УДК 519.2, 620.9

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ЭНЕРГОСИСТЕМ

THE APPLYING THEOREMS OF PROBABILITY THEORY TO THE SOLVING OPTIMIZATION PROBLEMS OF POWER SYSTEMS

©Шемелова О. В.,
SPIN-код: 4216-8679, канд. физ.-мат. наук,
Казанский национальный исследовательский технологический университет,
г. Нижнекамск, Россия, olga-shemelova@yandex.ru
©Shemelova O.,
SPIN-code: 4216-8679, Ph.D.,
Kazan National Research Technological University,
Nizhnekamsk, Russia, olga-shemelova@yandex.ru
©Курамшина А. О.,
Казанский национальный исследовательский технологический университет,
г. Нижнекамск, Россия, makuseva2008@yandex.ru
©Kuramshina A.,
Kazan National Research Technological University,
Nizhnekamsk, Russia, makuseva2008@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматривается вычисление различных вероятностных характеристик случайных явлений, возникающих при решении задач оптимизации энергетической системы. Приведены примеры расчета вероятностей нагрузки необходимой мощности участка цепи. Также рассмотрена задача выбора наиболее оптимального количества резервных мощностей в энергетической системе.

Abstract. The calculation of the various probabilistic characteristics of random phenomena occurring in solving power system optimization are considered in this work. Examples of calculation of probability required power load subcircuit. The problem of choosing the most optimal number of reserve capacities in the power system is also considered.

Ключевые слова: энергетическая система, теоремы теории вероятностей, вероятностные характеристики, задачи оптимизации энергосистемы.

Keywords: power system, theorems of probability theory, probabilistic characteristics, optimization of the power system.

Введение

Энергетические системы объединяют значительное количество разнообразных технических устройств, которые генерируют, передают и преобразуют энергию. Условия работы большой совокупности даже однотипных технических устройств могут сильно отличаться друг от друга и с точки зрения энергетической системы как некоторой совокупности носят случайный характер.

Снижение располагаемой мощности энергетической системы, как и аварийные повреждения ее отдельных элементов, так же являются случайными событиями, которые могут возникать в результате наложения значительного числа неблагоприятных условий. Использование вероятностных характеристик случайных явлений в различных энергетических системах также имеет важное значение при решении задач поиска оптимальных решений. Вследствие чего, определенная часть задач, возникающая при проектировании энергетических систем, решается с использованием различных теорем теории вероятностей [1, 2].

При большом числе агрегатов очень часто возникает задача вычисления вероятностей выхода из строя или двух, или трех, или большего количества устройств. В некоторых случаях возникает необходимость определения вероятности отсутствия каких-либо повреждений в энергосистеме, поскольку эта величина дает характеристику надежности работы всего оборудования. Таким образом, необходимость выбора оптимального решения, связанного с гарантией надежности работы энергетической системы, или обеспечением надежности питания отдельных потребителей, или устойчивости энергосистемы сводится к составлению и решению оптимизационных задач с помощью вероятностных характеристик.

Рассмотрим некоторые из таких задач.

Задача 1. Четыре группы электродвигателей цеха промышленного предприятия получают питание от магистральной кабельной линии. При этом в первой группе $n_1 = 2$ электродвигателя, во второй — $n_2 = 3$, в третьей — $n_3 = 2$, в четвертой $n_4 = 5$ электродвигателей. Потребляемая мощность каждого электродвигателя в определенной группе одинакова и равна соответственно $S_1 = 3$ кВА, $S_2 = 5$ кВА, $S_3 = 2$ кВА, $S_4 = 5$ кВА. Вероятность включения в работу каждого двигателя в группах равна $p_1 = 0{,}85$, $p_2 = 0{,}55$, $p_3 = 0{,}605$, $p_4 = 0{,}74$. Требуется определить вероятности нагрузки головного участка цепи в двух случаях, когда нагрузка будет отсутствовать $H_1 = 0$, и в момент, когда нагрузка будет не более 36 кВА, т. е. $H_2 \le 36$ кВА.

