совместимой* с терминологией $\mathcal{T}$, если и только если $\mathcal{A}$ имеет модель, одновременно являющуюся моделью и для $\mathcal{T}$.

Интерпретация $\mathcal{I}$ является *моделью терминологии* $\mathcal{T}$ степени l ($\mathcal{I} \vDash_l \mathcal{T}$), если в $\mathcal{I}$ l-выполнимы все аксиомы из $\mathcal{T}$. Терминология $\mathcal{T}$ l*-выполнима*, если она имеет модель степени l.

Интерпретация $\mathcal{I}$ представляет собой *модель степени* l *БЗ* $\mathcal{K}$ ($\mathcal{I} \vDash_l \mathcal{K}$), если $\mathcal{I}$ является моделью степени l одновременно для $\mathcal{T}$ и $\mathcal{A}$. БЗ $\mathcal{K}$ l*-выполнима*, если она имеет модель степени l.

Высказывание ϕ l*-следует* из $\mathcal{K}$ ($\mathcal{K} \vDash_l \phi$), если ϕ выполнимо в любой модели $\mathcal{I}$ БЗ $\mathcal{K}$ так, что $l = \oplus\{r \mid \mathcal{K} \vDash_l \phi \geq r\}$. БЗ $\mathcal{K}$ l*-выполнима*, если для $\mathcal{K}$ существует модель $\mathcal{I}$, такая что $\mathcal{I} \vDash_l \mathcal{K}$.

АЛГОРИТМ И ПРОЦЕДУРА ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА В РДЛ

Поскольку в ДЛ отсутствует понятие исчисления, для РДЛ $\mathcal{L}$ необходимо построить алгоритм, проверяющий истинность аксиом и выполнимость концептов.

Основной проблемой логического вывода в ДЛ является проблема проверки выполнимости концептов (остальные логические проблемы вывода могут быть сведены к данной [15], причем вложенность концепта $C \sqsubseteq D$ эквивалентна невыполнимости концепта C [16].

Пусть требуется построить алгоритм $\mathfrak{A}$, проверяющий вложение заданных концептов $C \sqsubseteq D$ относительно заданной терминологии $\mathcal{T}$, где C, D, $\mathcal{T}$ сформулированы на языке $\mathcal{L}$ ($\mathcal{T} \vDash C \sqsubseteq D$). Пусть алгоритм $\mathfrak{A}$ работает за конечное время и выдает двоичный ответ – 0 или 1, а результат выполнения алгоритма $\mathfrak{A}$ на входных данных (C, D, $\mathcal{T}$) записывается как $\mathfrak{A}(C, D, \mathcal{T})$.

Алгоритм $\mathfrak{A}$ проверки вложения концептов:

– является корректным, если для любых C, D, $\mathcal{T}$ из $\mathfrak{A}(C, D, \mathcal{T}) = 1$ следует $\mathcal{T} \vDash C \sqsubseteq D$;

– является полным, если для любых C, D, $\mathcal{T}$ из $\mathcal{T} \vDash C \sqsubseteq D$ следует $\mathfrak{A}(C, D, \mathcal{T}) = 1$.

<u>*Определение 5*</u>. Алгоритм $\mathfrak{A}$ является *разрешающей процедурой* для проблемы выполнимости концептов C относительно терминологии $\mathcal{T}$ в РДЛ $\mathcal{L}$, если и только если он обладает свойствами корректности и полноты; при этом выполняется условие *завершаемости*: для любых (C, D, $\mathcal{T}$) алгоритм $\mathfrak{A}$ выдает ответ $\mathfrak{A}(C, D, \mathcal{T})$ за конечное время.

Существование алгоритма $\mathfrak{A}$, удовлетворяющего условиям определения 5, подтверждает наличие у ДЛ свойства разрешимости.

