

УДК 536.2:517.958:66

<http://doi.org/10.5281/zenodo.2252901>

РАСЧЕТ ДВУМЕРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КАМЕРЕ

©Садыков А. В., канд. техн. наук,
Казанский национальный исследовательский технологический университет,
г. Нижнекамск, Россия, sadykov_av@mail.ru

CALCULATION OF THE TWO-DIMENSIONAL TEMPERATURE PROFILE IN THE CYLINDRICAL CAMERA

©Sadykov A., Ph.D., Kazan National Research Technological University,
Nizhnekamsk, Russia, sadykov_av@mail.ru

Аннотация. Рассматривается вычислительная схема для расчета двумерного температурного поля в цилиндрической камере. Для получения дискретного аналога дифференциального уравнения в частных производных используется метод сплайн-коллокации в сочетании с методом конечных разностей. Учитывается переменность теплофизических свойств. Проведено сравнение полученных расчетных данных с имеющимися экспериментальными и расчетными данными.

Abstract. The computational scheme for calculation of a two-dimensional temperature profile in the cylindrical camera is considered. For receiving a discrete analog of a differential equation in partial derivatives the method a spline collocation in combination with method of finite differences is used. The variability of thermal properties is considered. Comparison of the obtained calculation data with the available experimental and calculation data's is carried out.

Ключевые слова: теплообмен, температура, теплоотдача, численное исследование.

Keywords: heat exchange, temperature, heat transfer, numerical study.

Процессы радиационно-конвективного теплообмена в топочных камерах печей описываются сложной системой дифференциальных и интегродифференциальных уравнений [1-3]. Распределение температуры находится решением уравнения энергии, которое в стационарном случае имеет вид [1]

$$\operatorname{div}(\rho c_p T \bar{V}) - \operatorname{div}(\lambda_3 \operatorname{grad} T) = f, \quad (1)$$

где f — источниковый член, λ_3 — коэффициент эффективной теплопроводности, T — температура, \bar{V} — вектор скорости, c_p — изобарная теплоемкость, ρ — плотность дымовых газов.

Уравнение (1) для двумерной цилиндрической геометрии с учетом уравнения неразрывности принимает вид

$$\rho v_z \frac{\partial(c_p T)}{\partial z} + \rho v_r \frac{\partial(c_p T)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_3 r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + f, \quad (2)$$

где $f = q_v - \text{div} \bar{q}_p$; v_z, v_r — компоненты вектора скорости \bar{V} ; q_v — плотность источников тепловыделений в объеме топочной камеры; \bar{q}_p — вектор плотности радиационного потока энергии. Мощность плотности лучистых потоков $\text{div} \bar{q}_p$ находится в результате решения уравнения переноса излучения. Для нахождения распределения q_v в объеме решаются дифференциальные уравнения модели горения. Целью работы является численное решение уравнения энергии. Поэтому поле скоростей считается известным, а излучением пренебрегается.

Уравнение (2) дополним граничными условиями. На входе в топку ставится граничное условие I рода (Рисунок 1). На оси симметрии (Oz) задается условие симметрии $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$. На выходном участке задается граничное условие II рода $\left(\frac{\partial T}{\partial z} = 0\right)$. На жесткой границе обычно ставятся граничные условия I или III рода.

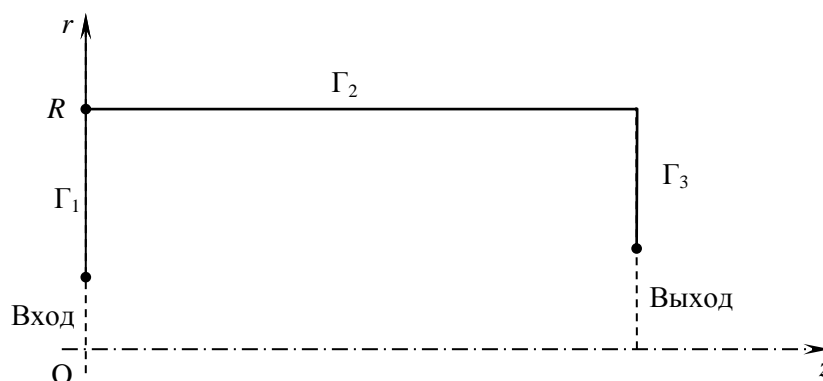


Рисунок 1. Размеры камеры, границы

Для численного решения уравнения (2) используется метод сплайн-коллокации [4].

