

УДК 519.863

<https://doi.org/10.33619/2414-2948/56/01>

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ  
СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ  
С УЧЕТОМ ЭФФЕКТИВНОГО ОБЪЕМА ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ**

©*Кетова К. В.*, ORCID: 0000-0001-7143-1930, SPIN-код: 5246-1445, д-р физ.-мат. наук,  
Ижевский государственный технический университет им. М.Т. Калашиникова,  
г. Ижевск, Россия, [ketova\\_k@mail.ru](mailto:ketova_k@mail.ru)

©*Русяк И. Г.*, ORCID: 0000-0001-8584-8884, SPIN-код: 9556-4926, д-р техн. наук,  
Ижевский государственный технический университет им. М.Т. Калашиникова,  
г. Ижевск, Россия, [primat@istu.ru](mailto:primat@istu.ru)

©*Седов Р. А.*, Ижевский государственный технический университет им. М.Т. Калашиникова,  
г. Ижевск, Россия, [sedov\\_r@mail.ru](mailto:sedov_r@mail.ru)

**ADDRESSING THE PROBLEM OF REGIONAL SOCIO-ECONOMIC SYSTEM  
MANAGEMENT WITH A MANPOWER EFFECTIVE  
VOLUME TAKEN INTO ACCOUNT**

©*Ketova K.*, ORCID: 0000-0001-7143-1930, SPIN code: 5246-1445, Dr. habil., Kalashnikov  
Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia, [ketova\\_k@mail.ru](mailto:ketova_k@mail.ru)

©*Rusyak I.*, ORCID: 0000-0001-8584-8884, SPIN code: 9556-4926, Dr. habil.,  
Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia, [primat@istu.ru](mailto:primat@istu.ru)

©*Sedov R.*, Kalashnikov Izhevsk State Technical University,  
Izhevsk, Russia, [sedov\\_r@mail.ru](mailto:sedov_r@mail.ru)

*Аннотация.* В работе решена задача управления социально–экономической системой на примере одного из регионов Российской Федерации. Создан алгоритм оптимального управления с возможностью учета эффективного объема трудовых ресурсов. Постановка задачи осуществлена на основе макромоделли региональной экономической системы, где факторами развития являются производственный капитал и эффективный объем трудовых ресурсов. Гипотеза, положенная в основу построения модели, заключается в том, что эффективный объем трудовых ресурсов состоит из количественной составляющей (численности трудовых ресурсов) и качественной составляющей (эффективности труда работника). Производимый продукт распределяется на потребление, инвестиции в поддержание и расширение производственного капитала и инвестиции, направленные на развитие социально–образовательного потенциала региона. Качественная составляющая трудовых ресурсов и формируется на основе этих инвестиций в социально–образовательный потенциал. Включение в макромодель фактора эффективного объема трудовых ресурсов — отличительная особенность данной постановки задачи управления. Алгоритм решения задачи состоит из двух этапов: построение объективной траектории сбалансированного роста и построение оптимальной траектории движения социально–экономической системы, которая выводит ее на траекторию сбалансированного роста. Время переходного периода до достижения объективной траектории сбалансированного роста можно варьировать за счет темпов наращивания социально-образовательного потенциала. В данной работе впервые применен двухэтапный подход построения оптимального распределения инвестиций в задаче управления социально-экономической системой с учетом фактора эффективного объема



трудовых ресурсов. Статистической базой расчетов послужили данные по демографии, объемам инвестирования в производственную социально–образовательную сферу Удмуртской Республики. Для решения задачи идентификации неизвестных параметров модели использовался период 2000–2019 годы. Рассчитаны оптимальные нормы инвестирования, позволяющие экономической системе к 2025 году выйти на траекторию сбалансированного роста. Предложенная методика может быть использована для построения траекторий развития социально-экономических системам, а также для проведения параметрических модельных расчетов для выявления их факторов.

*Abstract.* In the paper, a problem of regional socio-economic system management is solved, as exemplified by one of Russia's regions. An optimal management algorithm is created, with an effective capacity of the workforce taken into account. The statement of the problem is implemented based on a regional economic system macro model, with an effective capacity of a labor force and a physical capital to be viewed as development factors. The underscore preliminary proposition of the model is the fact that labor force effective capacity consists of both qualitative (labor productivity of a worker) and quantitative (labor pool) properties. The product is distributed into consumption, capital widening and sustainment investments, and regional socio-educational development potential. The qualitative property of the workforce is derived from these socio-educational potential investments. Adding a workforce effective capacity factor to the model is the key feature of the management problem statement. The problem-solving algorithm comprises two stages: building an objective optimal balanced growth trajectory and building an optimal trajectory of socio-economic system motion which would propel it to the balanced growth trajectory. The time of transitional period up to reaching an objective balanced growth trajectory can be changed by varying build-up rates of a socio-educational potential. The paper is first to use a two-factor approach in building an optimal investment distribution to solve the problem of socio-economic system management with a workforce effective capacity taken into consideration. Data on demography and volume of investments in educational, production, and social fields of the Udmurt Republic served as an information base of the model. Due to identify unknown parameters of the model, the data as of 2000-2019 was used. Optimal investment rates were calculated which would enable the socio-economic system to reach a balanced growth trajectory by the year 2025. The suggested method can also be used for building a development trajectory for a given socio-economic system, as well as for handling parametrical model calculations to determine their factors.

*Ключевые слова:* социально-экономическая система, экономико-математическое моделирование, инвестиции, оптимальное управление, эффективный объем трудовых ресурсов.

*Keywords:* socio-economic system, economic and mathematical modeling, investment, optimal management, effective volume of labor resources.

### *Введение*

Стабильный рост показателей состояния социально–экономической системы региона закладывается при построении стратегии ее развития, которая определяет объемы финансирования производственной и социальной сфер деятельности. Построение стратегии развития должно осуществляться с применением методов экономико-математического моделирования, что позволяет получать экономически обоснованные и математически подтвержденные результаты.



В данной работе для решения задачи управления социально-экономической системой в качестве исходной региональной модели рассмотрена модель, представленная в работе [1]. Отличительной особенностью данной постановки задачи является включение в нее фактора эффективного объема трудовых ресурсов как ведущего фактора, участвующего в создании конечного продукта.

Гипотеза, положенная в основу построения модели, заключается в том, что эффективный объем трудовых ресурсов состоит из количественной и качественной составляющих. Количественная составляющая есть численность трудовых ресурсов. Качественная составляющая формируется из расчета эффективности труда работников.

Производимый в социально-экономической системе продукт распределяется на потребление, инвестиции в поддержание и расширение производственного капитала и инвестиции, направленные на развитие социально-образовательного потенциала региона. Эффективный объем трудовых ресурсов и формируется на основе инвестиций в социально-образовательный потенциал региона.

