

УДК 539.3

**РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОЙ ТОЛЩИНЫ ТРУБЫ, ПОДВЕРЖЕННОЙ
НАРУЖНОЙ КОРРОЗИИ ПОД НАПРЯЖЕНИЕМ****CALCULATION OF THE OPTIMUM THICKNESS OF THE PIPE
SUBJECTED TO EXTERNAL STRESS CORROSION**©*Елаева М. В.*,*Санкт-Петербургский государственный университет,
г. Санкт-Петербург, Россия, mari_elaeva@mail.ru*©*Елаева М.*,*Saint-Petersburg State University,
St. Petersburg, Russia, mari_elaeva@mail.ru*

Аннотация. Многие конструкции находятся под совместным действием механических напряжений и химически активных средств. Подобные условия могут вызвать процесс так называемой механохимической коррозии, скорость которой линейно зависит от главных напряжений, то есть увеличивается с ростом напряжений. В данной работе рассматривается случай односторонней внешней равномерной коррозии. Проектирование конструкций без учета механохимической коррозии может привести к их преждевременному разрушению, а задание большого запаса по толщине конструкции — к неэкономному расходу материала и утяжелению конструкции. Поэтому с точки зрения безопасности и экономики важно уметь точно рассчитывать начальные размеры конструкции, необходимые для обеспечения требуемого срока службы. Представленная статья посвящена расчету оптимальной толщины линейно упругой цилиндрической трубы под внешним и внутренним давлением. Найдена зависимость начальных размеров конструкции от требуемого срока службы, что позволяет найти оптимальные размеры изделия, а это впоследствии обеспечивает предотвращение неблагоприятных исходов при его эксплуатации. Построены графики, иллюстрирующие данные результаты, а также с их помощью исследовано влияние внешнего и внутреннего давления на долговечность рассматриваемых конструкций. Доказан упрочняющий эффект оказываемый внешним давлением при фиксированном внутреннем давлении. В настоящей работе задача сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению относительно искомого радиуса трубы. Решение построено для таких соотношений размеров трубы и внешнего и внутреннего давлений, при которых максимальным по абсолютной величине нормальным напряжением является окружное напряжение.

Abstract. Many structures are under simultaneous action of mechanical stresses and chemically active agents. Such conditions can cause a process of so-called mechanochemical corrosion, which rate linearly depends on the principal stresses. In this paper we consider the case of external uniform corrosion. Designing structures without taking into account mechanochemical corrosion can lead to their premature destruction, as well as the assignment of a large margin for the thickness of structures — to wasteful material consumption and weighting of structures. Therefore, from the point of view of safety and economics, it is important to be able to accurately calculate the initial dimensions of the structure necessary to ensure the required service life. The presented article is devoted to the calculation of the optimum thickness of a linearly elastic cylindrical tube under external and internal pressure. The dependence of the initial dimensions of the structure on the required service life is found, which allows finding the optimum dimensions of the product, and this subsequently ensures the prevention of unfavorable outcomes during its exploitation. The graphs illustrating these results are constructed, and also the influence of external and internal pressure on the durability of the structures under consideration is studied. The strengthening effect of external

pressure is proved at a fixed internal pressure. In the present paper the problem is reduced to an ordinary differential equation with respect to the required radius of the tube. The solution is constructed for such proportions of pipe dimensions and external and internal pressures, at which the maximum voltage in terms of absolute magnitude is the circumferential stress.

Ключевые слова: механохимическая коррозия, сосуды давления, трубопровод.

Keyword: mechanochemical corrosion, pressure vessels, pipeline.

Многие конструкции находятся под совместным действием механических напряжений и химически активных средств. Подобные условия могут вызвать процесс так называемой механохимической коррозии, скорость которой повышается с ростом напряжений. На основе анализа экспериментальных данных В. М. Долинским была предложена линейная зависимость скорости проникновения коррозии от напряжения и впервые применена им к расчету долговечности тонкостенной трубы под действием продольной силы [1]. Начиная с работы «Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии» (1967), указанная модель часто применялась к расчету пластин, тонких оболочек и стержневых систем [2-7].

