

СИНТЕЗ АЛГОРИТМУ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ РУХОМ АЕРОСТАТИЧНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТА НА ЕТАПІ ПОСАДКИ

УДК 629.733.5

ГУСИНІН Андрій Вячеславович

к.т.н., доцент, аналітик з комп'ютерних комунікацій ТОВ «Тіч Консалтинг Україна».

Наукові інтереси: аеростатичні літальні апарати, авіаційно-космічні системи, динаміка польоту, диференціальні перетворення.

e-mail: gusynin@gmail.com

ВСТУП

Сьогодні провідні світові країни приділяють підвищену увагу повітроплаванию та активно проводять масштабні практичні роботи із створення повітроплавальних літальних апаратів [1,2]. Сучасний стан розвитку повітроплавання наново відкриває перспективи застосування керованих аеростатичних літальних апаратів (дирижаблів) для розв'язання задач транспортування, моніторингу, нагляду, розробки нових телекомунікаційних структур тощо. При розв'язанні будь-якої з цих задач система управління польотом дирижабля повинна забезпечувати можливість безпечного зльоту та посадки в широкому діапазоні метеорологічних умов. Режими зльоту та посадки є найбільш аварійними та складними при управлінні дирижаблем через недостатню ефективність його керування на малих швидкостях польоту, коли аеродинамічні керма та поверхні є практично не ефективними, істотною змінною аеродинамічних характеристик дирижабля при русі поблизу землі, сильний вплив вітрових збурень [3]. Для вирішення цієї проблеми на дирижаблях останнього покоління почали застосовувати поворотні двигуни, гвинти, або їх реверсивні варіанти, тобто силові установки з вектором тяги, що відхиляється. Подальше підвищення ефективності керування, маневреності і гнучкості експлуатації сучасних дирижаблів можливо досягти лише при автоматизації процесів керування їх зльотом та посадкою.

Метою роботи є синтез алгоритму оптимального керування рухом аеростатичного літального апарату на етапі посадки.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ СИНТЕЗУ АЛГОРИТМУ КЕРУВАННЯ

Як відомо, процес посадки дирижабля є багаторежимним та характеризується різними режимами керування вектора тяги, відхиленням аеродинамічних органів керування (кермо висоти), практично стрибкоподібною зміною маси апарату в момент скидання баласту (при необхідності) та можливою відмовою двигунів [4]. Будемо вважати, що моменти часу даних змін режимів посадки задані (наприклад, при виконанні посадки перехід з аеродинамічного керування на керування вектором тяги здійснюється при досягненні заданої швидкості польоту). Тому увесь процес посадки дирижабля умовно розіб'ємо на r заданих часових інтервалів, всередині яких параметри апарату не мають стрибкоподібних змін і не відбувається перемикавання керування:

$$T_i = t_i - t_{i-1}, \quad i = \overline{1, r}, \quad \sum_{i=1}^r T_i = T,$$

де T – час від початку посадки до моменту торкання землі. У подальшому будемо вважати, що всі ці зміни відбуваються на межах вибраних інтервалів.

У загальному вигляді вихідна математична модель руху аеростатичного літального апарату може бути подана у вигляді векторного диференціального рівняння:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x_i, u_i, v_i), \quad x_i(t_{i-1}) = x_i^0, \quad i = \overline{1, r}, \quad (1)$$

де $x_i = x_i(t) - n$ -вимірний вектор стану; $u_i = u_i(t) - m$ -вимірний вектор керування; $v_i = v_i(t) - \ell$ -вимірний вектор збурень; f_i – неперервна та неперервно диференційована за сукупністю змінних t, x_i, u_i, v_i вектор-функція узагальнюючої сили; $t \in [t_{i-1}, t_i]$.

Задача термінального керування полягає в переведенні аеростатичного літального апарату із заданого початкового стану $x_1(t_0)$ в кінцевий (термінальний) стан $x_r(T)$, що визначено в момент часу $t = T$, q -вимірним ($q \leq n$) векторним рівнянням:

$$S[x_r(T), T] = 0. \quad (2)$$

Якість процесу термінального керування оцінюється функціоналом:

$$I = G[x_r(T), T] + \sum_{i=1}^r \int_{t_0}^T \Phi_i(t, x_i, u_i, v_i) dt, \quad (3)$$

де задані функції G та Φ_i мають неперервні частинні похідні за x_i, u_i, v_i . Припустимо, що обмеження на вектори стану та керування враховуються в процесі вибору функціонала (3).