Эффективность труда — важный показатель, состояние которого оказывает влияние на развитие социально-экономической системы. В 2017 году был подписан указ Президента Российской Федерации «О Стратегии экономической безопасности Российской Федерации на период до 2030 года» [2], в соответствии с которой, в том числе, должно быть обеспечено противодействие современным вызовам экономической безопасности страны и осуществлено предотвращение кризисных явлений в ресурсно-сырьевой, производственной, научно-технологической и финансовой сферах. Среди статистических показателей, отслеживающих состояние экономической безопасности и анализирующих степень реализации Стратегии, присутствует категория «эффективность труда», которая отражается индексом производительности труда [3]. Производительность труда является одним из показателей экономической эффективности производства, реализации трудового и человеческого потенциала, развития техники и технологии [4]. Эффективность труда оказывает большое влияние на экономику в целом, отражая способность создавать товары и услуги и является ключевым макроэкономическим показателем, в том числе и при оценке эффективности развития социально-экономических систем и благосостояния.

Если рассматривать эффективность труда в целом, то в настоящее время не существует единой стройной теории ее оценки. Подробный анализ этой проблемы представлен в [5], где отмечено, что по этому вопросу существует несколько обобщенных точек зрения.

В соответствии с первой точкой зрения эффективность труда — это характеристика. В этом смысле эффективность труда есть показатель качества и количества выпускаемой продукции, взятый в отношении к сырьевым и временным затратам на ее производство.

Вторая точка зрения сводится к тому, что эффективность труда — это комплексный показатель. Он учитывает производительность труда и его результативность, отражает оценку изменения суммы показателей производительности.

В соответствии с третьей точкой зрения, которую поддерживают и авторы работы [5], эффективность труда — это категория. В этом понимании эффективность труда определяет степень достижения заданной цели, отражает результат взаимодействия производительных сил, направленных на максимизацию эффекта совокупного труда.

Во многих учебниках по экономике предприятия и труда, в академических словарях понятие «эффективность труда» отождествляется с понятием «производительность труда».

Согласно методологии Международной организации труда (МОТ), производительность труда — это отношение объема валового внутреннего продукта (ВВП) к общей численности занятых. В соответствии с методологией Организации экономического сотрудничества и

развития (ОЭСР), производительность труда определяется как отношение объема ВВП к отработанному времени в часах. Федеральная служба государственной статистики рассчитывает на макроуровне индекс производительности труда как результат деления индекса объема ВВП на изменение совокупных затрат труда.

Согласно социальному бюллетеню аналитического центра при Правительстве Российской Федерации, посвященному изучению производительности труда в нашей стране, в 2005–2015 годах в РФ уровень производительности труда в экономике был более, чем в два раза ниже, чем в странах Европейского союза, «Большой семерки» и ОЭСР [6].

Динамика индекса производительности труда за период 2005–2015 годы в сочетании с ее низким уровнем свидетельствует о негативных тенденциях в социально-экономическом положении и развитии страны. В этой связи задачи построения оптимальных стратегий управления, учитывающих такой показатель, как эффективность труда, приобретают особо важное значение.

Другим критерием оценки эффективности труда является заработная плата. Заработная плата также играет большую роль в развитии экономики государств, характеристиках благосостояния и уровня жизни. Как правило, заработная плата является основным источником дохода для большинства людей [7].

Проблема соотношения темпов роста производительности труда и заработной платы является предметом научных исследований. Сравнительная динамика заработной платы и производительности труда отражает изменения важнейших макроэкономических пропорций, таких как производство и потребление, потребление и накопление. Заработная плата, зависит не только от темпов роста производства и повышения производительности труда, но и от квалификации, заинтересованности работника в труде, его мотивации к выполнению поставленных перед ним задач, мотивации к самореализации и профессиональному развитию [8].

Общеизвестным фактом является то, что производительность труда и заработная плата имеют прямую связь друг с другом [9–10]. Рост производительности труда должен сопровождаться пропорциональным ростом заработной платы. Это приводит к повышению показателей экономической эффективности [11–12].

Степень взаимосвязи производительности труда и заработной платы отличается в различных регионах. В России существуют определенные проблемы с соотношением уровня заработной платы и производительности труда. По оценкам [5, 13], эти показатели меньше, чем в развитых странах. Степень неравенства в распределении денежного вознаграждения является важной проблемой современной России [14–16]. Эта проблема различается с точки зрения территориального регионального аспекта [17]. Так, для региональной социально-экономической системы Удмуртской Республики показатели взаимосвязи производительности труда и заработной платы, показатели степени дифференциации населения по уровню заработной платы позволяют рассматривать обобщенную оценку уровня заработной платы как объективную характеристику эффективности труда и использовать ее в модели экономического роста [18–19].

Количественная составляющая эффективного объема трудовых ресурсов рассчитывается в результате решения задачи моделирования и прогнозирования демографической динамики, которая подробно представлена в работах [1, 20]. Построенные прогнозные функции численности трудовых ресурсов и общей численности населения региона вводятся в модель оптимального управления социально-экономической системой явным образом.

В рассматриваемой постановке задачи оптимального управления социально-экономической системой, как и во многих прикладных задачах, реальная прогнозная информация явно привязана к календарному времени. Модели такого типа являются негомогенными. Если в гомогенной модели существует стационарная точка оптимальной стратегии, то в негомогенной постановке присутствует квазистационарная траектория сбалансированного роста [1].

Как было сформулировано выше, производимый в социально-экономической системе продукт распределяется на потребление, инвестиции в поддержание и расширение производственного капитала и инвестиции, направленные на развитие социально-образовательного потенциала региона, которые формируют эффективный объем трудовых ресурсов. Результатом решения задачи управления является оптимальное распределение производимого конечного продукта на потребление и инвестиции в соответствующие сферы. Алгоритм решения задачи включает в себя два основных этапа: этап построения объективной квазистационарной траектории сбалансированного роста и этап построения оптимальной траектории движения социально-экономической системы, которая выводит ее на квазистационарную траекторию сбалансированного роста. Период выхода назовем переходным периодом. Его можно варьировать за счет темпов наращивания социально-образовательного потенциала.

Логика построения оптимального управления в негомогенных моделях базируется на идее о том, что решение гомогенной модели принимается как нулевое приближение. Такой подход корректен, если прогнозные кривые, вводимые в модель, меняются плавным образом (в нашем случае это справедливо в силу инерционности демографических процессов). Выявленная структура решения в гомогенной модели переносится на негомогенную постановку, тем самым формируя квазистационарную траекторию. Структура решения в гомогенной постановке определяется на основе принципа оптимальности Р. Беллмана [21–22]. Корректность перехода подтверждается использованием принципа максимума Понтрягина [23,–24]. Для представленной модели оптимального управления региональной социально-экономической системой двухэтапный подход реализован полностью.

Решение задачи представлено на примере статистических данных региональной социально-экономической системы Удмуртской Республики (УР).

### *Материал и методы исследования.*

#### *Постановка задачи*

Принимаются следующие основные положения.

1. На макроуровне при моделировании экономической динамики региона будем рассматривать обобщенные показатели: валовый региональный продукт (ВРП)  $Y$ , производственный капитал (основные производственные фонды ОПФ)  $K$ , инвестиции в ОПФ  $I$ , эффективный объем трудовых ресурсов  $Z$ , инвестиции на развитие социально-образовательного потенциала региона  $E$ , и, наконец, потребление  $C$ .