На Рисунке приведена схема электроснабжения головного участка цепи.

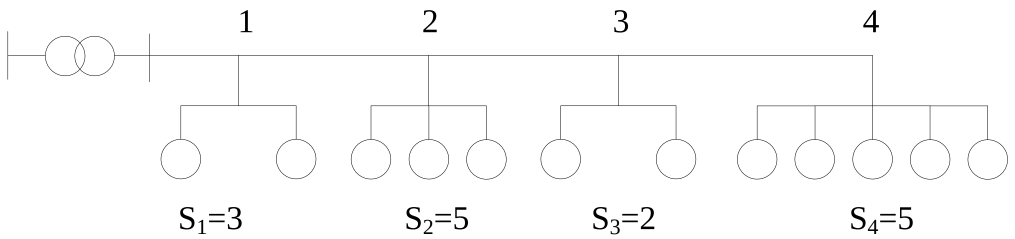

Рисунок. Схема электроснабжения

Для определения искомых вероятностей нагрузки головного участка цепи использовалась схема независимых испытаний — биномиальный закон распределения.

Для определения вероятности нагрузки головного участка, равной нулю (это произойдет при условии, что ни один двигатель не подключен к линии) была получена формула:

$$P(H_1=0)=\prod_1^4 C_{n_j}^0 p_j^0 q_j^{n_j}=q_1^{n_1}\cdot q_2^{n_2}\cdot q_3^{n_3}\cdot q_4^{n_4}=(1-p_1)^{n_1}(1-p_2)^{n_2}(1-p_3)^{n_3}(1-p_4)^{n_4},$$

где $q_j=1-p_j$ — вероятность отключенного состояния j-го двигателя.

Выполняя вычисления, была получена вероятность отсутствия нагрузки в головном участке цепи $P(H_1=0)=3{,}8\cdot 10^{-7}$.

Для определения вероятности $P(H_2\le 36)$ необходимо описать все те случаи, когда нагрузка головного участка составляет не более 36 кВА и вычислить эти вероятности.

Вероятность нагрузки головного участка $P(H_2\le 36)$ определяется формулой: $P(H\le S_1)=\sum_1^N\prod_1^K C_{n_j}^{m_j} p_j^{m_j} q_j^{n_j-m_j}$, где N — число случаев, удовлетворяющих поставленному условию $H\le S_1$.

Поскольку число случаев, удовлетворяющих событию $H_2\le 36$, очень велико, то поставленную задачу следует решать, учитывая противоположное событие, т.е. $P(H\le 36)=1-P(H>36)$. Тогда воспользуемся аналогичной формулой:

$$P(H>S_1)=\sum_1^M\prod_1^K C_{n_j}^{m_j} p_j^{m_j} q_j^{n_j-m_j},$$

где M — число случаев, которые удовлетворяют условию $H>S_1$.

Для удобства вычислений расчеты выполним в табличном процессоре MS Excel. Было выявлено 34 случая, удовлетворяющих условию $H>36$. Для каждого подходящего случая было составлено произведение по формуле Бернулли. Итак,

$$\begin{aligned}
&P(H\le 36)=1-P(H>36)=1-[P(H=37)+P(H=38)+P(H=39)+\\
&+P(H=40)+P(H=41)+P(H=42)+P(H=43)+P(H=44)+\\
&+P(H=45)+P(H=46)+P(H=47)+P(H=48)+P(H=50)]=\\
&=1-P(m_1=1,m_2=3,m_3=2,m_4=3)-P(m_1=0,m_2=3,m_3=1,m_4=4)-\\
&-P(m_1=1,m_2=2,m_3=2,m_4=4)-P(m_1=0,m_2=2,m_3=1,m_4=5)-\ldots\\
&\ldots-P(m_1=2,m_2=3,m_3=2,m_4=5)=0{,}61204522\,.
\end{aligned}$$

Таким образом, в условиях данной задачи, вероятность нагрузки головного участка, когда нагрузка будет не более 36 кВА, составляет 0,612.