Аналитические решения задач о долговечности толстостенных элементов трубопроводов при различных воздействиях в условиях коррозии под напряжением описаны Ю. Г. Прониной [8-11].

В представленной работе решается обратная задача определения оптимальных размеров трубы (в общем случае толстостенной), обеспечивающих безопасную эксплуатацию в течение заданного срока службы и минимальных расход материала при заданной пропускной способности трубы. Проектирование конструкций без учета механохимической коррозии может привести к их преждевременному разрушению, а задание большого запаса по толщине конструкции — к неэкономному расходу материала и утяжелению конструкции. Поэтому с точки зрения безопасности и экономики важно уметь точно рассчитывать начальные размеры конструкции, необходимые для обеспечения требуемого срока службы.

Постановка задачи

Рассматривается цилиндрическая труба под действием внутреннего p_r и внешнего p_R давления в условиях механохимической коррозии с внешней стороны, ее внешний радиус $R(t)$ при этом уменьшается с течением времени t вследствие коррозионного разрушения под действием агрессивной среды. Обозначим $R(t_0) = R_0$ в начальный момент времени, внутренний радиус считаем фиксированным: $r(t) = const$. Необходимо найти оптимальную начальную толщину сосуда $h_0 = R_0 - r$, которая бы обеспечила:

- безопасную эксплуатацию цилиндра в течение требуемого срока службы t^* ;
- минимальный расход материала на изготовление изделия.

Будем считать заданными максимальное допустимое напряжение σ^* и емкость цилиндра в начальный момент времени t_0 , которая определяет начальный внутренний радиус r_0 . Согласно [1], скорость механохимической коррозии определяется уравнением

$$v = -\frac{dR}{dt} = [a_R + m_R \sigma_1(r)] \exp(-bt), \quad (1)$$

σ_1 — максимальное по модулю нормальное напряжение на внешней поверхности, a_R, m_R, b — постоянные, определяемые опытным путем.

Решение задачи

Требуемые условия оптимальности толщины будут выполнены, только если максимальное допустимое напряжение σ^* будет достигнуто в момент времени t^* .

Будем рассматривать только те случаи, когда максимальным по модулю главным напряжением является окружное напряжение $\sigma_{\theta\theta}$, т. е. $\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta}$. Оно достигает своего максимума на внутренней поверхности, где согласно формулам Ламе

$$\sigma_1(r) = \sigma_{\theta\theta}(r) = \frac{p_r r^2 - p_R R^2}{R^2 - r^2} + \frac{p_r - p_R}{R^2 - r^2} r^2 \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1) получаем

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\exp(-bt)(R^2(-m_R p_R + a_R) + r^2(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r))}{R^2 - r^2} \tag{3}$$

Интегрирование этого уравнения при условии $R(0) = R_0$ дает для $b \neq 0$:

$$t = -\frac{1}{b} \ln \left(\left(\frac{r}{\sqrt{(-m_R p_R + a_R)(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}} + \frac{r\sqrt{(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}}{\sqrt{(-m_R p_R + a_R)^3}} \right) b \times \right. \tag{4}$$

$$\left. \times \arctan \left(\frac{(R_0 - R)\sqrt{(-m_R p_R + a_R)}}{\sqrt{(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}} \right) - \frac{b(R_0 - R)}{(-m_R p_R + a_R)} + 1 \right)$$

$$npu (-m_R p_R + a_R)(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r) > 0$$