2. Из общего населения региона  $P(t)$  будем выделять группу экономически активного населения  $L(t)$ , которое участвует в производстве ВРП. Потребление в экономической системе распределяется на население  $P(t)$ . Доля экономически активного населения в общей численности  $\lambda = L/P \in (0,1)$ , т. к.  $0 < L(t) < P(t)$ . Кривые  $P(t)$  и  $L(t)$  получены в результате решения задачи демографической динамики и вводятся в модель экзогенным образом. Расчет отношения  $\lambda$  осуществляется по формуле:

$$\lambda(t) = \frac{L(t)}{P(t)} = \left( \int_0^{\tau_m} \varepsilon_m(t, \tau) \rho_m(t, \tau) d\tau + \int_0^{\tau_m} \varepsilon_{жс}(t, \tau) \rho_{жс}(t, \tau) d\tau \right) / \int_0^{\tau_m} \rho(t, \tau) d\tau$$

где  $\rho(t, \tau)$  – функция распределения населения возраста  $\tau$  в год  $t$  (плотность),  $\varepsilon_m(t, \tau)$  и  $\varepsilon_{жс}(t, \tau)$  – доли мужчин и женщин возраста  $\tau$ , которые участвуют в производстве ВРП в год  $t$ ,  $\tau_m$  – время дожития,  $\rho_{м(жс)}(t, \tau)$  – плотность распределения по возрастам мужского (женского) населения.

3. Эффективный объем трудовых ресурсов  $Z(t)$  — показатель экономического роста за счет фактора живого труда, характеризующий динамику качества (эффективности использования) трудовых ресурсов. Эффективный объем  $Z(t)$  зависит от средней эффективности одного работника  $z(t)$  и численности трудовых ресурсов  $L(t)$ :  $Z(t) = L(t)z(t)$ .

4. Задача управления рассматривается в непрерывном времени с конечным интервалом планирования  $[t_0, t_T]$ ;  $\delta$  — коэффициент дисконтирования.

5. Фазовыми переменными модели являются производственный капитал  $K$  и эффективность одного работника  $z(t)$ , динамика которых описывается уравнениями:

$$\dot{K} = I - \eta_k K, \quad \dot{z} = \lambda \frac{E}{L} - \eta_z Z; \quad \eta_k \text{ и } \eta_z \text{ — коэффициенты выбытия соответствующих факторов производства.}$$

6. Объем выпуска определяется производственной функцией  $Y = F(K, Z)$ . Она является выпуклой вверх функцией, монотонно возрастающей по каждой переменной, а также линейно-однородной функцией:  $F(K, Z) = LF(K/L, Z/L) = LF(k, z)$ . Здесь  $k = K/L$  и  $z = Z/L$  есть удельные (в расчете на одного работающего) величины производственного капитала и эффективного объема трудовых ресурсов соответственно.

7. Каждый год  $\forall t \in [t_0, t_T]$  происходит распределение произведенного продукта  $Y = C + I + E$  на 3 части: инвестиции  $I$ ,  $E$  в производственные факторы  $K$ ,  $Z$  соответственно и потребление  $C$  (Рисунок 1).

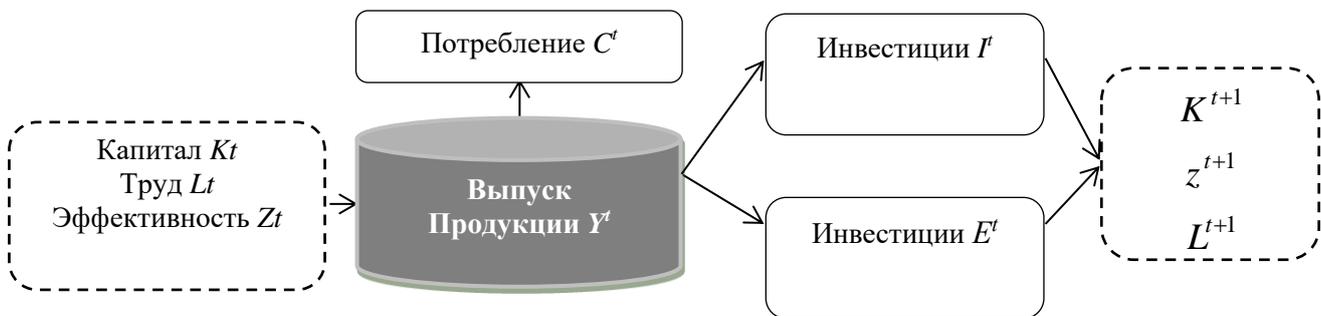


Рисунок 1. Схема цикла воспроизводства экономики.

8. В социально-экономической системе  $\forall t \in [t_0, t_T]$  должен сохраняться минимальный уровень потребления  $C_{min}$ , значит,  $C = \bar{C} + C_{min}$ . Тогда  $\bar{Y} := Y - C_{min}$ ,  $\bar{F}(K, Z) := F(K, Z) - C_{min}$  и ограничения на факторы производства  $0 < C_{min} < F(K, Z)$ ;  $\bar{Y} = \bar{C} + I + E \geq 0$ ,  $\bar{C}, I, E \geq 0$ .

9. Управление в экономической системе осуществляется согласно вектору  $s = (s_c, s_k, s_z)$ , где  $s_c = C/\bar{Y}$  – норма потребления,  $s_k = I/\bar{Y}$  – норма инвестиций в  $K$ ,  $s_z = E/\bar{Y}$  – норма инвестиций в  $E$ , причем  $s_c + s_k + s_z \leq 1$ .

10. Дифференциальные уравнения для фазовых переменных с учетом  $s_c = C/\bar{Y}$ ,  $s_k = I/\bar{Y}$ ,  $s_z = E/\bar{Y}$  и вследствие перехода от абсолютных величин к удельным  $k = K/L$ ,  $\bar{y} = \bar{Y}/L$ ,  $c_{\min} = C_{\min}/P$ ,  $\bar{y} = \bar{Y}/L \Rightarrow \bar{F}(K, Z)/L = \bar{f}(k, z) = f(k, z) - c_{\min}/\lambda$ , примут вид:  $\dot{k} = s_k f(k, z) - \tilde{\eta}_k k$ ,  $\tilde{\eta}_k = \eta_k + (\dot{L}/L)$ ,  $\dot{z} = s_z f(k, z) - \eta_z z$ . Начальное и конечное состояния системы  $k(t_0) = k_0$ ,  $z(t_0) = z_0$ ;  $k(t_T) = k_T$ ,  $z(t_T) = z_T$ . Причем  $k_T = k^*(t_T)$ ,  $z_T = z^*(t_T)$ , где  $k^*$ ,  $z^*$  — значения переменных на квазистационарной траектории сбалансированного роста. Если в течение планового периода  $T$  социально-экономическая система успевает выйти на квазистационарную траекторию сбалансированного роста, то она остается на ней до конца периода  $T$ .

11. Критерием оптимальности задачи управления является удельное (в расчете на одного человека) дисконтированное максимальное накопленное за весь период планирования  $[t_0, t_T]$  потребление: 
$$Cr = \int_{t_0}^{t_T} (s_c \bar{f}(k, z) \lambda + c_{\min}) e^{-\delta(t-t_0)} dt \rightarrow \max_{s \in \Omega}$$
. Множество допустимых управлений имеет вид 
$$\Omega = \left\{ (s_l) = (s_k, s_z) : s_l \in [0, 1], \sum_l s_l = 1 - s_c \right\}$$
.