Спряження кінцевих умов попередніх ділянок та початкових умов наступних ділянок процесу керування задається у формі визначених крайових умов:

$$\varphi_i[x_i(T_i), x_{i+1}^0, u_i(T_i), u_{i+1}^0; T_i] = 0, \quad i = \overline{1, r}. \quad (4)$$

Програмне керування $u = u(t)$, яке оптимізує функціонал (3), реалізує оптимальне керування за розімкнутим контуром та гарантує виконання кінцевих умов (2) при відсутності дії збурень [5]. У реальних умовах дія зовнішнього середовища $v_i(t)$ значно впливає на динаміку руху дирижабля. З метою компенсації цих збурень синтезують закон оптимального за критерієм (3) керування із зворотним зв'язком вигляду:

$$u = u(x, t). \quad (5)$$

Керування (5), використовує у будь-який момент часу t інформацію про поточний стан $x(t)$ динамічного об'єкта та забезпечує перехід дирижабля з довільного початкового стану в кінцевий (2) при дії збурень. Синтез оптимальних керувань із зворотним зв'язком вигляду

(5) може бути реалізований традиційними методами [6]. Істотним недоліком їх є проблема розмірності, яка потребує дуже великого об'єму пам'яті ЕОМ навіть для задач невеликої розмірності.

МЕТОД СИНТЕЗУ ТЕРМІНАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ

Для синтезу алгоритму керування відхиленням вектора тяги дирижабля використовуємо математичний апарат диференціальних перетворень, який запропонував академік Г.Е. Пухов [7]. Цей метод дає можливість аналізувати нелінійні системи рівнянь, не потребує числового інтегрування диференціальних рівнянь руху, виключає з розгляду функції часу, скорочує об'єм обчислень і сприяє отриманню розв'язку в аналітичному вигляді. Метод диференціальних перетворень дає можливість замінити аналітичні функції $x(t)$ неперервного аргументу t їх моделями у вигляді дискретних функцій $X(k)$ цілочислового аргументу k згідно з виразом

$$\begin{aligned} \underline{x(t)} = X(k) &= \frac{h^k}{k!} \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]_{t=0} \Leftrightarrow x(t) = \\ &= \sum_{k=0}^{k=\infty} \left(\frac{t}{h} \right)^k X(k) \end{aligned} \quad (6)$$

де $x(t)$ – оригінал, що являє собою неперервну й обмежену разом із всіма своїми похідними функцію аргументу t , що нескінченне число раз диференціюється; $\underline{x(t)}$ та $X(k)$ – рівноцінні позначення диференціального зображення оригіналу, що являє собою дискретну функцію цілочислового аргументу $k = 0, 1, 2, \dots$; h – масштабна стала з розмірністю аргументу t ($0 \leq t \leq h$), на якому розглядається функція $x(t)$; \Leftrightarrow – символ відповідності між оригіналом $x(t)$ і його диференціальним зображенням $X(k)$. Математичні моделі, що отримані на основі диференціальних перетворень (6), будемо називати спектральними моделями.

Синтез оптимального керування із зворотним зв'язком (5) виконаємо методом замикання оптимального програмного керування $u = u(t)$ для довільного поточного стану $x(t)$ динамічного об'єкта [8]. На першому етапі синтезу розглядатимемо незбурений рух об'єкта. Виберемо всередині кожної ділянки посадки дирижабля програмне керування в класі аналітичних

функцій $u_i = (\tau, A_i)$, де $A_i = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ – вектор вільних параметрів, τ – локальний часовий аргумент. Диференціальні перетворення (6) функції $u_i = (\tau, A_i)$ визначають при $h = T_i$ і $\tau = 0$ її диференціальний спектр як

$$\underline{u}_i(\tau, A_i) = U_i(k, A_i) = \frac{T_i^k}{k!} \left[\frac{d^k u_i(t_{i-1} + \tau, A_i)}{dt^k} \right]_{\tau=0}. \quad (7)$$

Диференціальне рівняння (1) на основі перетворень (6) в області зображень подається у формі спектральної моделі:

$$\begin{aligned} X_i(k+1, A_i, X_i^0) &= \\ &= \frac{T_i}{k+1} f_i[t, X_i(k, A_i, X_i^0), U_i(k, A_i)] \end{aligned} \quad (8)$$

$$X_i(0) = X_i^0(A_{i-1}, A_{i-2}, \dots, A_1); X_1(0) = X_1^0 = x_0; i = \overline{1, r}.$$

За рекурентним виразом (8) і диференціальним спектром керування (7) сформуємо диференціальний спектр $X_i(k, A_i, X_i^0)$ вектора стану $x_i(t)$. Використовуємо властивість диференціальних перетворень (1), згідно з якою алгебраїчна сума всіх компонент (дискрет) диференціального спектра будь-якої аналітичної функції в точці $t = t_v$ дорівнює нульовій дискреті диференціального спектру функції в точці $t_{v+1} = t_v + h$ або значенню оригіналу функції в цій самій точці:

$$\sum_{k=0}^{\infty} X_v(k) = X_{v+1}(0) = x(t_v + h) \quad (9)$$

З виразу (9) при $t_v = t_{i-1}$ і $h = T_i$ визначається вектор стану наприкінці кожної ділянки етапу посадки дирижабля:

$$x_i(T_i, A_i, x_i^0) = \sum_{k=0}^{\infty} X_i(k, A_i, X_i^0), i = \overline{1, r}. \quad (10)$$

Тоді рівняння кінцевого стану (2) із врахуванням виразу (10) перетворюється в таке:

$$S[A_1, A_2, \dots, A_r] = 0. \quad (11)$$

Дана гранична умова в неявній формі визначає q компонент вектора вільних параметрів A_i і-ої ділянки посадки у вигляді функцій від T_i і x_i^0 .