Пусть C и D – концепты, $\mathcal{T}$ – терминология, $l \in \mathfrak{L}$ – степень уверенности, ограниченная оценкой на решетке $\mathfrak{L}$. Для всякой аксиомы $C \sqsubseteq D \triangleright l \in \mathcal{T}$ в соответствии с определением 3

$\otimes_{a\in\Delta^{\mathcal{I}}} C^{\mathcal{I}}(a) \Rightarrow D^{\mathcal{I}}(a) \nmid l$. Тогда концепт C являет-ся l-выполнимым относительно $\mathcal{T}$, если существует такая модель $\mathcal{I}$ терминологии $\mathcal{T}$, что $\otimes_{a\in\Delta^{\mathcal{I}}} C^{\mathcal{I}}(a) \nmid l$.

<u>Определение 6</u>. *Наивысшей степенью выполнимости* концепта C относительно $\mathcal{T}$ называется наибольшее значение $l \in \mathfrak{L}$, такое, что концепт C l-выполним относительно $\mathcal{T}$.

<u>Определение 7</u>. *Наивысшей степенью вложения* концептов C и D называется наибольшее значение $l \in \mathfrak{L}$, такое, что C является l-вложенным в концепт D относительно $\mathcal{T}$.

Исходя из свойств компактности, конечности и ограниченности решетки $\mathfrak{L}$, получаем следующее.

<u>Определение 8</u>. $l \in \mathfrak{L}$ называется *наивысшей степенью выполнимости* для концепта $C \sqcap \neg D$, если и только если наивысшая степень вложения концептов C и D составляет $0\ l$.

<u>Определение 9</u>. Концепт C называется *строго l-выполнимым* относительно $\mathcal{T}$, если существует модель $\mathcal{I}$ терминологии $\mathcal{T}$ и существует такой $a \in \Delta^{\mathcal{I}}$, что $C^{\mathcal{I}}(a) > l$.

Свойство строгой l-выполнимости концепта C устанавливает для $\Delta^{\mathcal{I}}$ ограничение существования *по меньшей мере одного* индивида $a \in \Delta^{\mathcal{I}}$, принадлежащего описанию концепта, для которого $C^{\mathcal{I}}(a) > l$. Свойство l-выполнимости не налагает ограничений на $\Delta^{\mathcal{I}}$, поэтому индивидов, принадлежащих заданному концепту C с уверенностью $\geq l$, может и не существовать. Из определения 9, наличие свойства строгой l-выполнимости концепта C влечет наличие более слабого свойства l-выполнимости данного концепта.

Тогда l-выполнимость концепта C может быть редуцирована до строгой l-выполнимости C. Наивысшая степень $\boldsymbol{l}$ выполнимости C относительно $\mathcal{T}$ определяется как супремум всех l таких, что C строго l-выполним $\boldsymbol{l} = \oplus\{l \mid C^{\mathcal{I}_{\mathfrak{L}}}(a) \ > l\}$.

Определить, является ли концепт C l-выполнимым, можно, сравнивая l с наивысшей степенью выполнимости $\boldsymbol{l}$ для данного концепта C. Рассмотрим данную задачу с точки зрения построения алгоритма, позволяющего выполнять логический вывод в РДЛ с использованием ПДСС.

Предположим, что проблема *выполнимости концепта* C в терминологии $\mathcal{T}$ может быть решена с помощью *интерпретирующего автомата* $\mathfrak{A}$, находящего все элементы $\upsilon_1,\ldots\upsilon_l$ решетки $\mathfrak{L}$, которые являются основанием для вывода о существовании строгой l-выполнимости концепта C.

Пусть задано $\alpha \in \mathbb{N}$. Модель $\mathcal{I}$ терминологии $\mathcal{T}$ является *α-ограниченной*, если для всякого $a \in \Delta^{\mathcal{I}}$ и всякого концепта вида $\exists r.C$ или $\forall r.C$ существует ровно α элементов $\{a_1,\ldots a_\alpha\} \in \Delta^{\mathcal{I}}$, таких что $(\exists r.C)^{\mathcal{I}}(a) = \bigoplus_{i=1}^{\alpha} r^{\mathcal{I}}(a,a_i) \otimes C^{\mathcal{I}}(a_i)$, $(\forall r.C)^{\mathcal{I}}(a) = \bigotimes_{i=1}^{\alpha} \neg r^{\mathcal{I}}(a,a_i) \oplus C^{\mathcal{I}}(a_i)$.