В расчетной области $\Omega = [0, L] \times [0, R]$ введем сетку $\Delta = \Delta_z \times \Delta_r$, где $\Delta_z: 0 = z_0 < z_1 < \dots < z_N = L$; $\Delta_r: 0 = r_0 < r_1 < \dots < r_M = R$. На такой сетке кубический сплайн двух переменных можно представить в виде [4]

$$S(z, r) = \sum_{i=-1}^{N+1} w_i(r) \cdot B_i(z), \quad (3)$$

где

$$w_i(r) = \sum_{j=-1}^{M+1} b_{ij} \bar{B}_j(r); \quad i = -1, \dots, N+1. \quad (4)$$

В формуле (3) z -составляющая представлена в виде дважды непрерывно дифференцируемой функции — кубического нормализованного B -сплайна, а r -составляющая — в виде $w_i(r)$.

B -сплайны определенной степени образуют базис в пространстве сплайнов [4]. Здесь B -сплайны нумерованы по среднему узлу их интервалов носителей. Сетку Δ_z для полного определения базисных функций $B_i(z)$ дополним узлами $z_{-3} < z_{-2} < z_{-1} < z_0$,

$z_{N+3} > z_{N+2} > z_{N+1} > z_N$. Сетку Δ_r дополним узлами $r_{-1} < r_0$, $r_M < r_{M+1}$.

Решение уравнения (2) ищем в виде (3). Рассмотрим для простоты равномерную сетку $z_{i+1} - z_i = h$, $r_{j+1} - r_j = \tau$ ($h, \tau - \text{const}$). Будем считать, что изменение температуры по z вблизи узла (z_i, r_j) при фиксированном r описывается сплайном

$$S(z, r_j) = \sum_{i=-1}^{N+1} w_{i,j} B_i(z),$$

где $w_{i,j} = w_i(r_j)$. С учетом финитности сплайна имеем

$$S(z_i, r_j) = \sum_{i'=i-1}^{i+1} w_{i'} B_{i'}(z_i). \quad (5)$$

Эта формула для равномерной сетки принимает вид

$$S(z_i, r_j) = \frac{1}{6} w_{i-1,j} + \frac{2}{3} w_{i,j} + \frac{1}{6} w_{i+1,j} \quad (6)$$

В узлах коллокации приближенное решение $S(z, r)$ удовлетворяет уравнению (2). Допустим, что узлы коллокации совпадают с узлами сплайна. Подставим (3) в уравнение (2) и потребуем совпадения правой и левой частей в узлах (z_i, r_j)

$$\left[\rho v_z \frac{\partial (c_p S)}{\partial z} \right]_{i,j} + \left[\rho v_r \frac{\partial (c_p S)}{\partial r} \right]_{i,j} = \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_\vartheta \frac{\partial S}{\partial z} \right) \right]_{i,j} + \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_\vartheta r \frac{\partial S}{\partial r} \right) \right]_{i,j} + f_{i,j} \quad (7)$$

$$j = 0, 1, \dots, M; \quad i = 0, 1, \dots, N$$

Здесь двойной индекс означает, что соответствующий элемент рассматривается в точке (z_i, r_j) . В предположении о постоянстве c_p, λ_ϑ в окрестности точки (z_i, r_j) уравнение (7) принимает вид

$$\left[\rho c_p v_z \frac{\partial S}{\partial z} \right]_{i,j} + \left[\rho c_p v_r \frac{\partial S}{\partial r} \right]_{i,j} = \left[\lambda_\vartheta \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \right]_{i,j} + \left[\frac{\lambda_\vartheta}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) \right]_{i,j} + f_{i,j} \quad (8)$$