На практике в качестве примера использования теории вероятностей может быть рассмотрена задача о выборе оптимального резерва мощности в энергетической системе.

Задача 2. Энергетическая система содержит двадцать агрегатов, мощность каждого из которых 200 МВт. При этом каждый агрегат может находиться в рабочем состоянии с вероятностью $p=0{,}95$ и в аварийном состоянии с вероятностью $q=0{,}05$. Максимальная нагрузка энергосистемы составляет 4000 МВт. Таким образом, для обеспечения этой нагрузки хватает двадцати агрегатов, имеющихся в наличии. Требуется определить оптимальное количество дополнительно приобретенных и установленных агрегатов, если известно, что ущерб от недоотпуска энергии будет составлять 0,8 у. д. е./(кВт·ч), а расчетные затраты на каждый вновь приобретенный агрегат насчитывают 10 у. д. е. в год.

Рассчитывается математическое ожидание ущерба для случая, когда резерв отсутствует. Для этого необходимо вычислить вероятности выхода из рабочего состояния одного, двух и более агрегатов.

По формуле Бернулли $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$ рассчитываются вероятности потери m агрегатов из двадцати имеющихся. Для удобства вычислений расчеты выполняются с помощью табличного процессора MS Excel.

	A	B	C
1	n=	20	
2	p=	0,95	
3	q=	0,05	
4	1	$P_{20}(1)$=	0,3774
5	2	$P_{20}(2)$=	0,1887
6	3	$P_{20}(3)$=	0,0596
7	4	$P_{20}(4)$=	0,0133
8	5	$P_{20}(5)$=	0,0022
9	6	$P_{20}(6)$=	0,0003
10	7	$P_{20}(7)$=	0,0000
11			

Для наибольшего удобства график нагрузки принимается ступенчатым, каждая из ступеней по 200 МВт. Вероятности нагрузки системы 4000, 3800, 3600, 3400, 3200, 3000 МВт полагаются равными $P(4000) = 0{,}04$; $P(3800) = 0{,}08$; $P(3600) = 0{,}08$; $P(3400) = 0{,}10$; $P(3200) = 0{,}15$; $P(3000) = 0{,}20$.

Далее необходимо вычислить вероятность дефицита мощности в 200 МВт в случае, если резерв отсутствует.

Такой дефицит может возникнуть, когда при максимальной нагрузке системы (4000 МВт) один из агрегатов окажется в аварийном состоянии. При нагрузке системы в 3800 МВт в аварийном состоянии окажутся два агрегата и т. д. Рассчитывается вероятность дефицита в 200 МВт. Она составит $P_{200} = 0{,}03664$.

Аналогично вычисляются вероятности дефицитов в 400, 600, 800 и 1000 МВт: $P_{400} = 0{,}013585$; $P_{600} = 0{,}003876$; $P_{800} = 0{,}00072$; $P_{1000} = 0{,}00004$.

Тогда математическое ожидание недоотпуска энергии за год составит $M(W_{\text{í}}) = 137{,}563$ млн кВт·ч. Следовательно, математическое ожидание ущерба за год составит: $M(\text{Ó}) = 110{,}051$ у. д. е. в год.

Делается предположение о необходимости установки еще одного дополнительного агрегата, мощность которого составляет также 200 МВт. Определяются новые значения вероятностей, когда совершается аварийный выход из строя различного числа агрегатов

Далее рассчитываются вероятности дефицитов мощности в 200, 400, 600 и 800 МВт. При этом получаются соответственно: $P_{200} = 0{,}01537$; $P_{400} = 0{,}000872$; $P_{600} = 0{,}000136$; $P_{800} = 0{,}000082$; $P_{1000} = 0{,}000012$.