(5)

$$t = -\frac{1}{b} \ln \left(\left(\frac{r}{\sqrt{(-m_R p_R + a_r)(-a_r - m_R p_R + 2m_R p_r)}} + \frac{r\sqrt{(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}}{\sqrt{(-m_R p_R + a_R)^3}} \right) b \times \right.$$

$$\left. \times \frac{1}{2i} \ln \left(\frac{-m_R p_R + a_R + (R_0 - R)\sqrt{(-m_R p_R + a_R)}\sqrt{(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}}{-m_R p_R + a_R - (R_0 - R)\sqrt{(-m_R p_R + a_R)}\sqrt{(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{b(R_0 - R)}{(-m_R p_R + a_R)} + 1 \right)$$

$$npu (-m_R p_R + a_R)(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r) < 0$$

Для $b = 0$:

$$t = \left(-\frac{r}{\sqrt{(-m_R p_R + a_R)(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}} - \frac{r\sqrt{(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}}{\sqrt{(-m_R p_R + a_R)^3}} \right) \times \\ \times \arctan \left(\frac{(R_0 - R)\sqrt{(-m_R p_R + a_R)}}{\sqrt{(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}} \right) + \frac{R_0 - R}{(-m_R p_R + a_R)} \quad (6)$$

при $(-m_R p_R + a_R)(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r) > 0$

$$t = -\left(\frac{r}{\sqrt{(-m_R p_R + a_R)(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}} + \frac{r\sqrt{(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}}{\sqrt{(-m_R p_R + a_R)^3}} \right) \times \\ \times \frac{1}{2i} \ln \left(\frac{-m_R p_R + a_R + (R_0 - R)\sqrt{(-m_R p_R + a_R)}\sqrt{(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}}{-m_R p_R + a_R - (R_0 - R)\sqrt{(-m_R p_R + a_R)}\sqrt{(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r)}} \right) + \\ + \frac{R_0 - R}{(-m_R p_R + a_R)} \quad (7)$$

при $(-m_R p_R + a_R)(-a_R - m_R p_R + 2m_R p_r) < 0$

Идентичность решений (4), (5) и (6), (7) при $b = 0$ может быть подтверждена с помощью разложения экспоненциальной функции в ряд Тейлора и ее последующим преобразованием, при котором получается:

$$t = \frac{1}{b} (e^{-bt} - e^0) \Big|_{b=0}$$

Срок службы сосуда определяется формулами (4)–(7) при $R = R^*$, где R^* — значение внешнего радиуса, при котором достигается предельное допустимое напряжение $\sigma^* = \sigma_1$. Подставляя $\sigma_1 = \sigma^*$ в (2), находим

$$R^* = r \sqrt{\frac{p_R + \sigma^*}{\sigma^* + 2p_r - p_R}}$$

В итоге получается зависимость $t^* = t^*(\sigma^*, R_0, r)$. С ее помощью можно построить график зависимости требуемого срока службы от начальной толщины $h_0 = R - r_0$. Также отсюда можно получить зависимость начальной толщины h_0 от разности внутреннего и внешнего давления и представить это графически.

Результаты расчетов:

По выведенным формулам в пакете MATLAB построены зависимости срока службы трубы t^* от начальной толщины h_0 в случае внешней коррозии для данных $a_R = 0,16 [l_c/t_c]$, $m_R = 0,008 [l_c/(t_c/p_c)]$, $p_r = 10 [p_c]$, $r = 100 [l_c]$. Здесь l_c, t_c, p_c — условные единицы измерения расстояния, времени и напряжения соответственно. На рис. 1 линиям с точками соответствует $p_R = 7 [p_c]$, сплошным — $p_R = 4 [p_c]$, и звездочкам — $p_R = 1 [p_c]$. При этом для каждого давления построены графики при $\sigma^* = 300 [p_c]$ (зеленые линии), $\sigma^* = 600 [p_c]$ (красные линии).

Как и следовало ожидать, на Рисунке 1 видно, что при большем пределе прочности срок службы больше. Однако чем больше разность давлений (т. е. напряжение в начальный момент времени), тем слабее влияние величины предела прочности на долговечность цилиндра. С уменьшением разности внутреннего и внешнего давлений долговечность также возрастает (верхняя пара кривых соответствует минимальной разности давлений). Этот эффект подробнее продемонстрирован на Рисунке 2, где показана зависимость разности давлений $\Delta p = p_r - p_R$ от срока службы изделия (при прочих параметрах таких же, как на Рисунке 1).