Компоненти векторів вільних параметрів, що залишилися, визначаємо з умов оптимальності функціоналу (3), який за допомогою диференціальних

перетворень (1) і з урахуванням диференціальних спектрів (7), (8) записується у вигляді:

$$\begin{aligned} I[A_1, A_2, \dots, A_r] &= G[A_1, A_2, \dots, A_r] + \\ &+ \sum_{i=1}^r T_i \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\Phi_i[t, X_i(k, A_i, X_i^0), U_i(k, A_i)]}{k+1}. \end{aligned} \quad (12)$$

З необхідних умов оптимальності функції (12) отримуємо систему рівнянь для визначення $(n-q)r$ невідомих компонент векторів вільних параметрів A_1, A_2, \dots, A_r , що залишилися:

$$\frac{\partial I(A_1, A_2, \dots, A_r)}{\partial a_{ij}} = 0; i = \overline{1, r}; j = \overline{q+1, n} \quad (13)$$

Система нелінійних рівнянь (11) і (13) в неявній формі визначає компоненти вектора вільних параметрів $A = (A_1, A_2, \dots, A_r)$ як функції від вектора довільного початкового стану $x_0 = x_i(t_0)$.

В результаті виконання першого етапу синтезу в неявній формі встановлюється нелінійний зв'язок оптимального програмного управління $u[t, A(T, x_0)]$ з вектором початкового стану x_0 , моменту часу t_0 та інтервалу T . Це керування не можна застосовувати на всьому інтервалі часу T при дії збурень на динамічний об'єкт. Керування $u[t, A(T, x_0)]$ можна використовувати для керування динамічним об'єктом у початковий момент часу t_0 .

На другому етапі синтезу розглядається збурений рух дирижабля. У цьому випадку керування $u[t, A(T, x)]$ обчислюється із системи рівнянь (11) і (13) для поточних значень часу t і стану $x(t)$. Таким чином, неперервний у часі розв'язок системи рівнянь (11) та (13) дозволяє сформувати замкнений алгоритм термінального керування виду (5). При цьому, в замкненому контурі керування використовується лише поточне значення керування $u[t, A(T, x)]$, яке в наступний момент часу перераховується за системою рівнянь (11) і (13). Цим забезпечується «гнучка» адаптація та оптимізація траєкторії руху дирижабля до дії невідомих збуджуючих факторів.

СИНТЕЗ АЛГОРИТМУ

ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ

В роботі [5] даний метод застосовано для синтезу алгоритму керування рухом дирижабля на етапі зльоту. Застосуємо вищезазначений метод синтезу

термінального керування для синтезу алгоритму керування відхиленням вектора тяги дирижабля на етапі посадки.

Весь етап посадки умовно розіб'ємо на дві ділянки. За першу ділянку ($i = 1$) вибираємо ділянку від моменту початку посадки (висота 75 м) до висоти 15,2 м над посадковою поверхнею, при досягненні якої дирижабль відповідно до критеріїв льотної придатності для дирижаблів [9] має досягти рекомендовану вертикальну швидкість зниження. Друга ділянка ($i=2$) починається з висоти 15,2 м та продовжується до моменту торкання посадкового шасі дирижабля землі, при досягненні якої дирижабль повинен мати задану горизонтальну посадкову швидкість та вертикальну швидкість зниження. Синтез алгоритмів керування відхиленням вектора тяги на етапі посадки виконаємо при таких допущеннях. Припустимо, що на першій ділянці посадки встановлений на апараті автопілот балансує сумарний повздовжній момент апарату та підтримує практично постійною куту швидкість тангажу. За вхідні сигнали в автопілоті керма висоти взято висоту польоту, швидкість зміни висоти польоту (швидкість зниження), кут атаки та швидкість зміни кута атаки. Відмітимо, що для дирижабля, що розглядається, автопілот керма висоти є ефективним при швидкості польоту не менше 37 км/г, тобто практично він використовується тільки на першій ділянці. Аналіз результатів льотних випробувань дирижабля «Skyship 500» при виконанні посадки показав, що з безпечної висоти 15,2 м до моменту торкання із землею зміни кута тангажу є незначними [4]. Таким чином, у першому наближенні, при синтезі алгоритмів керування рухом дирижабля на етапі посадки можна знехтувати обертальним рухом апарату. Розглядається лише плоскопаралельний рух дирижабля у вертикальній площині, перехресні зв'язки не враховувалися. Двигуни моделювалися у вигляді джерел сили, моделювання льотчика не проводилося. Програмна зміна кута відхилення вектора тяги задавалася у вигляді лінійної функції часу $\varphi = a_0 + a_1 t$, де a_0 і a_1 - вільні параметри, що підлягають визначенню. Як показали проведені льотні випробування [4] дана програма зміни кута відхилення вектора тяги у часі близька до оптимальної програми при $|\varphi| \geq 90^\circ$.