Выведем формулы для производных $\frac{\partial S}{\partial z}$, $\frac{\partial^2 S}{\partial z^2}$. При $r = r_j$ на основе (3) имеем

$$\frac{\partial S}{\partial z} = \sum_{i'=i-1}^{i+1} w_{i'}(r_j) \frac{dB_{i'}}{dz} \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial z^2} = \sum_{i'=i-1}^{i+1} w_{i'}(r_j) \frac{d^2 B_{i'}}{dz^2} \quad (10)$$

Для равномерной сетки

$$\begin{aligned} B'_{i-1}(z_i) &= -\frac{1}{2h}, & B'_i(z_i) &= 0, & B'_{i+1}(z_i) &= \frac{1}{2h}, \\ B''_{i-1}(z_i) &= \frac{1}{h^2}, & B''_i(z_i) &= -\frac{2}{h^2}, & B''_{i+1}(z_i) &= \frac{1}{h^2}, \end{aligned}$$

Поэтому

$$\left. \frac{\partial S}{\partial z} \right|_{z=z_i} = -\frac{1}{2h} w_{i-1,j} + \frac{1}{2h} w_{i+1,j} \quad (11)$$

$$\left. \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \right|_{z=z_i} = \frac{1}{h^2} (w_{i-1,j} - 2w_{ij} + w_{i+1,j}) \quad (12)$$

Для аппроксимации второго конвективного члена в (8) используем разности против потока

$$\left. \frac{\partial S}{\partial r} \right|_{ij} = \begin{cases} \frac{S_{ij} - S_{i,j-1}}{\tau}, & \text{если } v_r \geq 0; \\ \frac{S_{i,j+1} - S_{ij}}{\tau}, & \text{если } v_r < 0. \end{cases} \quad (13)$$

Второй диффузионный член в (8) аппроксимируется в виде

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) \Big|_{ij} = \frac{1}{r_j \tau} \left[\left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) \Big|_{i,j+1/2} - \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) \Big|_{i,j-1/2} \right] \quad (14)$$

Индекс $(j \pm 1/2)$ указывает на то, что производные берутся в точках, лежащих посередине между соответствующими узлами сетки. В правой части формулы (14) члены в квадратных скобках аппроксимируем следующим образом:

$$\begin{aligned} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) \Big|_{i,j+1/2} &= r_{j+1/2} \cdot \frac{S_{i,j+1} - S_{ij}}{\tau}, \\ \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) \Big|_{i,j-1/2} &= r_{j-1/2} \cdot \frac{S_{ij} - S_{i,j-1}}{\tau}. \end{aligned}$$

Тогда формула (14) принимает вид

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) \Big|_{ij} = \frac{1}{r_j \tau^2} [r_{j-1/2} \cdot S_{i,j-1} - (r_{j-1/2} + r_{j+1/2}) \cdot S_{ij} + r_{j+1/2} \cdot S_{i,j+1}] \quad (15)$$

Производные во втором конвективном и втором диффузионном членах выразим через w_{ij} :

$$\frac{\partial S}{\partial r} \Big|_{ij} = \frac{1}{6\tau} (w_{i-1,j+p} - w_{i-1,j-1+p}) + \frac{2}{3\tau} (w_{i,j+p} - w_{i,j-1+p}) + \frac{1}{6\tau} (w_{i+1,j+p} - w_{i+1,j-1+p}) \quad (16)$$

где

$$p = \begin{cases} 0, & \text{если } v_r \geq 0; \\ 1, & \text{если } v_r < 0; \end{cases}$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) \Big|_{ij} = \frac{1}{r_j \tau^2} \left[r_{j-1/2} \cdot \left(\frac{1}{6} w_{i-1,j-1} + \frac{2}{3} w_{i,j-1} + \frac{1}{6} w_{i+1,j-1} \right) - \right. \\ \left. - (r_{j-1/2} + r_{j+1/2}) \cdot \left(\frac{1}{6} w_{i-1,j} + \frac{2}{3} w_{i,j} + \frac{1}{6} w_{i+1,j} \right) + \right. \\ \left. + r_{j+1/2} \cdot \left(\frac{1}{6} w_{i-1,j+1} + \frac{2}{3} w_{i,j+1} + \frac{1}{6} w_{i+1,j+1} \right) \right] \quad (17)$$