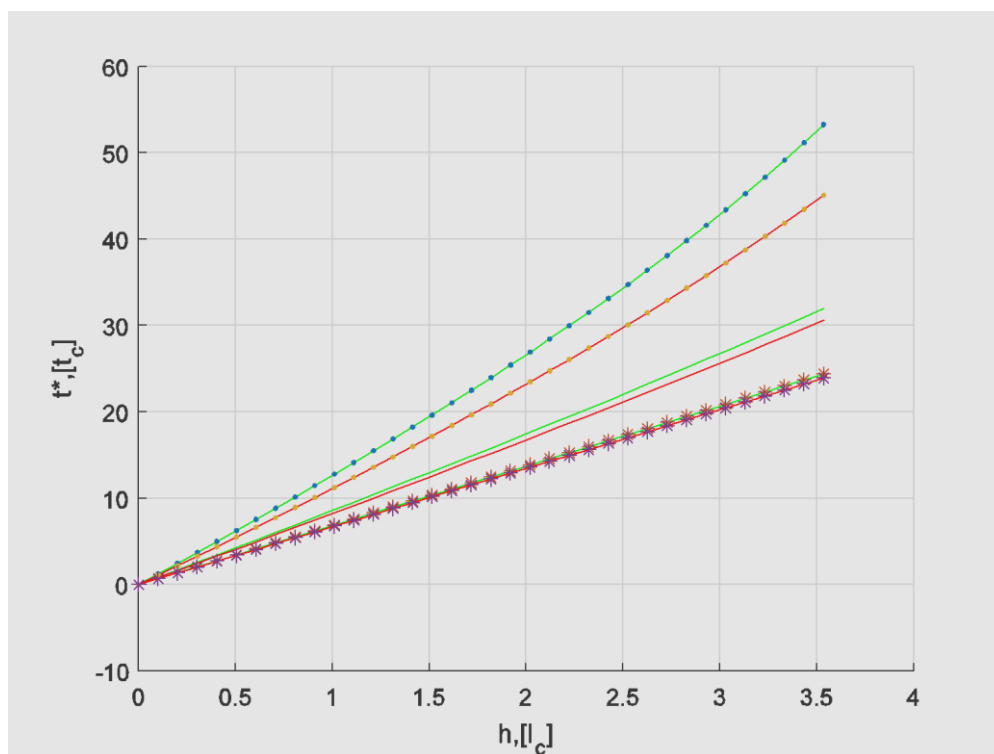


Рисунок 1: Зависимость требуемого срока службы от толщины трубы

Из Рисунка 2 можно сделать вывод, что при фиксированном внутреннем давлении приложение внешнего давления (пока оно не превосходит внутреннее) оказывает упрочняющий эффект. Однако здесь надо иметь в виду, что при приближении величины внешнего давления к внутреннему напряженное состояние в трубе приближается к однородному и окружное напряжение для относительно толстых труб перестает быть максимальным по абсолютной величине, поэтому данная модель не применима к таким ситуациям.