За критерій якості для кожної ділянки посадки дирижабля приймемо функціонал вигляду:

$$I_i = V_X(T_i). \quad (14)$$

Даний критерій враховує намір мінімізувати горизонтальну посадкову швидкість апарату у кінці i -ої ділянки посадки. У загальному випадку (для літальних апаратів, що використовують динамічний принцип польоту), при виборі вигляду функціоналу враховується, коли це необхідно, обмеження на вектори стану та керування. Але для аеростатичних літальних апаратів врахування обмежень на параметри керування та руху практично не мають істотного значення, оскільки екстремальні випадки, що виникають у польоті, такі як відмова двигунів, відмова системи автоматичного керування, не призводить до виникнення аварійних ситуацій.

Задача термінального керування рухом дирижабля полягає в переведенні апарата із заданих початкових умов:

$$V_X(0) = V_{X_0}, V_Y(0) = V_{Y_0}, H(0) = H_0 \quad (15)$$

у задані кінцеві:

$$H(T_i) = H_{T_i}, V_Y(T_i) = V_{Y_{T_i}} \quad (16)$$

з досягненням в кінці i -ої ділянки посадки мінімальної горизонтальної посадкової швидкості $V_{X_{i \min}}$. Тут $V_{Y_{T_i}}$ та H_{T_i} - задані вертикальна швидкість зниження та висота польоту апарату в кінці i -ої ділянки посадки.

За вихідну математичну модель беремо спрощену модель повздовжнього руху дирижабля, розглянуту в праці [8]. На базі цієї моделі розроблена спектральна модель повздовжнього руху дирижабля, яка в розгорнутому вигляді наведена в працях [5, 8].

Для визначення алгоритму термінального керування згідно з наведеним методом синтезу, виконуємо обчислення дискрет диференціальних спектрів змінних повздовжнього руху дирижабля за спектральною моделлю

$$X(k+1) = \frac{h}{k+1} f[X(k), \underline{u}(k), \underline{t}], X(0) = x_0 \quad (17)$$

попередньо задаючи цілочислові значення аргументу $k = 0, 1, 2, \dots$. Дискрети диференціальних спектрів виразимо як функції від початкових значень змінних математичної моделі (1), вільних параметрів

a_0, a_1 керування кутом відхилення φ вектора тяги силової установки, що прогнозується, та тривалості i -ої ділянки посадки T_i . Отримані дискретні диференціальних спектрів змінних повздовжнього руху дирижабля наведено в праці [5].

Згідно із спектральною моделлю в розгорнутому вигляді [8] введемо такі позначення:

Скориставшись властивістю диференціальних перетворень (9), отримуємо рівняння, що пов'язують параметри керування (a_0, a_1) та параметри траєкторного руху дирижабля на i -ій ділянці посадки:

$$H(T_i) = H_0 + T_i V_{Y_0} + \frac{T_i^2}{2} [\tilde{\Phi}_i + \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0] + T_i^3 \left[\frac{1}{6}(C_6 + C_7) V_{Y_0} \tilde{P}_{\Sigma_i} \cos a_0 - \frac{1}{6}(C_6 + C_7) V_{X_0} \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0 - \frac{1}{6}(C_6 + C_7) V_{X_0} \tilde{\Phi}_i - \frac{1}{6}(C_6 + C_7) V_{Y_0} C_4 V_0^2 + \frac{1}{6} \tilde{P}_{\Sigma_i} \cdot a_1 \cdot \cos a_0 \right] = H_{T_i} \quad (19)$$

$$V_Y(T_i) = V_{Y_0} + T_i [\tilde{\Phi}_i + \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0] + T_i^2 \left\{ \frac{1}{2}(C_6 + C_7) V_{Y_0} \tilde{P}_{\Sigma_i} \cos a_0 - \frac{1}{2}(C_6 + C_7) V_{X_0} \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0 - \frac{1}{2}(C_6 + C_7) V_{X_0} \tilde{\Phi}_i - \frac{1}{2}(C_6 + C_7) V_{Y_0} C_4 V_0^2 + \frac{1}{2} \tilde{P}_{\Sigma_i} \cdot a_1 \cdot \cos a_0 \right\} = V_{Y_{T_i}} \quad (20)$$