Уравнение (8) после подстановки правых частей формул (11), (12), (16), (17) и преобразований принимает вид

$$\sum_{i'=i-1}^{i+1} \sum_{j'=j-1}^{j+1} A_{i'j'} w_{i'j'} = f_{ij} \quad (j = 0, 1, \dots, M; \quad i = 0, 1, \dots, N). \quad (18)$$

На каждом j -м слое в системе (18) имеется $(N+3)$ неизвестных коэффициентов w_{ij} . Поэтому необходимо еще по два уравнения на каждом слое. Для замыкания системы уравнений используем граничные условия. С помощью граничных условий при $z=0$ и $z=L$ исключаем из системы неизвестные $w_{-1,j}$ и $w_{N+1,j}$. Неизвестные $w_{i,-1}$ исключаются с помощью условия симметрии на оси, а $w_{i,M+1}$ – с помощью граничных условий на боковой поверхности ($r=R$).

Вывод дополнительных уравнений относительно w_{ij} рассмотрим для некоторых из границ (остальные рассматриваются аналогично).

1. Входное сечение

На входе температура известна: $S_{0,j} = T_{\text{вх}}$; $0 \leq j \leq j_{\text{вх}}$. Уравнение энергии распространим на входные точки (i, j) ($i=0; j=\overline{0, j_{\text{вх}}}$). Допустим, что в этих точках выполняется дискретный аналог (18), полагая при этом, что $v_r = 0$. Условие $S_{0,j} = T_{\text{вх}}$ с учетом (6) принимает вид

$$\frac{1}{6} w_{-1,j} + \frac{2}{3} w_{0,j} + \frac{1}{6} w_{1,j} = T_{\text{вх}}, \quad 0 \leq j \leq j_{\text{вх}} \quad (19)$$

Отсюда

$$w_{-1,j} = 4w_{0,j} - w_{1,j} + 6T_{\text{вх}} \quad (0 \leq j \leq j_{\text{вх}})$$

или

$$w_{-1,j'} = -4w_{0,j'} - w_{1,j'} + 6T_{\text{вх}}, \quad j' = \overline{j-1, j+1}; \quad 1 \leq j \leq j_{\text{вх}} - 1 \quad (20)$$

После подстановки (20) в уравнение (18) получим

$$\sum_{i'=0}^1 \sum_{j'=j-1}^{j+1} A_{i'j'}^{(1)} w_{i'j'} = \varphi_j^{(1)}, \quad 1 \leq j \leq j_{\text{вх}} - 1 \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} A_{0,j-1}^{(1)} = 0; \quad A_{1,j-1}^{(1)} = 0; \quad A_{0,j}^{(1)} &= \frac{2(\rho v_1 c_p)_{0j}}{h} + \frac{6(\lambda_3)_{0j}}{h^2}; \\ A_{1,j}^{(1)} &= \frac{(\rho v_1 c_p)_{0j}}{h}; \quad A_{0,j+1}^{(1)} = 0; \quad A_{1,j+1}^{(1)} = 0. \\ \varphi_j^{(1)} &= f_{0j} - 6T_{\text{вх}} (A_{-1,j-1} + A_{-1,j} + A_{-1,j+1}). \end{aligned}$$

Таким образом, в узловых точках входного сечения имеет место уравнение

$$\sum_{i=0}^1 A_{i,j}^{(1)} w_{i,j} = \varphi_j^{(1)} \quad j = \overline{0, j_{\text{вх}}} \quad (22)$$

2. Граница Γ_1

На жесткой стенке возможно несколько вариантов граничных условий. Самый простой из них — это граничное условие I рода. В таком случае известно распределение температуры вдоль внутренней стороны стенки. Для границы Γ_1 это выглядит так

$$S_{0,j} = T_j \quad (j = \overline{j_{\text{вх}}, M}).$$

Уравнения для w_{ij} выводятся аналогичными рассуждениями.

Граничные условия, учитывающие отвод тепла через стенку за счет теплопроводности, представляют бóльший практический интерес. Пусть поверхность тела окружает среда с заданной температурой $T_{\text{ср}}$ и коэффициентом теплоотдачи α_2 (Рисунок 2).