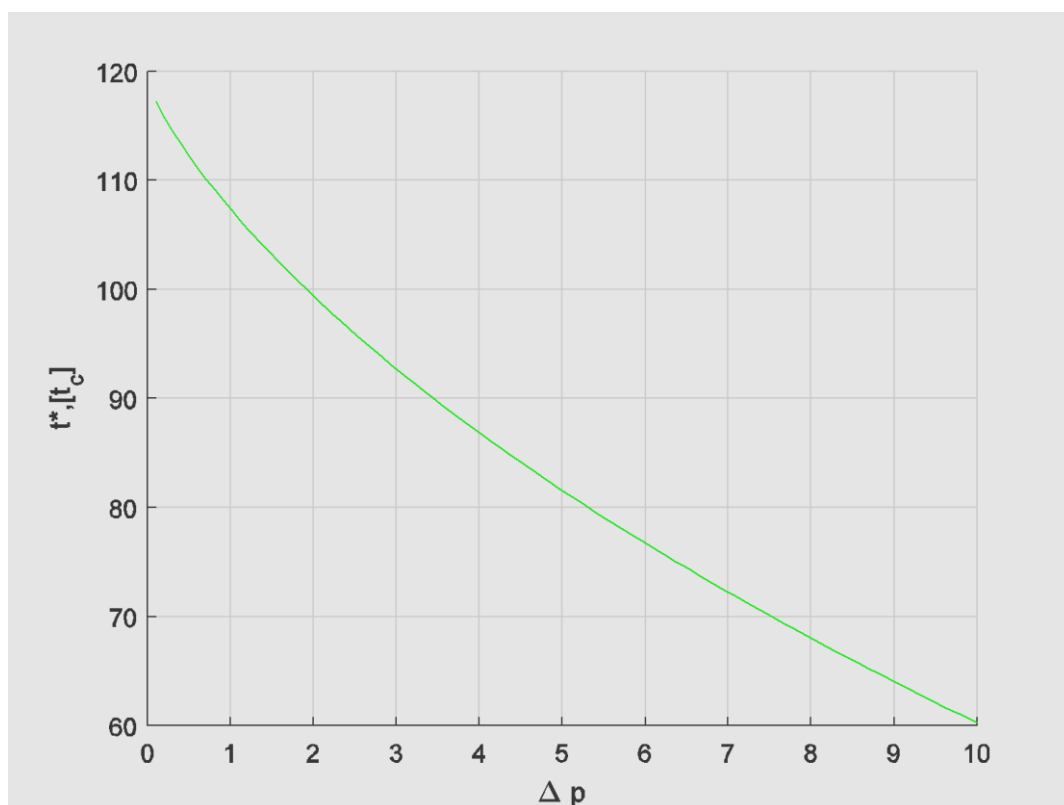


Рисунок 2: Зависимость требуемого срока службы от разности давлений

Выводы

Таким образом, показано, что при фиксированном внутреннем давлении приложение внешнего давления (пока оно не превосходит внутреннее) оказывает упрочняющий эффект, т. е. для одной и той же толщины трубы долговечность больше при большем давлении внешнем. Кроме того, при большем пределе прочности срок службы трубы будет больше.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №16-08-00890).

Список литературы:

1. Долинский В. М. Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии // Химическое и нефтяное машиностроение. 1967. №2. С. 9-10.
2. Карпунин В. Г., Клещев С. И., Корнишин М. С. Долговечность пластин и оболочек в условиях коррозионного воздействия среды // Прочность и долговечность конструкций. Киев: НауковаДумка, 1980. С. 35-44.
3. Gutman E. M., Haddad J., Bergman R. M. Stability of thin-walled high-pressure vessels subjected to uniform corrosion // Thin-Walled Structures. 2000. V. 38. P. 43-52.
4. Наумова Г. А., Овчинников И. Г. Расчеты на прочность сложных стержневых систем и трубопроводных конструкций с учетом коррозионных повреждений. Саратов: изд-во Саратов. гос. техн. ун-та, 2000. 222 с.
5. Elishakoff I., Ghyselinck G., Miglis Y. Durability of an elastic bar under tension with linear or nonlinear relationship between corrosion rate and stress // Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME. 2012. V. 79. 021013.
6. Fridman M. M. Optimal design of compressed columns with corrosion taken into account // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. 2014. V. 52. №1. P. 129-137.

7. Pronina Yu. G., Sedova E. D. New benchmark for the life assessment of a thin-walled pipe subjected to stress assisted corrosion // ECCOMAS Congress 2016 - Proceedings of the 7th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering. 7. 2016. С. 6734-6740.

8. Пронина Ю. Г. Оценка устойчивости упругой трубы под давлением коррозионных сред // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2006. №3. С. 55-63.