В частности, для $\alpha = 1$ супремум и инфимум в (6) приобретают максимальное и минимальное значение, а модель $\mathcal{I}$ называется *обоснованной*.

<u>Определение 10</u>. Решетка $\mathfrak{L}$ называется *α-компактной*, если для всех $A \subseteq \mathfrak{L}$ существует некоторое подмножество $B \subseteq A$ с кардинальным числом $|B| = \alpha$, такое что $\oplus B = \oplus A$.

Наименьшее значение α, при котором решетка $\mathfrak{L}$ сохраняет свойство α-компактности, составляет *степень компактности* решетки $\mathfrak{L}$, в то время как *ширина $\varpi_{\mathfrak{L}}$ решетки* $\mathfrak{L}$ есть кардинальное число наидлиннейшей антицепи в $\mathfrak{L}$. Конечная дистрибутивная решетка $\mathfrak{L}$, имеющая ширину $\varpi_{\mathfrak{L}} = \alpha$, является α-компактной, и поэтому обладает α-ограниченной древовидной моделью – ПДСС $\mathfrak{G}$.

Разработаем процедуру проверки строгой l-выполнимости концепта относительно α-ограниченных моделей, заключающуюся в проверке опустошения конечного интерпретирующего автомата, работающего с бесконечными ПДСС, представляющими множество моделей интерпретации РДЛ.

Зададим интерпретирующий автомат $\mathfrak{A}$. Входной информацией для него является k-арная ПДМСС $\mathfrak{G}^*$ для $\mathfrak{G} = \{1,\ldots k\}$, где $k \in \mathbb{N}$. Расположение узлов ПДМСС $\mathfrak{G}^*$ соответствует появлению входов в $\mathfrak{G}^*$: всякий пустой вход ε представляет корневую вершину $\mathfrak{h}$ ПДСС, а ui представляет собой путь от некоторого узла u к его i-му последователю.

Интерпретирующий автомат $\mathfrak{A}$ представляет собой кортеж $\langle \mathfrak{q}, \mathfrak{i}, \mathfrak{d} \rangle$, состоящий из конечного множества состояний $\mathfrak{q}$, множества начальных состояний $\mathfrak{i} \in \mathfrak{q}$, и множества переходов $\mathfrak{d} \subseteq \mathfrak{q} \times \mathfrak{q}^k$.

Запуск интерпретирующего автомата $\mathfrak{A}$ является отображением $r : \tilde{\mathfrak{G}}^* \to \mathfrak{q}$, таким, что присваивает каждому узлу u ПДМСС $\mathfrak{G}^*$ состояния: а) $r(\varepsilon) \in \mathfrak{i}$; б) для всякого $u \in \mathfrak{G}^*$ $(r(u), r(u_1), \ldots r(u_k)) \in \mathfrak{d}$.

Задача обнаружения момента опустошения автомата $\mathfrak{A}$ решается его запуском с начальным состоянием $\mathfrak{i} \in \mathfrak{q}$, для которого определяется множество недостижимых состояний $\mathfrak{x}$, содержащее все состояния $\mathfrak{q}^-$, к которым отсутствуют переходы: $\mathfrak{x} = \mathfrak{q}^-$. На каждой итерации i автомат $\mathfrak{A}$ определяет множество состояний $\mathfrak{q}_i^-$, из которых определены переходы к недостижимым состояниям $\mathfrak{q}_j \in \mathfrak{x}$, и добавляет их к множеству $\mathfrak{x}$: $\mathfrak{x} = \mathfrak{x} + \mathfrak{q}_i^-$. Множество $\mathfrak{x}$ приобретает стабильность максимум за $|\mathfrak{q}|$ итераций.

<u>Определение 11</u>. Интерпретирующий автомат $\mathfrak{A}$ *допускает запуск*, если и только если его начальное состояние $\mathfrak{i}$ не является недостижимым, $\mathfrak{i} \notin \mathfrak{x}$.