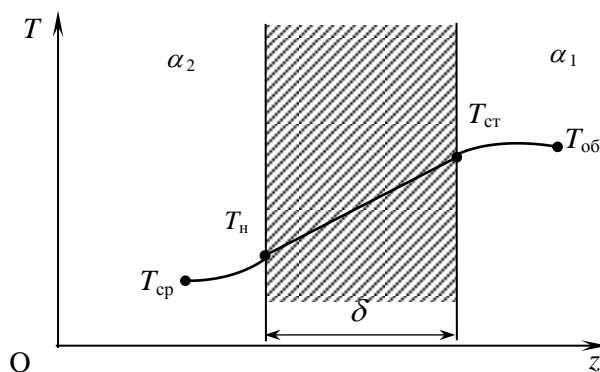


Рисунок 2. Теплопередача через левый торец [8, С. 98-106]

При установившемся тепловом режиме для определения теплопередачи плоской стенки используется формула

$$q = k(T_{об} - T_{ср}) \quad (23)$$

где $k = 1 / (1 / \alpha_1 + \delta / \lambda_{ст} + 1 / \alpha_2)$ — коэффициент теплопередачи, $T_{об}$ — температура в объеме теплоносителя, α_1 — коэффициент теплоотдачи от теплоносителя к стенке, δ — толщина стенки, $\lambda_{ст}$ — коэффициент теплопроводности стенки.

Передаваемый горячим теплоносителем стенке удельный тепловой поток задается формулой

$$q_{k_1} = \alpha_1(T_{об} - T_{ст}) \quad (24)$$

Из соотношений (23), (24), получим

$$T_{ст} = \frac{\alpha_1 - k}{\alpha_1} \cdot T_{об} + \frac{k}{\alpha_1} \cdot T_{ср} \quad (25)$$

В качестве $T_{об}$ возьмем температуру на расстоянии одного шага от стенки. Тогда уравнение (25) принимает вид

$$S_{0,j} = \alpha' S_{1,j} + \alpha'' T_{ср}, \quad j_{вх} + 1 \leq j \leq M \quad (26)$$

где

$$\alpha' = 1 - \frac{k}{\alpha_1}; \quad \alpha'' = \frac{k}{\alpha_1}.$$

Из уравнения (26) с учетом (6) получаем

$$w_{-1,j} = (\alpha' - 4) w_{0,j} + (4\alpha' - 1) w_{1,j} + \alpha' w_{2,j} + 6\alpha'' T_{ср}, \quad j_{вх} + 1 \leq j \leq M \quad (27)$$

С помощью уравнения (27) исключаются неизвестные $w_{-1,j}$ в условиях коллокации.

3. Граница Γ_2

Рассматривается аналогично предыдущему случаю. Отличие состоит только в том, что при использовании граничного условия III рода для удельной теплопередачи стенки используется формула для цилиндрической стенки.

4. Граница Γ_3

Рассматривается аналогично границе Γ_1 .

5. Выходное сечение

В узлах выходного сечения ставится граничное условие $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$ ($i = N$; $0 \leq j \leq j_{вых}$).

Это условие с учетом (11) принимает вид

$$-\frac{1}{2h} w_{N-1,j} + \frac{1}{2h} w_{N+1,j} = 0.$$

Отсюда $w_{N+1,j} = w_{N-1,j}$.

б. Ось симметрии

На оси симметрии ставится условие симметрии $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$. С помощью формулы центральной разности получим

$$S_{i,-1} = S_{i,1}, \quad i = 0, 1, \dots, N.$$

С учетом (6) это условие принимает вид

$$w_{i,-1} = w_{i,1}, \quad i = 0, 1, \dots, N.$$

Таким образом, после исключения ряда неизвестных с учетом граничных условий в системе (18) останется $(N+1) \cdot (M+1)$ неизвестных $w_{i,j}$ ($i = 0, 1, \dots, N; j = 0, 1, \dots, M$).