9. Пронина Ю. Г. Механохимическая коррозия полого цилиндра из идеального упругопластического материала под действием постоянного давления // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2006. №3. С. 121-130.

10. Пронина Ю. Г. Равномерная механохимическая коррозия полой сферы из идеального упругопластического материала под действием постоянного давления // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2009. №1. С. 113-122.

11. Пронина Ю. Г. Расчет долговечности упругой трубы под действием продольной силы, давления и осесимметричного нагрева в условиях равномерной коррозии // Проблемы прочности и пластичности. 2009. №71. С. 129-135.

12. Седова О. С., Пронина Ю. Г. О выборе эквивалентного напряжения в задачах о механохимической коррозии сферических элементов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2016. №2. С. 33-44.

13. Мальцева Л. С., Колпак Е. П., Ефремова Е. А. Круговая цилиндрическая оболочка под внутренним давлением // Молодой ученый. 2017. №1 (135). С. 120-124.

14. Grekov M. A., Kostyrko S. A. A multilayer film coating with slightly curved boundary // International Journal of Engineering Science. 2015. V. 89. P. 61-74.

15. Чжао Ш., Пронина Ю. Г. О конечно-элементной аппроксимации растянутой упругой плоскости с отверстием в пакете MATLAB // Конструктивный негладкий анализ и смежные вопросы. Тезисы докладов международной конференции, посвященной памяти профессора В. Ф. Демьянова. 2017. С. 256-261.

16. Grekov M. A., Kostyrko S. A. Surface effects in an elastic solid with nanosized surface asperities // International Journal of Solids and Structures. 2016. V. 96. P. 153-161.

17. Греков М. А. Математика и механика внутренних и поверхностных дефектов // Процессы управления и устойчивость. 2016. Т. 3. №1. С. 19-44.

18. Pronina Yu. Mechanochemical corrosion: modeling and analytical benchmarks for initial boundary value problems with unknown boundaries // Springer Proceedings in Mathematics and Statistics. 1st. Ser. "Modern Mathematical Methods and High Performance Computing in Science and Technology, M3NPCST" 2016. P. 301-309.

19. Pronina Yu. An analytical solution for the mechanochemical growth of an elliptical hole in an elastic plane under a uniform remote load // European Journal of Mechanics - A/Solids. 2017. V. 61. С. 357-363.

20. Pronina Yu. G., Khryashchev S. M. Mechanochemical growth of an elliptical hole under normal pressure // Materials Physics and Mechanics. 2017. V. 31. №1-2. С. 52-55.

21. Колпак Е. П. Matlab: методы вычислений / учебное пособие. СПб.: Соло, 2007. 99 с.

22. Колпак Е. П. Вычисления в Matlab / учебное пособие. Казань: Бук, 2016. 173 с.

References:

1. Dolinsky, V. M. (1967). Calculation of loaded pipes, subject to corrosion. *Chemical and petroleum engineering*, (2). 9-10