E	F	G
$n=$	21	
$p=$	0,95	
$q=$	0,05	
1	$P_{21}(1)=$	0,3764
2	$P_{21}(2)=$	0,1981
3	$P_{21}(3)=$	0,0660
4	$P_{21}(4)=$	0,0156
5	$P_{21}(5)=$	0,0028
6	$P_{21}(6)=$	0,0004
7	$P_{21}(7)=$	0,0000

Когда произойдет аварийный выход одного из агрегатов в момент максимальной нагрузки дефицита не будет, поскольку он будет компенсироваться исправной работой резервного агрегата. Дефицит 200 МВт возникает в том случае, если при нагрузке 4000 МВт в аварийном состоянии будут находиться два агрегата, при нагрузке 3800 МВт – три агрегата и т. д.

Следовательно, математическое ожидание ущерба от недоотпуска составит $M(W_i)=31{,}378$ млн кВт·ч., чему соответствует математическое ожидание ущерба $M(\acute{O})=25{,}103$ у. д. е. в год.

Аналогично определяются математические ожидания ущерба при установке двух, трех и четырех дополнительных агрегатов мощностью 200 МВ

Полученные результаты расчетов представлены в Таблице.

Таблица

Число агрегатов	*Математическое ожидание ущерба за год, у. д. е.*	*Дополнительные расчетные затраты за год, у. д. е.*	*Хозяйственные затраты, равные сумме ущерба и дополнительные расчетные затраты, у. д. е.*
20	110,05	0	110,05
21	25,1	10	35,1
22	9,6	20	29,6
23	5,2	30	35,2
24	2,1	40	42,1

Таким образом, можно сделать вывод о том, что установка 22 агрегатов является наиболее оптимальным вариантом, поскольку в этом случае были рассчитаны самые минимальные суммарные затраты (они составили 29,6 у. д. е.). В случае, если на предприятии не предусмотрен резерв мощности, то получается существенный перерасход (в 80,45 у. д. е. в год) по сравнению с оптимальным вариантом. Установка трех или четырех резервных агрегатов дает перерасход 5,6 и 12,5 у. д. е. в год соответственно. Таким образом, оптимальный резерв мощности составляет 10%.

Заключение

Итак, основные условия работы энергетической системы, к которым можно отнести, например, условия, определяющие величины суммарного спроса мощности, а также суммарно располагаемой мощности для его покрытия, определяются значительным числом случайных событий. Чтобы правильно определить суммарную величину спроса, величину необходимого резерва мощностей и др., требуется уметь вычислять необходимые вероятностные характеристики различных случайных событий.

В энергетике очень важно при решении задач поиска оптимальных решений использовать формулы и теоремы теории вероятностей для расчета вероятностных характеристик случайных явлений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №16-08-00558

Список литературы:

1. Веников В. А. Электрические системы. Математические задачи электроэнергетики: Учебник для студентов вузов / Под ред. В. А. Веникова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1981. 288 с.
2. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Высшая школа, 2007. 491 с.

References:

1. Venikov, V. A. Electrical systems. (1981). Mathematical problems of electric power industry: Textbook for university students. Ed. V. A. Venikova. 2nd ed., Revised. and additional. Moscow: Higher School, 288.
2. Venttsel, 'E. S., & Ovcharov, L. A. (2007). Theory of Probability and its Engineering Applications. Moscow: Higher School, 491.

Работа поступила в редакцию 18.04.2018 г.

Принята к публикации 23.04.2018 г.

Ссылка для цитирования:

Шемелова О. В., Курамшина А. О. Применение теорем теории вероятностей при решении задач оптимизации энергосистем // Бюллетень науки и практики. 2018. Т. 4. №5. С. 25-30. Режим доступа: http://www.bulletennauki.com/shemelova (дата обращения 15.05.2018).

Cite as (APA):

Shemelova, O., & Kuramshina A. (2018). The applying theorems of probability theory to the solving optimization problems of power systems. *Bulletin of Science and Practice, 4*(5), 25-30