Систему (18) запишем в матричной форме. Сначала упорядочим неизвестные $w_{i,j}$. При лексикографическом упорядочивании неизвестные $w_{i,j}$ объединяются в вектор

$$\bar{w} = (w_{00}, w_{10}, \dots, w_{N0}, w_{01}, w_{11}, \dots, w_{N1}, \dots, w_{0M}, w_{1M}, \dots, w_{NM})',$$

где ' означает транспонирование. Тогда система (18) принимает вид

$$\mathbf{A} \cdot \bar{w} = \bar{g} \tag{28}$$

где \mathbf{A} — матрица из $(N+1) \cdot (M+1)$ строк и $(N+1) \cdot (M+1)$ столбцов; \bar{g} — вектор из правых частей. Матрица системы (28) является разреженной. Структура матрицы \mathbf{A} приведена на Рисунке 3. Для решения системы линейных уравнений применяется модификация метода Гаусса с частичным выбором главного элемента по столбцу.

Для расчета поля температур применяется итерационный алгоритм. В каждой итерации происходит расчет теплофизических свойств, решается система уравнений (28). Итерационный процесс прекращается при выполнении условия

$$\max_{ij} \left| \frac{T_{ij}^{(k)}}{T_{ij}^{(k-1)}} - 1 \right| \leq \varepsilon \tag{29}$$

где k — номер итерации; ε — заданная точность.

Для проверки работоспособности алгоритма проведены тестовые расчеты с помощью разработанной программы и сравнение с результатами, полученными методом конечных разностей. Поле скоростей заимствовано из работы [5]. Проведено сравнение полученных расчетных данных с экспериментальными данными других авторов [6].

В работе Д. Б. Вафина, А. В. Садыкова проведен расчет турбулентной неизотермической струи в цилиндрическом канале при тех же условиях, что и в работе Г. А. Глебова, А. П. Козлова [5, 6].

В работе Г. А. Глебова, А. П. Козлова в качестве рабочего тела использовался нагретый воздух, подаваемый через сопло сверху (по направлению оси z) [6]. Размеры камеры: радиус канала — 0,315 м; радиус входного сечения — 0,025 м; высота канала — 3,25 м.

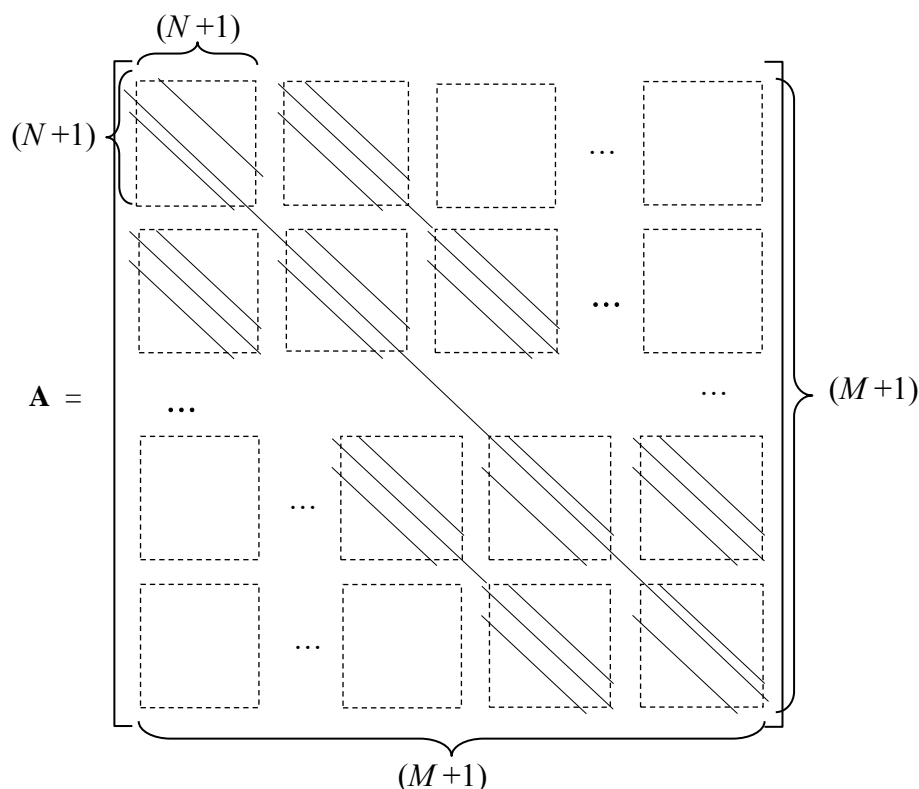


Рисунок 3. Структура матрицы A . + – ненулевые элементы [8, С. 98-106]