12. Информационный паспорт задачи (исходная информация) имеет вид  $\{\tilde{\eta}_1, \eta_2, \bar{f}, c_{\min}, \lambda, \delta, T\}$ .

Сформулированная задача является задачей оптимального управления социально-экономической системой с учетом эффективного объема трудовых ресурсов.

#### Алгоритм решения задачи.

Будем говорить о двух частях оптимальной траектории движения системы. Первый участок представляет собой переходный период до момента достижения квазистационарного участка, второй участок — движение по квазистационарной траектории сбалансированного роста. Изучаемая модель относится к классу РКК-моделей экономической динамики. РКК-модель — это модель, основанная на идеях Ф. Рамсея, Д. Касса и Т. Купманса, изложенных в работах [25–27]. В адаптированном виде с моделями этого класса можно ознакомиться в работах [20, 22].

Обозначим вектор фазовых переменных  $x = (k, z)$ , вектор двойственных переменных  $\psi = (\psi_k, \psi_z)$ , вектор переменных управления  $s = (s_c, s_k, s_z)$ . Гамильтониан задачи  $H(\psi, s, x, t)$  имеет вид:

$$H(\psi, s, x, t) = \left[ (1 - s_k - s_z) \bar{f}(k, z) \lambda + c_{\min} \right] e^{-\delta t} + \psi_k [s_k \bar{f}(k, z) - \tilde{\eta}_k k] + \psi_z [s_z \bar{f}(k, z) - \eta_z z] \quad (1)$$

В изложении игнорируем факт наличия фазовых ограничений. Наложение выше условие  $0 < c_{\min} < \lambda f$  обеспечивает присутствие системы в той области фазовой плоскости, где  $\bar{f}(k, z) > 0$ .

Необходимые условия принципа максимума Понтрягина [23] применительно к поставленной задаче (п. 1–12) имеют вид:

1. При каждом фиксированном  $t \in [0, T]$ :

$$\begin{aligned} s_k(t) &= \arg \max_{(s_k, s_z) \in \Omega} H(\psi, s, x, t), \\ s_z(t) &= \arg \max_{(s_k, s_z) \in \Omega} H(\psi, s, x, t). \end{aligned} \quad (2)$$

2. Двойственные переменные  $\psi_k, \psi_z$  должны удовлетворять системе дифференциальных уравнений:

$$\dot{\psi}_k = -\frac{\partial H}{\partial k}, \quad \dot{\psi}_z = -\frac{\partial H}{\partial z}, \quad (3)$$

фазовые переменные  $k, z$  должны удовлетворять системе дифференциальных уравнений:

$$\dot{k} = \frac{\partial H}{\partial \psi_k}, \quad \dot{z} = \frac{\partial H}{\partial \psi_z} \quad (4)$$

с краевыми условиями

$$k(0) = k_0, \quad z(0) = z_0; \quad k(T) = k_T, \quad z(T) = z_T. \quad (5)$$

Вводя замену для вектора двойственных переменных  $\pi = (\pi_k, \pi_z)$

$$\pi_k = \psi_k e^{\delta t}, \quad \pi_z = \psi_z e^{\delta t}, \quad (6)$$

преобразуем (1) к виду:

$$H(\pi, s, x, t) = \left[ (1 - s_k - s_z) \bar{f}(k, z) \lambda + c_{\min} \right] e^{-\delta t} + \pi_k e^{-\delta t} [s_k \bar{f}(k, z) - \tilde{\eta}_k k] + \pi_z e^{-\delta t} [s_z \bar{f}(k, z) - \eta_z z] \quad (7)$$

Условие (2) применительно к (7) запишется в виде:

$$\arg \max_{s \in \Omega} s_k (\pi_k - \lambda) + s_z (\pi_z - \lambda), \quad (8)$$

откуда определим управления  $s_k(t)$  и  $s_z(t)$ .

Квазистационарный характер оптимальной траектории проявляется вследствие того, что величина  $\lambda = \lambda(t)$ , присутствующая в (8), является функцией времени.

Системы уравнений (3) с учетом замены (6) запишется в виде:

$$\begin{cases} \dot{\pi}_k = (\delta + \tilde{\eta}_k) \pi_k - [(1 - s_k - s_z) \lambda + s_k \pi_k + s_z \pi_z] f'_k(k, z), \\ \dot{\pi}_z = (\delta + \eta_z) \pi_z - [(1 - s_k - s_z) \lambda + s_k \pi_k + s_z \pi_z] f'_z(k, z) \end{cases} \quad (9)$$

а система (4) примет вид:

$$\begin{cases} \dot{k} = s_k \bar{f}(k, z) - \tilde{\eta}_k k, \\ \dot{z} = s_z \bar{f}(k, z) - \eta_z z. \end{cases} \quad (10)$$

Квазистационарная траектория сбалансированного роста определяется из условий:

$$\pi_k = \pi_z = \lambda, \quad (11)$$

$$\dot{\pi}_k = \dot{\pi}_z = \dot{\lambda}, \quad (12)$$

Подставив (11), (12) в (9), (10), найдем параметры  $k^*, z^*, s_k^*, s_z^*$  квазистационарной траектории:

$$\begin{cases} f'_k(k^*, z^*) = \delta + \tilde{\eta}_k - (\dot{\lambda}/\lambda), \\ f'_z(k^*, z^*) = \delta + \eta_z - (\dot{\lambda}/\lambda), \\ s_k^* = (\tilde{\eta}_k k^* + \dot{k}^*) / \bar{f}(k^*, z^*), \\ s_z^* = (\eta_z z^* + \dot{z}^*) / \bar{f}(k^*, z^*). \end{cases} \quad (13)$$

Для построения переходного периода до достижения квазистационарной траектории сбалансированного роста используются нестационарные уравнения (9) и (10), которые решаются в обратном времени с использованием метода «стрельбы». В расчетах применялся модифицированный метод Эйлера с коррекцией [28]. Исходя из начальных значений переменных  $k(t_0) = k_0$ ,  $z(t_0) = z_0$  в ходе решения подбирается момент времени  $t^*$ , в который оптимальная траектория движения социально-экономической системы выходит на квазистационарную траекторию сбалансированного роста. Одновременно при решении восстанавливаются значения переменных  $\{\pi_k, \pi_z\}_t$  и  $\{s_k, s_z\}_t$ . На заключительном этапе прямым ходом решается задача оптимального распределения инвестиций.

*Результаты решения задачи управления на примере социально-экономической системы Удмуртской Республики*

Рассмотрим социально-экономические показатели УР, статистические данные по которым представлены на сайте Госкомстата [29] в разделе Официальная статистика (подразделы Национальные счета, Население, Предпринимательство) и на сайте Федерального казначейства [30] в разделе Исполнение бюджетов (подраздел Консолидированные бюджеты субъектов РФ и подраздел Бюджеты территориальных государственных внебюджетных фондов субъектов РФ). В Таблице 1 приведены статистические данные по следующим макроэкономическим показателям УР: валовый региональный продукт  $Y$ , производственный капитал (ОПФ)  $K$ , инвестиции в ОПФ  $I$ , обобщенная оценка уровня заработной платы как эффективный объем трудовых ресурсов  $Z$ , инвестиции на развитие социально-образовательного потенциала региона  $E$ , потребление  $C$ , общая численность населения региона  $P$ , численность экономически активного населения региона  $L$ , участвующего в создании ВРП.