Поскольку строго l-выполнимый концепт C в полной относительно древовидных моделей РДЛ [17] имеет древовидную α-ограниченную модель, представимую в виде ПДСС $\mathfrak{G}$, запуск автомата $\mathfrak{A}$ является в точности ПДМСС $\mathfrak{G}^*$.

Потребуем, чтобы все определения концептов C в РДЛ соответствовали негативной нормальной форме $\sim C = C \wedge \neg C$. Обозначим как $\mathrm{sub}(C, \mathcal{T})$ множество, состоящее из всех концептов, вложенных в концепт C, и всех описаний концептов $\sim D \sqcup E$, соответствующих аксиомам $\langle D \sqsubseteq E \rhd l \rangle \in \mathcal{T}$.

Состояния $\mathfrak{q}$ автомата $\mathfrak{A}$ могут быть представлены многозначными частично упорядоченными множествами [18] (l-множествами), с каждым из элементов которых связано значение принадлежности, заданное на решетке $\mathfrak{L}$. Областью определения l-множества является $\mathrm{sub}(C, \mathcal{T})$.

Пусть ζ — произвольный элемент, выражающий степень связи некоторого ролевого отношения с родительским узлом ПДМСС.

<u>Определение 12</u>. Функция $\mathcal{H} : \mathrm{sub}(C, \mathcal{T}) \cup \{\zeta\} \to \mathfrak{L}$ называется *многозначным частично упорядоченным множеством* (*l-множеством*) над $(C, \mathcal{T})$, если и только если она удовлетворяет следующим условиям: а) $\mathcal{H}(D \sqcap E) = \mathcal{H}(D) \otimes \mathcal{H}(E)$; б) $\mathcal{H}(D \sqcup E) = \mathcal{H}(D) \oplus \mathcal{H}(E)$; в) $\mathcal{H}(\neg A) = 0\, \mathcal{H}(A)$ для каждого атомарного имени концепта $A \in CN$.

<u>Определение 13</u>. *l-множество $\mathcal{H}$ совместимо* с иерархией концептов $\langle D \sqsubseteq E \rhd l \rangle$, если и только если $\mathcal{H}(\sim D \sqcup E) \geqslant l$.

Арность k автомата $\mathfrak{A}$ определяется общим числом входящих в множество $\mathrm{sub}(C, \mathcal{T})$ экзистенциальных и универсальных ограничений вида $\exists R.D$ и $\forall R.D$ соответственно. Каждый узел-последователь является основанием одного из указанных ограничений. Чтобы определить соответствие между множеством узлов-последователей ПДСС и множеством ограничений, введем произвольное биективное отображение $\jmath : \{E \mid E \in sub(C, \mathcal{T})\} \to \tilde{\mathfrak{G}}$, где концепт E задан в форме $\exists R.D$ или $\forall R.D$.

Переходы автомата $\mathfrak{d}$ определяются ограничивающими условиями.

<u>Определение 14</u>. Кортеж l-множеств $(\mathcal{H}_0, \mathcal{H}_1, \ldots \mathcal{H}_k)$ *удовлетворяет условиям ограничений* относительно $(C, \mathcal{T})$, если и только если:

1) для всякого экзистенциального ограничения $\exists R.D$ $\mathcal{H}_0(\exists R.D) = \mathcal{H}_{\jmath(\exists R.D)}(\zeta) \otimes \mathcal{H}_{\jmath(\exists R.D)}(D)$, и дополнительно для всякого ограничения $\mathcal{F}$ вида $\exists R.E$ или $\forall R.E$ $\mathcal{H}_0(\exists R.D) \geqslant \mathcal{H}_{\jmath(\mathcal{F})}(\zeta) \otimes \mathcal{H}_{\jmath(\mathcal{F})}(D)$;

2) для всякого универсального ограничения $\forall R.D$ $\mathcal{H}_0(\forall R.D) = \mathcal{H}_{\jmath(\forall R.D)}(\zeta) \Rightarrow \mathcal{H}_{\jmath(\forall R.D)}(D)$, и дополнительно для всякого ограничения $\mathcal{F}$ вида $\exists R.E$ или $\forall R.E$ $\mathcal{H}_0(\forall R.D) \leqslant \mathcal{H}_{\jmath(\mathcal{F})}(\zeta) \Rightarrow \mathcal{H}_{\jmath(\mathcal{F})}(D)$.

