

330.322.54:005.8

CRITERII DE FOLOSIT ÎN FUNCȚIE DE MISIUNEA PROIECTELOR DE INVESTIȚII

*Prof. univ. dr. hab. Ion BOLUN, ASEM
bolun@ase.md*

Este efectuată analiza comparativă a șapte indici de eficiență a proiectelor de investiții, în scopul determinării criteriilor de folosit în funcție de misiunea i-proiectelor de investiții. Este demonstrat că, în cazul proiectelor pentru care calcularea venitului este atât de dificilă, încât nici nu se merită efectuarea calculării, ca indice de bază de eficiență economică este oportună utilizarea Costului total cu proprietatea anuală echivalentă, iar în celelalte cazuri – a Valorii actualizate nete anuale echivalente împreună cu Indicele de profitabilitate anuală echivalentă.

***Cuvinte-cheie:** proiecte de investiții, indici de eficiență economică, analiză comparativă, valoarea actualizată netă, indice de profitabilitate, metoda valorii anuale echivalente.*

JEL: C61.

1. Introducere. La analiza economică a produselor informatice (i-produse) pentru investiții, alegerea indicilor de apreciere a alternativelor de soluții este de primă importanță. Pentru aprecierea eficienței economice a proiectelor de investiții, se recomandă folosirea unor asemenea indici, ca: rata profitului [1, 2], durata recuperării investițiilor [2-4], valoarea actualizată netă [3-5], indicele de profitabilitate [3], rata internă de rentabilitate [3-5], cheltuielile totale cu proprietatea [6, 7] ș.a. O descriere sistematizată a 15 indici de eficiență a proiectelor, din cei mai folosiți în domeniu, este dată în [8].

Multitudinea criteriilor de eficiență a i-proiectelor se explică prin diversitatea aspectelor ce caracterizează situațiile-problemă aferente. Analiza comparativă, efectuată în [9] și bazată pe corelarea dintre indici, specificul valorii temporale a banilor, durata diferită a proiectelor și, de asemenea, gama și importanța aspectelor caracterizate, a condus la reducerea numărului de indici de bază de la 15 la 7 și anume: durata actualizată de recuperare a investițiilor (R_d^1), randamentul economic al investițiilor (R^{EI}), valoarea actualizată netă (NPV), rata internă de rentabilitate (IRR), indicele de profitabilitate (PI), cheltuielile ajustate (C^{EN}) și cheltuielile totale cu proprietatea (TCO).

330.322.54:005.8

CRITERIA TO BE USED BY MISSION OF INVESTMENT PROJECTS

*Professor, Hab. Dr. Ion BOLUN, ASEM
bolun@ase.md*

A comparative analysis of seven investment projects efficiency indices has been made aiming to determine the criteria to be used by mission of i-projects. It is shown that in case of projects, whose revenue is so difficult to quantify that it is not worth it, as basic economic efficiency index it is appropriate to use the Equivalent Annual Total Costs of Ownership, and in other cases – the Equivalent Annual Net Present Value together with the Equivalent Annual Profitability Index.

***Key words:** investment projects, economic efficiency indices, comparative analyses, net present value, profitability index, equivalent annual value method.*

JEL: C61.

1. Introduction. In economic analysis of informatics products (i-products) for investments, the choice of indices for the appreciation of solution alternatives is of prime importance. For the assessment of economic efficiency of investment projects, it is recommended to use such indices as: profit rate [1, 2], payback period [2-4], net present value [3-5], profitability index [3], internal rate of return [3-5], total costs of ownership [6, 7] and so on. A systematic description of 15 projects efficiency indices, most used in the field is done in [8].

The multitude of efficiency criteria for i-projects is caused by the diversity of aspects that characterizes the respective situation-problems. Comparative analyses, done in [9], based on the correlation of indices, taking into account the time value of money, the different duration of projects, and also the range and importance of index-driven issues, has led to a reduction in the number of base indices from 15 to 7, i.e.: discounted return on investment (R_d^1), economic return of investments (R^{EI}), net present value (NPV), internal rate of return (IRR), profitability index (PI), adjusted expenditure C^{EN} and total costs of ownership (TCO).

In this paper, the comparative analysis of these seven investment projects efficiency indices will be done, aiming to determine the criteria to be used by mission of i-projects.

În lucrare, se va efectua analiza comparativă a acestor șapte indici de eficiență, având ca scop determinarea criteriilor de folosit în funcție de misiunea i-proiectelor de investiții.

2. Considerații generale. În funcție de produsul cercetat și domeniul utilizării lui, setul de indici oportuni poate fi diferit. De obicei, se aplică 1-3 indici de bază și câțiva indici auxiliari.

După posibilitatea estimării cantitative a venitului de la implementare, i-proiectele pot fi grupate în două categorii:

- a) proiecte, ale căror venituri provenite de la implementarea lor sunt atât de dificil de estimat, încât nici nu merită estimate (Categororia 1);
- b) proiecte, ale căror venituri generate de la implementarea lor pot fi estimate cu eforturi rezonabile (Categororia 2).

Se va considera, totodată, că, pentru toate proiectele ce țin de oricare din aceste două categorii, se pot determina toate costurile suportate cu întreținerea și utilizarea lor.