Таблица 1.  
 СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ УР ЗА ПЕРИОД 2000–2019 ГОДЫ  
 (показатели, измеряемые в руб., выражены в ценах текущего года)

Год	$Y$ , млрд руб.	$K$ , млрд руб.	$Z$ , млрд руб.	$I$ , млрд руб.	$E$ , млрд руб.	$C$ , млрд руб.	$P$ , тыс чел.	$L$ , тыс чел.
2000	53,3	184,4	192,1	9,9	5,0	38,4	1591,8	809,0
2001	65,5	220,7	247,6	12,1	6,4	47,0	1583,1	799,8
2002	78,3	254,8	262,8	14,7	9,2	54,4	1573,2	821,2
2003	89,0	278,8	283,0	18,0	11,4	59,7	1564,6	808,3
2004	100,8	315,5	287,3	21,9	14,1	64,8	1557,7	803,0
2005	139,9	368,3	345,6	26,9	20,3	92,7	1550,1	823,0
2006	164,8	394,5	402,6	34,3	27,4	103,1	1542,2	846,5
2007	205,6	484,4	416,9	44,6	39,8	121,2	1535,8	838,4
2008	243,1	553,4	488,3	53,5	44,6	145,0	1530,6	839,4
2009	230,9	592,0	455,0	40,5	45,0	145,5	1526,7	854,8
2010	274,6	650,5	433,9	51,1	48,2	175,2	1522,8	831,9



Год	Y, млрд руб.	K, млрд руб.	Z, млрд руб.	I, млрд руб.	E, млрд руб.	C, млрд руб.	P, тыс чел.	L, тыс чел.
2011	335,9	696,8	431,5	62,3	56,1	217,5	1519,2	837,7
2012	372,8	817,0	420,9	64,2	70,4	238,1	1517,9	829,7
2013	405,1	870,2	434,6	82,7	80,2	242,2	1517,4	828,4
2014	450,5	974,7	370,9	91,6	84,0	274,9	1517,3	822,8
2015	517,9	1040,6	357,9	81,8	89,6	346,5	1517,3	820,5
2016	531,8	1169,6	353,3	87,1	92,4	352,2	1517,0	806,5
2017	552,3	1245,8	336,2	83,7	88,6	380,0	1514,9	788,7
2018	631,1	1362,7	315,0	97,0	102,6	431,5	1510,2	781,2
2019	694,21	1458,1	346,5	100,5	109,8	464,5	1505,2	788,6

Приведем стоимостные показатели в Таблице 1 к ценам 2019 года (в соответствии с индексом-дефлятором) и представим их в Таблице 2.

Таблица 2.

СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ УР  
 (в сопоставимых ценах 2019 года)

Год	Индекс- дефлятор (к пред. году)	Y, млрд руб.	K, млрд руб.	Z, млрд руб.	I, млрд руб.	E, млрд руб.	C, млрд руб.
2000	1,376	405,56	1403,13	199,44	75,33	6,88	292,19
2001	1,165	427,81	1441,49	257,01	79,03	7,45	306,97
2002	1,156	442,40	1439,63	272,82	83,05	10,63	307,36
2003	1,138	441,87	1384,21	293,76	89,36	12,97	296,4
2004	1,203	416,01	1302,10	298,26	90,38	16,96	267,43
2005	1,193	483,97	1274,11	358,73	93,05	24,21	320,69
2006	1,152	494,89	1184,67	417,9	103	31,56	309,6
2007	1,138	542,54	1278,24	432,74	117,69	45,29	319,82
2008	1,180	543,64	1237,56	506,82	119,64	52,62	324,26
2009	1,020	506,23	1297,92	472,27	88,79	45,9	319
2010	1,142	527,18	1248,84	450,38	98,1	55,04	336,35
2011	1,159	556,40	1154,21	447,92	103,19	65,01	360,27
2012	1,091	566,01	1240,44	436,87	97,47	76,8	361,5
2013	1,054	583,54	1253,52	451,07	119,12	84,53	348,88
2014	1,075	603,67	1306,1	385,01	122,74	90,3	368,36
2015	1,076	644,96	1295,91	371,53	101,87	96,4	431,51
2016	1,032	641,74	1411,4	366,71	105,1	95,35	425,01
2017	1,054	632,33	1426,33	348,91	95,82	93,38	435,06
2018	1,103	655,08	1414,48	326,94	100,68	113,16	447,89
2019	1,038	694,21	1458,1	320,96	100,5	113,97	464,5

Параметры, присутствующие в информационном паспорте задачи оптимального управления социально-экономической системой региона, подлежат определению. Они рассчитаны за период 2000–2019 годы на основе статистических данных по УР (Таблица 2) в соответствии с алгоритмом идентификации неизвестных параметров [1]. Получены следующие значения:  $\tilde{\eta}_k = 0,03$ ;  $\eta_z = 0,07$ ;  $Y = F(K, Z) = 0,72K^{0,54}H^{0,46}$ . Коэффициент дисконтирования  $\delta = 0,05$ , плановый период  $T = 10$  лет,  $c_{\min} = 0,4Y$ .

Для определения прогнозной доли  $\lambda = L/P \in (0,1)$  численности экономически активного населения УР в общей численности населения был построен прогноз их динамики на период



2020–2035 годы по результатам решения задачи демографической динамики [1]. Численности общей и экономически активной групп населения УР представлены на Рисунке 2а, динамика доли экономически активного населения приведена на Рисунке 2б.

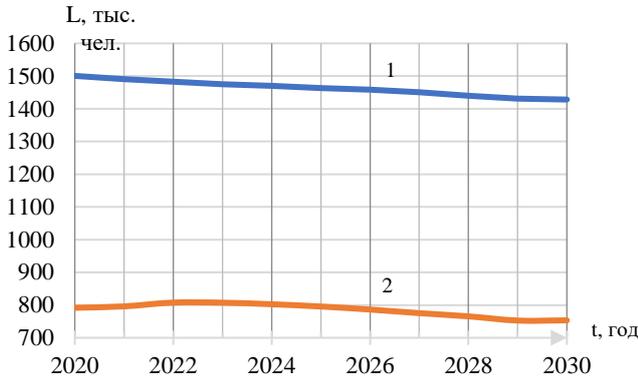


Рисунок 2а. Прогнозная динамика численности населения УР на период 2020–2035 годы: общая численность (1), экономически активное население (2).

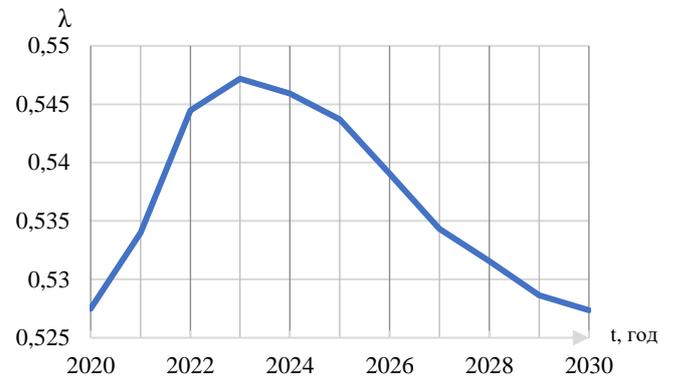


Рисунок 2б. Прогнозная динамика доли экономически активного населения в общей численности населения УР на период 2020–2035 годы.