2. Karpunin, V. G., Kleshchev, S. I., & Kornishin, M. S. (1980). Durability of plates and shells in the conditions of corrosive action of the medium. Strength and durability of structures. Kiev, Naukova Dumka, 35-44
3. Gutman, E. M., Haddad, J., & Bergman, R. M. (2000). Stability of thin-walled high-pressure vessels subjected to uniform corrosion. *Thin-Walled Structures*, (38). 43-52
4. Naumova, G. A., & Ovchinnikov, I. G. (2000). Calculations on the strength of complex rod systems and piping structures taking into account corrosion damage. Saratov, Sarat. state. tech. university, 222
5. Elishakoff, I., Ghyselinck, G., & Miglis, Y. (2012). Durability of an elastic bar under tension with linear or nonlinear relationship between corrosion rate and stress. *Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME*, (79), 021013.
6. Fridman, M. M. (2014). Optimal design of compressed columns with corrosion taken into account. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 52, (1), 129-137
7. Pronina, Yu. G., & Sedova, E. D. (2016). New benchmark for the life assessment of a thin-walled pipe subjected to stress assisted corrosion. *ECCOMAS Congress 2016 - Proceedings of the 7th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, (7). 6734-6740.
8. Pronina, Yu. G. (2006). Evaluation of the stability of an elastic pipe under the pressure of corrosive media. *Bulletin of St. Petersburg University. Applied Mathematics. Computer science. Management processes*, (3). 55-63
9. Pronina, Yu. G. (2006). Mechanochemical corrosion of a hollow cylinder from an ideal elastoplastic material under the action of constant pressure. *Bulletin of the St. Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, (3). 121-130
10. Pronina, Yu. G. (2009). Uniform mechanochemical corrosion of a hollow sphere from an ideal elastoplastic material under the action of constant pressure. *Bulletin of the St. Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, (1). 113-122
11. Pronina, Yu. G. (2009). Calculation of the durability of an elastic tube under the action of longitudinal force, pressure, and axisymmetric heating under conditions of uniform corrosion. *Problems of Strength and Plasticity*, (71). 129-135
12. Sedova, O. S., & Pronina, Yu. G. (2016). On the choice of an equivalent voltage in problems of mechanochemical corrosion of spherical elements. *Bulletin of the St. Petersburg University. Applied Mathematics. Computer science. Management processes*, (2), 33-44.
13. Maltseva, L. S., Kolpak, E. P., & Efremova, E. A. (2017). A circular cylindrical shell under internal pressure. *Young scientist*, (1). 120-124
14. Grekov, M. A., & Kostyrko, S. A. (2015). A multilayer film coating with slightly curved boundary. *International Journal of Engineering Science*, 89. 61-74
15. Zhao, Sh., & Pronina, Yu. G. (2017). On finite-element approximation of a stretched elastic plane with a hole in the MATLAB package. *Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics. Constructive nonsmooth analysis and related questions. Abstracts of the International Conference. V. F. Demyanov. Abstracts of the international conference dedicated to the memory of Professor V. F. Demyanova*, 256-261
16. Grekov, M. A., & Kostyrko, S. A. (2016). Surface effects in an elastic solid with nanosized surface asperities. *International Journal of Solids and Structures*, (96). 153-161
17. Grekov, M. A. (2016). Mathematics and mechanics of internal and surface defects. in *Control. Processes and Stability*, 3, (1). 19-44
18. Pronina, Yu. (2016). Mechanochemical corrosion: modeling and analytical benchmarks for initial boundary value problems with unknown boundaries. *Springer Proceedings in Mathematics and Statistics. 1st. Ser. "Modern Mathematical Methods and High Performance Computing in Science and Technology, M3HPCST"*, 301-309

19. Pronina, Yu. (2017). An analytical solution for the mechanochemical growth of an elliptical hole in an elastic plane under a uniform remote load. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, (61). 357-363.

20. Pronina, Yu. G., & Khryashchev S. M. (2017). Mechanochemical growth of an elliptical hole under normal pressure. *Materials Physics and Mechanics*, 31, (1-2). 52-55

21. Kolpak, E. P. (2007). *Mathlab: Computational methods textbook*. St. Petersburg, Solo, 99

22. Kolpak, E. P. (2016). *Calculations in Matlab. manual*. Kazan, Buk, 173

*Работа поступила
в редакцию 24.02.2018 г.*

*Принята к публикации
28.02.2018 г.*

Ссылка для цитирования:

Елаева М. В. Расчет оптимальной толщины трубы, подверженной наружной коррозии под напряжением // Бюллетень науки и практики. 2018. Т. 4. №3. С. 121-129. Режим доступа: <http://www.bulletennauki.com/elaeva> (дата обращения 15.03.2018).

Cite as (APA):

Elaeva, M. (2018). Calculation of the optimum thickness of the pipe subjected to external stress corrosion. *Bulletin of Science and Practice*, 4, (3), 121-129