Источниковый член в уравнении (8) в этом случае равен нулю. Для воздуха в интервале температур $273 \div 573$ К экспериментальные значения теплоемкости с хорошей точностью аппроксимируются линейной функцией [5]

$$c_p = 0,04 T + 994,08, \quad \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

В расчетах турбулентное число Прандтля $Pr_T = 0,7$. Коэффициент теплоотдачи (от нагретого воздуха к стальной стене) определяется из уравнения подобия [7]

$$St = 0,0167 \cdot (Re \cdot Pr)^{-0,18} \cdot \left(\frac{T_0}{T_{ст}} \right)^{0,35},$$

где T_0 — температура на оси струи, Re — число Рейнольдса, Pr — число Прандтля, St — число Стантона.

Условие однозначности на боковой поверхности ($r = R$) ставилось в виде

$$\alpha(T_{об} - T_{ст}) = q,$$

где q — удельный тепловой поток. Величина q определяется из уравнения одномерной теплопроводности поперек стенки канала. В работе Г. А. Глебова, А. П. Козлова приведено распределение температуры вдоль наружной поверхности стенки, найденное экспериментально [6, с. 197]. Это распределение температуры использовано при постановке граничного условия.

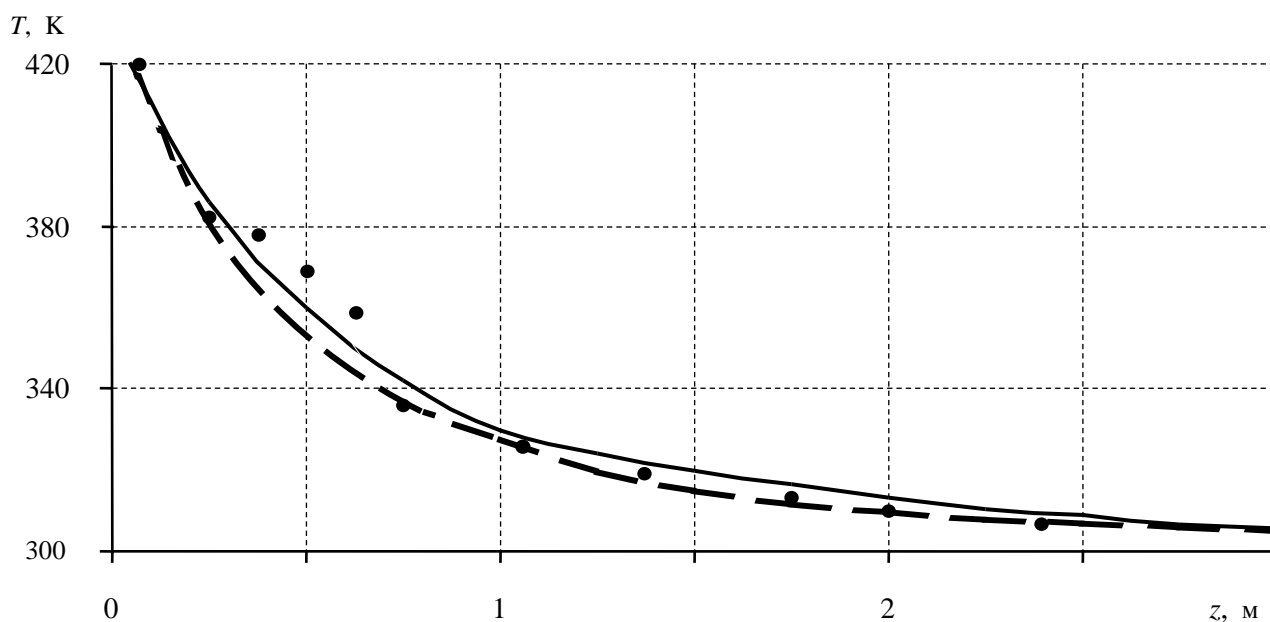


Рисунок 4. Распределение температуры на оси струи: ● эксперимент [6]; — расчет [5], — метод сплайн-коллокации [8, С. 98-106]

На Рисунке 4 приведено распределение температуры на оси струи при значении скорости на входе $v_z = 4$ м/с .