На Рисунках 3а, 3б, 4а, 4б приведены некоторые результаты решения задачи управления социально–экономической системой. Расчеты проводились в сопоставимых данных, приведенных к 2019 году.

Социально–экономическая система достигает оптимальной траектории и остается на ней благодаря стратегии управления (8).

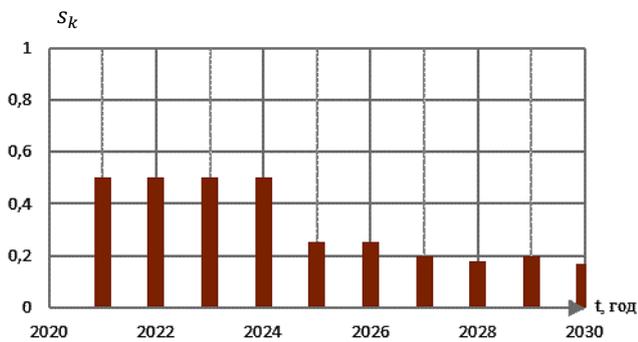


Рисунок 3а. Изменение параметра управления  $S_k$ .

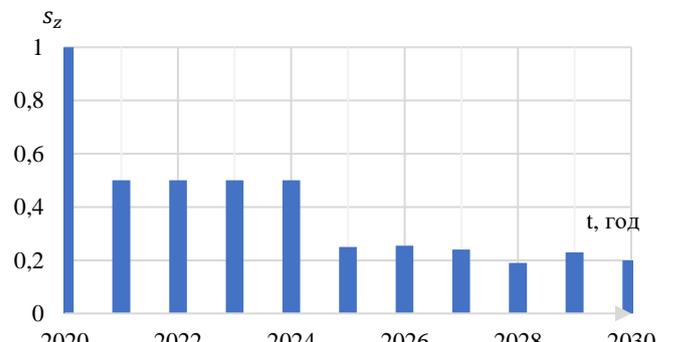


Рисунок 3б. Изменение параметра управления  $S_z$ .

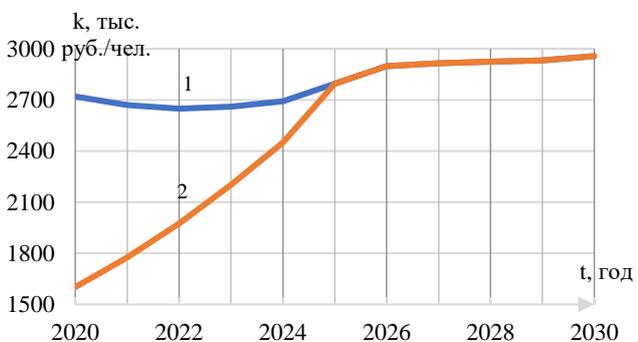


Рисунок 4а. Траектория изменения фазовой координаты  $k$ : оптимальная траектория движения социально–экономической системы (1), квазистационарная траектория сбалансированного роста (2).

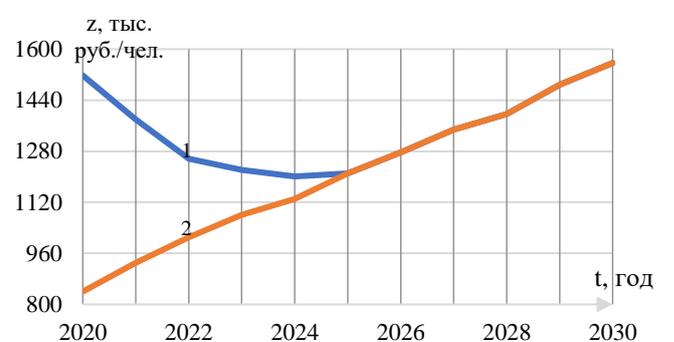


Рисунок 4б. Траектория изменения фазовой координаты  $z$ : оптимальная траектория движения социально–экономической системы (1), квазистационарная траектория сбалансированного роста (2).

Изначально фактические уровни удельной (в расчете на одного работающего) величины производственного капитала и эффективного объема трудовых ресурсов находятся ниже оптимальных значений (Рисунки 4а, 4б). Видно, что в начальный момент времени капиталовооруженность находится ближе к соответствующей квазистационарной траектории сбалансированного роста, чем эффективность труда. Согласно стратегии управления (8), будем инвестировать финансовые средства в ту фазовую переменную, которая более удалена от своей квазистационарной траектории до тех пор, пока обе фазовые координаты не выровняются в своей удаленности от квазистационарной траектории. Поэтому в начальные годы планового периода наблюдается увеличение доли инвестиций на развитие социально-образовательного потенциала региона.

В 2025 году, когда фазовые координаты системы одновременно выходят на квазистационарную траекторию, доли капиталовложений сокращаются.

Таким образом, как показали расчеты, при реализации сценария оптимального управления производственный капитал на первом этапе уменьшается, что объясняется необходимостью выведения устаревших фондов, которые имеют низкую производительность и берут на себя большие материальные затраты на обслуживание. Такая политика открывает возможность повысить эффективность труда в 1,7 раза к 2025 году. Начиная с 2023 года, происходит наращение производственного капитала. Оптимальное распределение инвестиций между производственной и социальной сферами региона позволяет нарастить удельный валовый региональный продукт к 2030 году в 1,94 раза (Рисунок 5а).

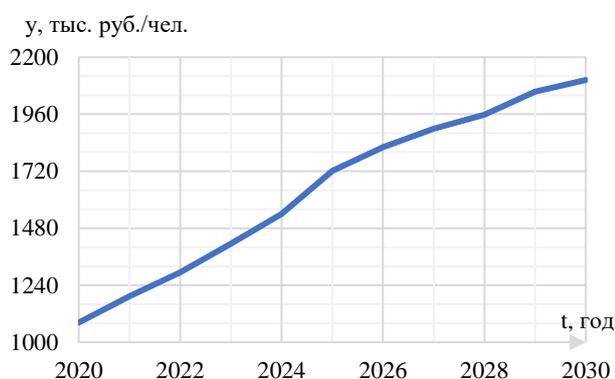


Рисунок 5а. Динамика удельного значения валового регионального продукта за планируемый период 2020–2030 годы.

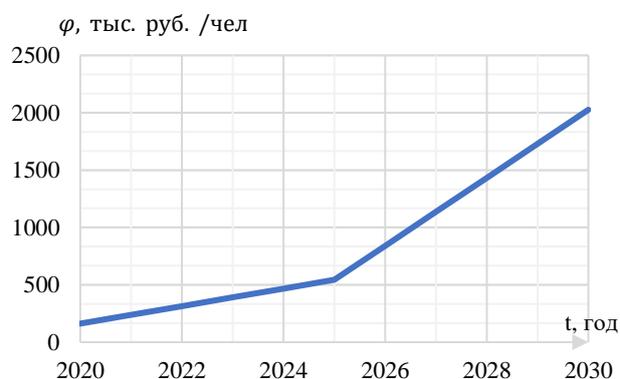


Рисунок 5б. Накопленное удельное потребление за планируемый период 2020–2030 годы.