$$V_X(T_i) = V_{X_0} + T_i [\tilde{P}_{\Sigma_i} \cos a_0 - C_4 V_0^2] + T_i^2 \left[-\left(\frac{C_5}{2} V_{Y_0} + C_4 V_{X_0} \right) \tilde{P}_{\Sigma_i} \cos a_0 + \left(\frac{C_5}{2} V_{X_0} - C_4 V_{Y_0} \right) \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0 + \left(\frac{C_5}{2} V_{X_0} - C_4 V_{Y_0} \right) \tilde{\Phi}_i + \left(\frac{C_5}{2} C_4 V_{Y_0} + C_4^2 V_{X_0} \right) V_0^2 - \frac{1}{2} \tilde{P}_{\Sigma_i} \cdot a_1 \cdot \sin a_0 \right] = V_{X_{T_i \min}} \quad (21)$$

Рівняння (19), (20) дозволяють отримати вільні параметри a_0, a_1 закону керування кутом відхилення

вектора тяги силової установки. Із рівняння (20) визначимо параметр керування a_1 :

$$a_1 = -\frac{2}{T_i^2 \cdot \tilde{P}_{\Sigma_i} \cos a_0} \left\{ (V_{Y_0} - V_{Y_{T_i}}) + T_i [\tilde{\Phi}_i + \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0] + T_i^2 \left[\frac{1}{2}(C_6 + C_7) V_{Y_0} \tilde{P}_{\Sigma_i} \cos a_0 - \frac{1}{2}(C_6 + C_7) V_{X_0} \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0 - \frac{1}{2}(C_6 + C_7) V_{X_0} \tilde{\Phi}_i - \frac{1}{2}(C_6 + C_7) V_{Y_0} C_4 V_0^2 \right] \right\} \quad (22)$$

Після підстановки (22), вирази (19) и (21) перетворюються до вигляду:

$$H(T_i) = 6(H_0 - H_{T_i}) + 2T_i(2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}}) + T_i^2 [\tilde{\Phi}_i + \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0] = 0, \quad (23)$$

$$V_X(T_i) = V_{X_0} - V_{X_{T_i \min}} + T_i [\tilde{P}_{\Sigma_i} \cos a_0 - C_4 V_0^2] +$$

$$+ T_i^2 \left[-\left(\frac{C_5}{2} V_{Y_0} + C_4 V_{X_0} \right) \tilde{P}_{\Sigma_i} \cos a_0 + \left(\frac{C_5}{2} V_{X_0} - C_4 V_{Y_0} \right) \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0 + \left(\frac{C_5}{2} V_{X_0} - C_4 V_{Y_0} \right) \tilde{\Phi}_i + \left(\frac{C_5}{2} C_4 V_{Y_0} + C_4^2 V_{X_0} \right) V_0^2 \right] = 0 \quad (24)$$

$$-\frac{\tilde{P}_{\Sigma_i}}{\tilde{P}_{\Sigma_i}} \cdot \operatorname{tg} a_0 \left[(V_{Y_0} - V_{Y_{T_i}}) + T_i (\tilde{\Phi}_i + \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0) + \frac{T_i^2}{2} \left[\frac{1}{2}(C_6 + C_7) V_{Y_0} \tilde{P}_{\Sigma_i} \cos a_0 - \frac{1}{2}(C_6 + C_7) V_{X_0} \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0 - \frac{1}{2}(C_6 + C_7) V_{X_0} \tilde{\Phi}_i - \frac{1}{2}(C_6 + C_7) V_{Y_0} C_4 V_0^2 \right] \right] = 0$$

Підстановка виразу (24) у вираз (14) дозволяє представити функціонал якості наступним чином:

$$I_i(a_0, T_i) = \left\{ \begin{aligned} & V_{X_0} - V_{X_{i, \min}} - \frac{\bar{P}_{\Sigma_i}}{\tilde{P}_{\Sigma_i}} \operatorname{tg} a_0 (V_{Y_0} - V_{Y_{T_i}}) + \\ & + T_i \left[\bar{P}_{\Sigma_i} \cos a_0 - C_4 V_0^2 - \frac{\bar{P}_{\Sigma_i}}{\tilde{P}_{\Sigma_i}} \operatorname{tg} a_0 (\tilde{\Phi}_i + \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0) \right] + T_i^2 \left[d_2 - \frac{d_1}{2} \frac{\bar{P}_{\Sigma_i}}{\tilde{P}_{\Sigma_i}} \operatorname{tg} a_0 \right] \end{aligned} \right\}, \quad (25)$$