Древовидная α-ограниченная модель относительно $(\alpha, C, \mathcal{T}, l)$ представляет собой k-арную ПДМСС $\mathfrak{G}^*$, множество дуг которой $\mathfrak{e}$ размечено l-множествами, совместимыми с каждой иерархией концептов в $\mathcal{T}$, и для каждого узла $u \in \mathfrak{G}^*$ кортеж $(\mathfrak{G}(u), \mathfrak{G}(u_1), \ldots \mathfrak{G}(u_k))$ удовлетворяет всем заданным в определении 15 условиям ограничений для $(\alpha, C, \mathcal{T}, l)$. Условие совместимости обеспечивает выполнимость всех аксиом терминологии $\mathcal{T}$ в любом узле ПДМСС $\mathfrak{G}^*$, условие ограничений означает, что ПДМСС $\mathfrak{G}^*$ является правдоподобной α-ограниченной моделью терминологии $\mathcal{T}$.

<u>Определение 15</u>. *Правдоподобным автоматом* $\mathfrak{A}_{(\alpha,C,\mathcal{T},l)}$ для проверки l-выполнимости концепта C в терминологии $\mathcal{T}$ (проблема $(\alpha, C, \mathcal{T}, l)$) называется интерпретирующий автомат $\mathfrak{A}_{(\alpha,C,\mathcal{T},l)} = \langle \mathfrak{q}, \mathfrak{i}, \mathfrak{d} \rangle$, где $\mathfrak{q}$ – множество всех совместимых с $(C, \mathcal{T})$ l-множеств; $\mathfrak{i}$ содержит все l-множества $\mathcal{H}$, для которых выполняется $\mathcal{H}(C) \geqslant l$; $\mathfrak{d}$ – множество всех $(k+1)$-кортежей совместимых l-множеств, l-выполнимых относительно всех заданных для $(\alpha, C, \mathcal{T}, l)$ условий ограничений.

Запуск правдоподобного автомата $\mathfrak{A}_{(\alpha,C,\mathcal{T},l)}$ приводит к построению ПДМСС $\mathfrak{G}^*$.

Сформулируем условия проверки выполнимости концепта C.

Концепт C *строго* l*-выполним* относительно $\mathcal{T}$, если автомат $\mathfrak{A}_{(\alpha,C,\mathcal{T},l)}$ не пуст. Концепт C *строго* l*-выполним* в α-ограниченной модели относительно терминологии $\mathcal{T}$, если существует такая древовидная α-ограниченная модель $\mathfrak{G}^*$ для $(\alpha, C, \mathcal{T}, l)$, что $\mathfrak{G}^*(C) \geqslant l$.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В статье построена дескрипционная логика с оценкой истинности на компактной конечной ограниченной решетке Де Моргана, что позволяет адаптировать качественные оценки неопределенности утверждений, выраженные на интервалах значений множества-носителя решетки, а также интегрировать в рамках полученной логики способы представления неопределенности различной природы.

Показано, что выполнимость концепта относительно терминологии на компактной ограниченной конечной решетке может быть проверена правдоподобным автоматом, находящим все элементы решетки, меньшие l, и являющиеся основанием для вывода о существовании строгой l-выполнимости концепта, причем концепт является выполнимым, если запуск автомата не привел к его опустошению. Поскольку всякий логический вывод в предложенной решеточной дескрипционной логике может быть сведен к проблеме выполнимости концепта относительно терминологии, предложенный в статье правдоподобный автомат $\mathfrak{A}$ является процедурой логического вывода в РДЛ.