В период выхода системы на оптимальную траекторию темпы роста ВРП достаточно велики. Это объясняется тем, что в первые годы активно наращиваются основные производственные фонды и вкладываются средства в социально-образовательный потенциал региона. Потребление в социально-экономической системе поддерживается на минимальном уровне. При достижении системой оптимальной квазистационарной траектории сбалансированного роста темпы увеличения производительности труда  $y(t)$  уменьшаются вследствие уменьшения темпов роста факторов производства. Потребление в системе растёт.

Гарантированный уровень среднедушевого потребления составляет  $c_{\min} = 92$  тыс руб./год (в ценах 2019 года). Критериальный функционал, который рассчитывается как накопленное за прогнозный период потребление на душу населения, к концу планового периода достигает величины 2026 тыс руб. (рисунок 5б).

Годовой объем потребления не является постоянной величиной на всем горизонте планирования. Так, до момента выхода обеих фазовых координат на квазистационар (2025 год), потребление постоянно и составляет 92 тыс. руб. в год на человека. Этот период характеризуется большими объемами инвестиций в производственную и социальную сферу. После выхода на оптимальную траекторию развития на потребление может направляться уже порядка 60 % ВРП, что обеспечивает быстрый рост удельного благосостояния.

#### *Заключение*

Таким образом, решена задача оптимального управления экономической системой на примере Удмуртской Республики, определены квазистационарные траектории сбалансированного экономического роста. Показано, что увеличение благосостояния населения и увеличение ВРП связаны с соблюдением оптимального соотношения между факторами производства. На оптимальной траектории фазовые переменные должны быть одного порядка, поэтому вложения в эффективность труда (социальную сферу) являются необходимым условием экономического роста.

Представленный в работе алгоритм позволяет решить задачу оптимального управления социально-экономической системой с учетом фактора эффективности трудовых ресурсов.

Решение задачи оптимального управления находится при помощи сочетания аналитических и численных методов.

В результате решения задачи управления на примере социально-экономической системы Удмуртской Республики получены оптимальные значения макроэкономических показателей региона. Показано, что выход системы на сбалансированную траекторию экономического роста при реализации сценария оптимального управления может быть осуществлен к 2025 году, что позволит нарастить ВРП к этому моменту почти в 2 раза. Выявлено, что на данном этапе приоритетным является развитие фактора эффективности трудовых ресурсов региона, который позволяет достигать скорейшего роста экономических показателей.

#### *Список литературы:*

1. Кетова К. В. Математические модели экономической динамики. Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2013. 281 с.
2. Указ Президента Российской Федерации от 13.05.2017 г. №208 «О Стратегии экономической безопасности Российской Федерации на период до 2030 года». <https://clck.ru/PKgRJ>
3. Федеральная служба государственной статистики. Информация для анализа показателей состояния экономической безопасности Российской Федерации. <https://clck.ru/PKgS5>
4. Шумилина В. Е., Цвиль М. М. Статистическое моделирование и прогнозирование индекса производительности труда в Российской Федерации // Вестник евразийской науки. 2019. Т. 11. №1. С. 46.
5. Галиуллин Х. Я., Ермаков Г. П., Симонова М. В. Понятие эффективности труда // Экономика труда. 2017. Т. 4. №3. С. 183-196. <https://doi.org/10.18334/et.4.3.38263>
6. Социальный бюллетень. Производительность труда в Российской Федерации. <https://clck.ru/PKhNd>
7. Шевякова К. З. Заработная плата, ее функции и взаимосвязь с производительностью труда // Бизнес. Образование. Право. 2014. №2 (27). С. 249-252.

8. Аранжин В. В. Взаимосвязь заработной платы и производительности труда: тенденции в условиях цифровизации экономики // Экономика труда. 2019. Т. 6. №1. С. 523-534. <https://doi.org/10.18334/et.6.1.39938>
9. Адилова К. З. Заработная плата и производительность труда // Бизнес. Образование. Право. 2013. №3 (24). С. 96-99.
10. Смирнов М. А., Санников О. В. Производительность труда, заработная плата и экономическая эффективность труда // Уровень жизни населения регионов России. 2008. №2. С. 5-22.
11. Кабанов В. Н. Экономические измерения в управлении (на примере использования бухгалтерской модели точки безубыточности) // Бизнес. Образование. Право. 2012. №2 (19). С. 28-38.
12. Половкина Э. А. Взаимосвязь заработной платы и производительности труда в современной экономике // Вестник Казанского государственного аграрного университета. 2009. Т. 4. №4 (14). С. 75-77.
13. Белавин Д. Я. Взаимосвязь заработной платы и производительности труда в инновационной экономике: автореф. дисс. ... канд. экон. наук. Казань, 2008. 23 с.
14. Самойлов А. В., Молчанова С. М. Неравенство в оплате труда. Сегментация рынка // Экономика труда. 2020. Т. 7. №1. С. 27-42. <https://doi.org/10.18334/et.7.1.41491>
15. Родионова И. В., Резниченко В. Д. Дифференциация доходов населения: региональный аспект // Российское предпринимательство. 2014. Т. 15. №23. С. 147-153.
16. Костылева Л. В. Неравенство населения России: тенденции, факторы, регулирование. Вологда: ИСЭРТ РАН, 2011. 221 с.
17. Макаров И. Н., Дробот Е. В., Авцинова А. А., Филоненко Н. Ю. Пространственное развитие России: проблемы межрегиональной дифференциации // Экономические отношения. 2019. Т. 9. №4. С. 2953-2964. <https://doi.org/10.18334/eo.9.4.41347>
18. Игошева А. П., Кетова К. В. Анализ дифференциации уровня жизни населения по регионам Приволжского федерального округа // Молодые ученые - ускорению научно-технического прогресса в XXI веке. 2013. С. 661-665.
19. Кетова К. В., Вавилова Д. Д., Русяк И. Г. Построение математической оценки потенциала экономически активного населения региональной системы // Научный электронный журнал Меридиан. 2020. №6 (40). С. 300-302.
20. Кетова К. В. Разработка методов исследования и оптимизация стратегии развития экономической системы региона: дисс. ... д-ра физ.-мат. наук. Ижевск, 2008.
21. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Айрис пресс, 2002. 564 с.
22. Беленький В. З., Кетова К. В. Полное аналитическое решение макро модели развития региона при экзогенном демографическом прогнозе // Экономика и математические методы. 2006. Т. 42. №4. С. 85-95.
23. Беленький В. З. Оптимизационные модели экономической динамики. Понятийный аппарат. Одномерные модели. М.: Наука, 2007. 253 с.
24. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1961. 391 с.
25. Ramsey F. P. A mathematical theory of saving // The economic journal. 1928. V. 38. №152. P. 543-559. <https://doi.org/10.2307/2224098>
26. Cass D. Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation // The Review of economic studies. 1965. V. 32. №3. P. 233-240. <https://doi.org/10.2307/2295827>