де $d_1 = (C_6 + C_7)V_{Y_0} \bar{P}_{\Sigma_i} \cos a_0 - (C_6 + C_7)V_{X_0} \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0 - (C_6 + C_7)V_{X_0} \tilde{\Phi}_i - (C_6 + C_7)V_{Y_0} C_4 V_0^2$,

$$d_2 = - \left(\frac{C_5}{2} V_{Y_0} + C_4 V_{X_0} \right) \bar{P}_{\Sigma_i} \cos a_0 + \left(\frac{C_5}{2} V_{X_0} - C_4 V_{Y_0} \right) \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0 + \left(\frac{C_5}{2} V_{X_0} - C_4 V_{Y_0} \right) \tilde{\Phi}_i + \\ + \left(\frac{C_5}{2} C_4 V_{Y_0} + C_4^2 V_{X_0} \right) V_0^2.$$

Особливість задачі мінімізації функції (25) полягає у тому, що мінімум функції (25) необхідно знайти серед безлічі значень параметру керування a_0 та часу T_i і-ї ділянки процесу посадки дирижабля, що задовольня-

ють системі рівнянь (23) і (24). Для розв'язання цієї задачі скористаємося методом прямої підстановки.

З рівняння (23) знайдемо вираз для визначення в явному вигляді тривалості T_i і-ї ділянки посадки дирижабля:

$$T_i = \frac{1}{A_i} \left[- (2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}}) \pm \sqrt{(2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}})^2 + 6(H_{T_i} - H_0) \cdot A_i} \right], \quad (26)$$

$$\text{де } A_i = \tilde{\Phi}_i + \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0. \quad (27)$$

Підставивши (26) у вираз (24) отримаємо наступне рівняння:

$$V_{X_0} - V_{X_{i, \min}} - \frac{\bar{P}_{\Sigma_i}}{\tilde{P}_{\Sigma_i}} \operatorname{tg} a_0 (V_{Y_0} - V_{Y_{T_i}}) + \frac{1}{A_i} \left[- (2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}}) \pm \sqrt{(2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}})^2 + 6(H_{T_i} - H_0) \cdot A_i} \right] \cdot \\ \cdot \left[\bar{P}_{\Sigma_i} \cos a_0 - C_4 V_0^2 - \frac{\bar{P}_{\Sigma_i}}{\tilde{P}_{\Sigma_i}} \operatorname{tg} a_0 (\tilde{\Phi}_i + \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin a_0) \right] + \\ + \frac{1}{A_i^2} \left[- (2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}}) \pm \sqrt{(2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}})^2 + 6(H_{T_i} - H_0) \cdot A_i} \right]^2 \cdot \left[d_2 - \frac{d_1}{2} \frac{\bar{P}_{\Sigma_i}}{\tilde{P}_{\Sigma_i}} \operatorname{tg} a_0 \right] = 0. \quad (28)$$

Тепер задачу синтезу алгоритму оптимального керування рухом дирижабля на етапі посадки можна розв'язати наступним чином.

Для заданих довільних початкових значень змінних траєкторного руху H_0, V_{X_0}, V_{Y_0} необхідно знайти всі розв'язки рівняння (28) відносно параметра керування a_0 , який є початковим значенням φ_0 кута відхилення вектора тяги. Підставляючи ці значення параметра керування a_0 у вирази (25)-(27), визначимо відповідні значення критерію (25) і оберемо таке значення параметра керування a_0 , яке доставляє найменше значення критерію (25). Отримане значення параметра керування a_0 подається в систему керування дирижаблем у вигляді сигналу встановлення певно-

го кута відхилення вектору тяги φ_i відповідно для кожної ділянки посадки.

Так як всі математичні операції в процесі виводу виразів (25)-(27) виконувалися із довільними початковими значеннями змінних траєкторного руху дирижабля H_0, V_{X_0}, V_{Y_0} , то в процесі керування дирижаблем на етапі посадки можна замінити ці значення поточними параметрами траєкторного руху дирижабля і за допомогою бортової ЕОМ обчислювати значення кута відхилення вектору тяги φ_i за виразом (27), замінюючи в ньому параметр a_0 на поточний кут відхилення вектору тяги φ_i . Якщо рівнянню (27) задовольняють декілька значень кута відхилення вектору тяги φ_i , то необхідно обрати з цих значень таке, яке

доставляє мінімум критерію, що обчислюється за виразами (25)–(27). Неперервне обчислення кута відхилення вектора тяги φ_i системою керування забезпечує переведення дирижабля в задані граничні умови (16).