Логический формализм представления знаний на основе решеточной ДЛ является комплементарным формализму правдоподобных древовидных сетей событий, поскольку древовидные модели интерпретации решеточной ДЛ в точности соответствуют определению ПДСС, и благодаря наличию свойства разрешимости может быть использован в ДСПС в условиях реального времени.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Sherstjuk, V. Scenarno-precedentnoe upravlenie jergaticheskimi dinamicheskimi ob#ektami /V.G. Sherstjuk. – Saarbrücken, Deutschland: Lambert Academic Publishing, 2013. – 407 p.
2. Sherstjuk, V. Ispol'zovanie derev'ev sobytij dlja predstavlenija znanij v dinamicheskih precedentnyh intellektual'nyh sistemah /V.G. Sherstjuk //Vestnik Hersonskogo nacional'nogo tehnicheskogo universiteta. – 2011. – №2 (41). – S.100-111.
3. Yehia, W. Towards an Expressive Decidable Logical Action Theory /W. Yehia, M. Soutchanski //Proc. of 25rd Int. Workshop on Description Logics DL'2012. – Roma, Italy, 2012. – Pp.389-399.
4. Baader, F. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications: 2nd ed. /F. Baader, D. Calvanese, D.L. McGuinness [and others]. – Cambridge: Cambridge University Press, 2010. – 624 p.
5. Grädel, E. Two variable logic with counting is decidable /E. Grädel, M. Otto, E. Rosen //In Proc. of 12th IEEE Symp. on Logic in Computer Science (LICS'97). – Washington, USA: IEEE Computer Society, 1997. – Pp.306-317.
6. Migas, S. Intellektual'nye informacionnye sistemy /S.S. Migas. – SPb.: Izd-vo SPbGIJeU, 2009. – 160 s.
7. Navigator po vychislitel'noj slozhnosti deskripcionnyh logik [Jelektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: URL: http://www.cs.manchester.ac.uk/~ezolin/dl/
8. Horrocks, I. Reasoning with Very Expressive Fuzzy Description Logics /I. Horrocks, J.Z. Pan, G.B. Stamou [and others] //Journal of Artificial Intelligence Research. – 2007. – Vol.30. – Pp.273-320.
9. Lukasiewicz, T. Managing uncertainty and vagueness in description logics for the semantic web /T. Lukasiewicz, U. Straccia //Journal of Web Semantics. – 2008. – Vol.6. – №4. – Pp.291-308.

10. Jiang, Y. Reasoning with rough description logics: An approximate concepts approach /Y. Jiang, J. Wang, S. Tang, B. Xiao //Information Sciences. – 2009. – Vol.179. – Pp.600-612.
11. Bobillo, F. Supporting fuzzy rough sets in fuzzy description logics /F. Bobillo, U. Straccia //Proc. of Europ. Conf. on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty ECSQARU'09. Lecture Notes in Computer Science. – Berlin: Springer-Verlag, 2009. – Vol.5590. – Pp.676-687.
12. Jiang, Y. Expressive fuzzy description logics over lattices /Y. Jiang, Y. Tang, J. Wang [and others] //Knowledge-Based Systems. – 2010. – Vol.23. – №2. – Pp.150-161.
13. Straccia, U. Description logics over lattices /U. Straccia //Int. J. of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2006. – Vol.14. – №1. – Pp.1-16.
14. Borgwardt, S. Description Logics over Lattices with Multi-Valued Ontologies /S. Borgwardt, R. Peñaloza //22nd Int. J. Conf. on Artificial Intelligence: Knowledge Representation, Reasoning, and Logic IJCAI'11. – 2011. – Vol.2. – Pp.768-773.
15. Zolin, E. Deskripcionnaja logika [Jelektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: URL: www.lpcs.math.msu.su/~zolin/dl/
16. Hollunder, B. Consistency checking reduced to satisfiability of concepts in terminological systems /B. Hollunder //Annals of Mathematics and Artificial Intelligence. – 1996. – Vol.18. – №2. – Pp.133-157.
17. Baader, F. Description Logics /F. Baader, I. Horrocks, U. Sattler //Handbook of Knowledge Representation: ed. B. Porter. – London: Elsevier Science, 2008. – Vol.3. – Pp.135-179.
18. Fitting, M. Types, Tableaus, and Gödel's God /M. Fitting. – Berlin: Springer-Verlag, 2002. – 180 p.

Рецензент: *д.т.н., проф. Ходаков В.Е., Херсонский национальный технический университет, Херсон.*