27. Koopmans T. C. On the concept of optimal economic growth // Cowles Foundation for Research in Economics. Yale University, 1963. №163.
28. Калиткин Н. Н. Численные методы. М.: Наука, 2011. 587 с.
29. Официальный сайт федеральной службы государственной статистики Российской Федерации. <http://www.gks.ru>
30. Официальный сайт Федерального казначейства. <http://www.roskazna.ru>

#### References:

1. Ketova, K. V. (2013). *Matematicheskie modeli ekonomicheskoi dinamiki*. Izhevsk, IzhGTU, 281. (in Russian).
2. Ukaz Prezidenta Rossiiskoi Federatsii ot 13.05.2017 g. no. 208 O Strategii ekonomicheskoi bezopasnosti Rossiiskoi Federatsii na period do 2030 goda. <https://clck.ru/PKgRJ>
3. Federal'naya sluzhba gosudarstvennoi statistiki. Informatsiya dlya analiza pokazatelei sostoyaniya ekonomicheskoi bezopasnosti Rossiiskoi Federatsii. <https://clck.ru/PKgS5>
4. Shumilina, V. E., & Tsvil, M. M. (2019). Statistical modeling and forecasting of the index of labor productivity in the Russian Federation. *The Eurasian Scientific Journal*, 11(1), 46. (in Russian).
5. Galiullin, Kh. Ya., Ermakov, G. P., & Simonova, M. V. (2017). Concept of labor efficiency. *Russian Journal of Labor Economics*, 4(3), 183-196. (in Russian). <https://doi.org/10.18334/et.4.3.38263>
6. Sotsial'nyi byulleten'. Proizvoditel'nost' truda v Rossiiskoi Federatsii. <https://ac.gov.ru/files/publication/a/13612.pdf>
7. Shevyakova, C. Z. (2014). Salary, its function, its interaction with labor productivity. *Business. Education. Law*, (2), 249-252. (in Russian).
8. Aranzhin, V. V. (2019). The relationship of wages and productivity: trends in the conditions of economy digitization. *Russian Journal of Labor Economics*, 6(1), 523-534. (in Russian). <https://doi.org/10.18334/et.6.1.39938>
9. Adilova, K. Z. (2013). Salaries and labour productivity. *Business. Education. Law*, (3), 96-99.
10. Smirnov, M. A., & Sannikov, O. V. (2008). Proizvoditel'nost' truda, zarabotnaya plata i ekonomicheskaya effektivnost' truda. *Uroven' zhizni naseleniya regionov Rossii*, (2), 5-22. (in Russian).
11. Kabanov, V. N. (2012). Economic assessment in management (on example of application of the accounting model of the breakeven point). *Business. Education. Law*, (2), 28-38. (in Russian).
12. Polovkina, E. A. (2009). Vzaimosvyaz' zarabotnoi platy i proizvoditel'nosti truda v sovremennoi ekonomike. *Vestnik of the Kazan State Agrarian University*, 4(4), 75-77. (in Russian).
13. Belavin, D. Ya. (2008). Vzaimosvyaz' zarabotnoi platy i proizvoditel'nosti truda v innovatsionnoi ekonomike: autoref. Ph.D. diss. Kazan. (in Russian).
14. Samoylov, A. V., & Molchanova, S. M. (2020). Inequality in payment of labour. Market segmentation. *Russian Journal of Labor Economics*, 7(1), (in Russian). <https://doi.org/10.18334/et.7.1.41491>
15. Rodionova, I. V., & Reznichenko, V. D. (2014). Differentiation of population incomes: the regional dimension. *Russian Journal of Entrepreneurship*, 15(23), 147-153. (in Russian).
16. Kostyleva, L. V. (2011). Neravenstvo naseleniya Rossii: tendentsii, faktory, regulirovanie. Vologda. (in Russian).

17. Makarov, I. N., Drobot, E. V., Avtsinova, A. A., & Filonenko, N. Yu. (2019). The spatial development of Russia: problems of interregional differentiation. *Journal of International Economic Affairs*, 9(4), 2953-2964. (in Russian). <https://doi.org/10.18334/eo.9.4.41347>
18. Igosheva, A. P., & Ketova, K. V. (2013). Analiz differentsiatsii urovnya zhizni naseleniya po regionam Privolzhskogo federal'nogo okruga. In *Molodye uchenye - uskoreniyu nauchno-tehnicheskogo progressa v XXI veke*, 661-665. (in Russian).
19. Ketova, K. V., Vavilova, D. D., & Rusyak, I. G. (2020). Construction of Mathematical Assessment of the Potential of the Economically active population in the Regional System. *Nauchnyi elektronnyi zhurnal Meridian*, (6), С. 300-302. (in Russian).
20. Ketova, K. V. (2008). Razrabotka metodov issledovaniya i optimizatsiya strategii razvitiya ekonomicheskoi sistemy regiona: Dr. diss. Izhevsk. (in Russian).
21. Intriligator, M. (2002). *Matematicheskie metody optimizatsii i ekonomicheskaya teoriya*. Moscow, Airis Press, 564. (in Russian).
22. Belenky, V. Z., & Ketova, K. V. (2006). The complete analytical solution of the macro-model of regional development for the exogenous demographic prognosis *Economics and Mathematical Methods*, 42(4), 85-95. (in Russian).
23. Belenky, V. Z. (2007). Optimizatsionnye modeli ekonomicheskoi dinamiki. Ponyatiinyi apparat. Odnomernye modeli. Moscow, Nauka, 253. (in Russian).
24. Pontryagin, L. S., Boltyansky, V. G., Gamkrelidze, R. V., & Mishchenko, E. F. (1961). *Matematicheskaya teoriya optimalnykh protsessov*. Moscow, 391 (in Russian).
25. Ramsey, F. P. (1928). A mathematical theory of saving. *The economic journal*, 38(152), 543-559. <https://doi.org/10.2307/2224098>
26. Cass, D. (1965). Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation. *The Review of economic studies*, 32(3), 233-240. <https://doi.org/10.2307/2295827>
27. Koopmans, T. C. (1963). On the concept of optimal economic growth. Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University, (163).
28. Kalitkin, N. N. (2011). *Chislennyye metody*. Moscow, Nauka, 587. (in Russian).
29. Ofitsial'nyi sait federal'noi sluzhby gosudarstvennoi statistiki Rossiiskoi Federatsii. <http://www.gks.ru>
30. Ofitsial'nyi sait Federal'nogo kaznacheistva. <http://www.roskazna.ru>

Работа поступила  
в редакцию 12.06.2020 г.

Принята к публикации  
17.06.2020 г.

Ссылка для цитирования:

Кетова К. В., Русьяк И. Г., Седов Р. А. Решение задачи управления региональной социально-экономической системой с учетом эффективного объема трудовых ресурсов // Бюллетень науки и практики. 2020. Т. 6. №7. С. 10-25. <https://doi.org/10.33619/2414-2948/56/01>

Cite as (APA):

Ketova, K., Rusyak, I., & Sedov, R. (2020). Addressing the Problem of Regional socio-economic System Management with a manpower effective volume taken into account. *Bulletin of Science and Practice*, 6(7), 10-25. (in Russian). <https://doi.org/10.33619/2414-2948/56/01>