Об'єм обчислень на бортовій ЕОМ можна істотно зменшити, якщо вибір оптимальних значень кута відхилення вектора тяги, обчислених із рівняння (28), виконувати не з умов мінімізації критерію (25), а з умов мінімізації прогнозованого часу (26) посадки дирижабля. Аналіз виразу (25) показує, що мінімум критерію $I_i(a_0, T_i)$ досягається при намаганні тривалості T_i і-ї ділянки посадки дирижабля до нульового значення. Отже,

$$V_{X_0} - V_{X_{i\min}} - \frac{\bar{P}_{\Sigma_i}}{\tilde{P}_{\Sigma_i}} \operatorname{tg} \varphi_i (V_{Y_0} - V_{Y_{T_i}}) + \frac{1}{A_i} \left[- (2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}}) \pm \sqrt{(2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}})^2 + 6(H_{T_i} - H_0) \cdot A_i} \right] \cdot \left[\bar{P}_{\Sigma_i} \cos \varphi_i - C_4 V_0^2 - \frac{\bar{P}_{\Sigma_i}}{\tilde{P}_{\Sigma_i}} \operatorname{tg} \varphi_i (\tilde{\Phi}_i + \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin \varphi_i) \right] + \frac{1}{A_i^2} \left[- (2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}}) \pm \sqrt{(2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}})^2 + 6(H_{T_i} - H_0) \cdot A_i} \right]^2 \cdot \left[d_2 - \frac{d_1}{2} \frac{\bar{P}_{\Sigma_i}}{\tilde{P}_{\Sigma_i}} \operatorname{tg} \varphi_i \right] = 0, \quad (29)$$

$$+ \frac{1}{A_i^2} \left[- (2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}}) \pm \sqrt{(2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}})^2 + 6(H_{T_i} - H_0) \cdot A_i} \right]^2 \cdot \left[d_2 - \frac{d_1}{2} \frac{\bar{P}_{\Sigma_i}}{\tilde{P}_{\Sigma_i}} \operatorname{tg} \varphi_i \right] = 0, \quad (30)$$

$$\min_{\varphi_i} T_i = \min_{\varphi_i} \frac{1}{A_i} \left[- (2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}}) \pm \sqrt{(2V_{Y_0} + V_{Y_{T_i}})^2 + 6(H_{T_i} - H_0) \cdot A_i} \right], \quad (31)$$

$$\text{де } A_i = \tilde{\Phi}_i + \tilde{P}_{\Sigma_i} \sin \varphi_i.$$

Використовуючи результати вимірів траєкторного руху дирижабля, за допомогою бортової ЕОМ за виразом (29) обчислюються всі значення кута відхилення вектора тяги φ_i , які задовольняють рівнянню (29). Обчислені значення φ_i підставляються у вирази (30) і (31), за якими визначаються прогнозовані значення часу посадки дирижабля. До системи управління дирижаблем видається таке значення кута відхилення вектора тяги φ_i , яке відповідає мінімальному значенню прогнозованого часу $T_{i\min}$ посадки дирижабля.

Якщо змінні траєкторного руху дирижабля змінюються внаслідок впливу збурень, то це неперервно враховується в процесі обчислення на бортовій ЕОМ нового значення кута відхилення вектора тяги, що задовольняє умовам (29)–(31) для поточних значень змінних траєкторного руху.

Так як рівняння (29) виведено для заданих кінцевих умов (16), то нове значення кута відхилення вектора тяги буде забезпечувати посадку дирижабля в задані кінцеві умови при впливі збурень.

із всіх розв'язків рівняння (28) відносно кута відхилення вектора тяги можна обрати таке, яке доставляє мінімальне значення тривалості і-ї ділянки посадки (26). З урахуванням цього, процес керування посадкою дирижабля можна реалізувати наступним чином.

Замінімо у виразах (25)–(27) початкові значення змінних траєкторного руху дирижабля їх поточними значеннями і замість параметра керування a_0 підставимо поточне значення кута відхилення вектора тяги φ_i . В результаті замість виразів (25)–(27) отримаємо наступні співвідношення:

Постійний контроль виконання граничних умов (16) за виразом (29) дозволяє реалізувати процес керування рухом дирижабля на етапі посадки по більш крутим траєкторіям, які характеризуються більш високими значеннями вертикальної швидкості зниження V_{Y_i} порівняно з алгоритмами посадки, в яких прогноз та корекція траєкторії посадки здійснюється в окремі моменти часу, що розділені значними інтервалами.

Слід відмітити, що на окремих ділянках управління процесом посадки дирижабля збільшення вертикальної швидкості зниження V_{Y_i} може увійти у протиріччя з допустимими значеннями підйомної сили. На цих ділянках з метою задоволення заданих обмежень рекомендується тимчасово перейти на неоптимальні значення кута відхилення вектора тяги, але на такі, які задовольняють заданим граничним умовам (16). Такий розв'язок існує, так як в обмеженні (29), що враховує умови (16) перед радикалами може бути обраний знак мінус, при якому згідно виразу (30) $A_i < 0$ і тривалість T_i і-ї ділянки посадки дирижабля збільшується, дозволяючи по більш положитивним траєкторіям посадки виконувати необхідні обмежен-

ня на цих ділянках польоту. Як тільки ділянка посадки з піковими значеннями вертикальної швидкості зниження (підйомної сили) долається, можна знову перейти на оптимальні значення кута відхилення вектора тяги, що задовольняє обмеженню (29) і умові (30). Перехід на окремі ділянки посадки на неоптимальні значення кута відхилення вектора тяги дозволяє підтримувати параметри траєкторного руху дирижабля у допустимих межах із гарантованим його переводом у задані кінцеві умови (16).