Для достижения точности $\varepsilon = 0,01$ потребовалось 9 итераций (при $N=20, M=10$).

При простоте вычислительной схемы результаты качественно и количественно согласуются с имеющимися расчетными и экспериментальными данными.

Применение кубических сплайнов удовлетворяет условиям задачи, так как точность коэффициентов переноса, определяемых экспериментально, не превышает точности решения задачи сплайн-методом.

Список литературы:

1. Адрианов В. Н. Основы радиационного и сложного теплообмена. М.: Энергия, 1972. 464 с.
2. Vafin D. B., Sadykov A. V. Thermal calculation for a furnace with three – tiered near – wall burners // Thermophysics and Aeromechanics. 2016. Vol. 23, No. 2. P. 281-288.
3. Dombrovsky L. A. The Use of Transport Approximation and Diffusion-Based Models in Radiative Transfer Calculations // Computational Thermal Sciences. 2012. Vol. 4. No 4. P. 297.
4. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980. 352 с.
5. Вафин Д. Б., Садыков А. В. Некоторые результаты численного исследования аэродинамики топочных устройств. Казань, 1988. 14 с. (Деп. в ОНИИТЭХИМ Черкассы 20.07.88. № 722–ХП 88).
6. Глебов Г. А., Козлов А. П. Турбулентная струя в канале при воздействии архимедовых сил // Инженерно-физический журнал. 1988. Т. 55. № 2. С.191-198.
7. Юдаев Б. Н. Теплопередача. М.: Высшая школа, 1973. 360 с.
8. Садыков А. В., Ахметов А. А. Некоторые результаты численного решения уравнения энергии методом сплайн-коллокации // Вестник Казанского технологического университета. 2005. №2. С. 98-106.

References:

1. Adrianov, V. N. (1972). *Osnovy radiatsionnogo i slozhnogo teploobmena*. M.: Energiya, 464 s. (in Russian).
2. Vafin, D. B., & Sadykov, A. V. (2016). Thermal calculation for a furnace with three – tiered near – wall burners. *Thermophysics and Aeromechanics*, 23(2). 281-288.
3. Dombrovsky, L. A. (2012). The Use of Transport Approximation and Diffusion-Based Models in Radiative Transfer Calculations. *Computational Thermal Sciences*, 4(4). 297.
4. Zav'yalov, Yu. S., Kvasov, B. I., & Miroschnichenko, V. L. (1980). *Metody splain-funktsii*. Moscow, Nauka, 352. (in Russian).
5. Vafin, D. B., & Sadykov, A. V. (1988). Nekotorye rezul'taty chislennogo issledovaniya aerodinamiki topochnykh ustroystv. *Kazan'*, 14. (Dep. v ONIITEKhim Cherkassy 20.07.88. № 722–KhP 88). (in Russian).
6. Glebov, G. A., & Kozlov, A. P. (1988). Turbulentnaya struya v kanale pri vozdeistvii arkhimedovykh sil. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 55(2). 191-198.
7. Yudaev, B. N. (1973). *Teploperedacha*. Moscow, Vysshaya shkola, 360. (in Russian).
8. Sadykov, A. V., & Akhmetov, A. A. (2005). Nekotorye rezul'taty chislennogo resheniya uravneniya energii metodom splain-kollokatsii. *Bulletin of the Technological University*, (2). 98-106. (in Russian).

*Работа поступила
в редакцию 23.11.2018 г.*

*Принята к публикации
26.11.2018 г.*

Ссылка для цитирования:

Садыков А. В. Расчет двумерного температурного поля в цилиндрической камере // Бюллетень науки и практики. 2018. Т. 4. №12. С. 24-34. Режим доступа: <http://www.bulletennauki.com/12-58> (дата обращения 15.12.2018).

Cite as (APA):

Sadykov, A. (2018). Calculation of the two-dimensional temperature profile in the cylindrical camera. *Bulletin of Science and Practice*, 4(12), 24-34. (in Russian).