ПРИКЛАД МОДЕЛЮВАННЯ

Порівняння ефективності ручного (при $\varphi = 90^\circ$) та автоматичного керування ($\varphi_{\text{авт}}$) відхилення вектора тяги за синтезованим алгоритмом при виконанні посадки дирижабля із торканням посадковим шасі землі

($H \approx 0$ м) та досягненням заданої вертикальної швидкості зниження ($V_y \approx 0$ м/с) виконаємо шляхом моделювання динаміки посадки дирижабля на ЕОМ.

Результати порівняння посадки дирижабля з ручним та автоматичним керуванням відхилення вектора тяги показано на рис. 1.

Отримано, що при заданих термінальних умовах та застосуванні на дирижаблі автоматичного відхилення вектора тяги за синтезованим алгоритмом, вектор тяги першочергово відхиляється на пікірування на кут $\sim 90^\circ$ для здійснення більш крутої посадки, а потім відхилення вектору тяги зменшується на перехідному режимі для забезпечення необхідної посадкової швидкості. При такому керуванні досягається посадка з ко-

ротким пробігом по землі або вертикальна посадка і забезпечуються значно менші посадкові швидкості, ніж при ручному відхиленні вектора тяги.

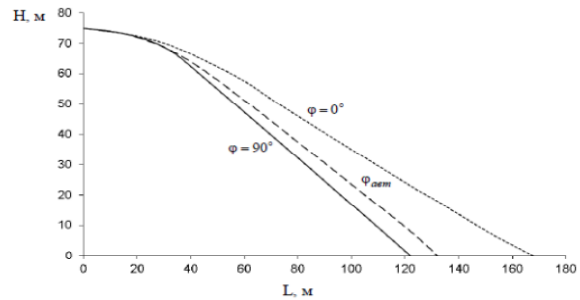


Рисунок 1 – Траєкторія посадки дирижабля при ручному і автоматичному керуванні вектора тяги

Як показують дослідження, застосування автоматичного керування відхилення вектора тяги при посадці при дії вітрових збурень дає можливість провести посадку ефективніше за рахунок більш раціонального відхилення вектора тяги. У цьому випадку, автоматично реалізується практично крута траєкторія зниження з більшими значеннями кутів атаки, так само як і при зльоті.

ВИСНОВКИ

Застосування автоматичного керування посадкою дирижабля за синтезованим алгоритмом підвищує маневреність апарату, покращує його посадкові характеристики, забезпечує можливість здійснення практично вертикальної та короткої посадки порівняно з ручним керуванням.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Verba G.E., Shhugarev S.N., Ivchenko B.A. i dr. Sovremennyye mirovyye tendencii sozdaniya vozduhoplavitel'noj tehniki v interesah silovoy vedomstv //Izvestija JuFU. Tehniceskie nauki. – 2012. – №3. – S.49-58.
2. Gusinin V.P., Gusinin A.V. Kerovane povitroplavannja. – K.: Kafedra, 2012. – 362 s.
3. Kirilin A.N., Novikov A.A. Modelirovanie prostranstvennogo dvizhenija dirizhablja i dejstvujushhij na nego nagruzok pri shvartovke k razlichnym prichal'no-shvartovochnym ustrojstvam //Izvestija JuFU. Tehniceskie nauki. – 2011. – №3 (116). – S.247-256.
4. Jex H.R., Magdaleno R.E., Golhausen P., Tischer M.P. Pre-and-Post Flight Test Models versus measured Skyship-500 Control Responses /AIAA Paper 87-2508. – 1987. – P.87-99.
5. Gusynin A.V. Sintez algoritma upravlenija otklonenijem vektora tjagi ajerostateskogo letatel'nogo apparata na jetape vzleta: dis...kand.tehn.nauk. 05.13.03. – K., 2007. – 132 s.
6. Bjellman R. Dinamiceskoe programmirovanie. – M.: Izd-vo inostr.lit., 1969. – 457 s.
7. Puhov G.E. Differencial'nye spektry i modeli. – K.: Naukova dumka, 1990. – 184 s.
7. Zbruc'kij O.V., Gusinin V.P., Gusinin A.V. Diferencial'ni T-peretvorennja v zadachah avtomatichnogo keruvannja ruhom lital'nih aparativ: navch.posib. – K.: NTUU KPI, 2010. – 176 s.
8. Kriterii letnoj godnosti dlja dirizhablej. – M.: RVO, 1999. – 143 s.

Рецензент: д.т.н., проф. Лисенко О.І., НТУУ «Київський політехнічний інститут», Київ.