În practică, există multe cazuri, când un produs este creat/procurat, implementat și, ulterior, folosit în decursul mai multor ani. În asemenea cazuri, este necesară luarea în considerare în calcule și a factorului timp: investițiile și cheltuielile operaționale din diferiți ani se actualizează într-unul și același moment de timp – începutul anului de referință [4]. În acest scop, cheltuielile și rezultatele anului respectiv, efectuate și obținute până la începutul anului de referință, se înmulțesc cu coeficientul de actualizare d_n , iar cele efectuate și obținute după începutul anului de referință – se împart la acest coeficient; aici n este numărul de ani ce despart anul respectiv de anul de referință. Coeficientul d_n se determină conform formulei [4] $d_n = (1 + d)^n$, unde d este rata de actualizare. Astfel, indicii pot fi statici (aceștia nu iau în considerare factorul timp) și dinamici (aceștia iau în considerare factorul timp). Indicii statici se folosesc, de obicei, pentru estimarea eficienței proiectelor de durată ce nu depășește un an. În celelalte cazuri, se folosesc indici dinamici.

De asemenea, la compararea proiectelor de durată diferită, este oportună folosirea metodei valorii anuale echivalente (EAV). Aceasta pune în corespondență adecvată valorii sumare actualizate, pe o perioadă de timp a unui indice al unei valori pe o perioadă mai mică, de exemplu, un an. Pentru indicele XX, ce caracterizează o anumită valoare absolută pe întreaga perioadă D de folosire a produsului, valoarea anuală se va nota EAXX și se determină ca

$$EAXX = XX \times CRF = XX \times \left[\sum_{t=1}^D \frac{1}{(1+d)^t} \right]^{-1} = XX \times \frac{d(1+d)^D}{(1+d)^D - 1}, \quad (1)$$

2. General considerations. Depending on the research product and its field of use, the set of applied indices may be different. Typically, 1-3 core indices and a few auxiliary indices are used.

By the possibility of quantitative estimation of the revenue from implementation, projects can be grouped in two categories:

- a) projects with revenues difficult to be quantified, that are not worth to be estimated (Category 1);
- b) projects with revenues that can be estimated with reasonable efforts (Category 2).

It will also be considered that for all projects related to one of these two categories, all costs, incurred in maintaining and using them, can be determined.

In practice, there are many cases when a product is created/procured, implemented and subsequently used over several years. In such cases, it is appropriate to take into account the time factor: investment and operational expenditure in different years are updated at the same time – the beginning of the reference year [4]. For this purpose, the expenditure and results of that year, incurred and obtained before the beginning of the reference year, shall be multiplied by the discount coefficient d_n , and those, incurred and obtained after the beginning of the reference year, shall be divided by that coefficient; here n is the number of years separating that year from the reference year. The coefficient d_n is determined according to formula [4] $d_n = (1+d)^n$, where d is the discount rate. Thus, indices can be static (they do not take into account the time factor) and can be dynamic (they take into account the time factor). Static indices are typically used to estimate the effectiveness of projects with a duration not exceeding one year. In other cases, dynamic indices are used.

Also, for the appropriate comparison of projects with different lifetimes, it is opportune to use the equivalent annual value method (EAV). It puts in an adequate correspondence to the updated summary value over a period of time of an index of a value over a shorter period, e.g. one year. For index XX, which characterizes a certain absolute value for the entire period D of the product use, the annual value will be noted EAXX and is determined as

unde CRF este factorul de recuperare a capitalului. Pentru indicii NPV, IRR și PI au loc relațiile

$$NPV = \sum_{t=1}^D \frac{CF_t}{(1+d)^t} - I^c, \quad \sum_{t=1}^D \frac{CF_t}{(1+IRR)^t} - I^c = 0, \quad PI = 1 + \frac{NPV}{I^c}, \quad (2)-(4)$$

unde CF_t sunt fluxurile de numerar în anul t .

3. Criterii de folosit pentru proiecte aparte.

Selectarea unor proiecte aparte poate fi efectuată prin compararea în perechi a proiectelor în discuție, folosind anumite criterii.

Afirmația 1. Pentru proiectele de Categoria 1, drept criteriu de bază de eficiență economică este oportună folosirea minimizării TCO, eventual conjugată cu metoda valorii anuale echivalente – indicele EATCO.

Într-adevăr, din cei șapte indici de bază nominalizați în s. 2, venitul de la implementarea proiectelor nu se cere de estimat doar la indicii C^{EN} și TCO. Cercetarea comparativă a acestora este dată în [8]. În anumite situații, folosirea acestor doi indici conduce la preferințe diferite privind proiectele de comparație. Totodată, indicele TCO acoperă perioada D de folosire a produsului, pe când cel C^{EN} – doar durata normativă T^N de recuperare a investițiilor. Dacă $T^N > D$, atunci valoarea C^{EN} nu caracterizează suficient de adecvat proiectul, iar dacă $T^N < D$, atunci valoarea TCO caracterizează mai deplin proiectul. Suplimentar, una din condițiile ca proiectul de Categoria 2 să fie acceptat constă în respectarea relației $T^N < D$. Deci, de preferat este folosirea indicelui TCO. Dacă proiectele de comparație sunt de durată diferită, atunci se aplică indicele EATCO. ■

Afirmația 2. Pentru proiectele de Categoria 2, folosirea indicilor C^{EN} , TCO, R_d^I și R^{EI} ca indici de bază de eficiență economică nu este oportună. Într-adevăr, indicii C^{EN} și TCO iau în considerare doar costurile actualizate cu realizarea proiectelor. Bineînțeles, analiza acestora poate fi folosită la luarea de măsuri pentru reducerea lor, dar de costurile în cauză se ține cont și la calcularea celorlalți cinci indici din cei șapte de bază nominalizați în s. 2. Totodată, acești cinci indici (R_d^I , R^{EI} , PI, NPV și IRR) iau în considerare și profitul de la implementarea proiectelor, deci caracterizează mai complet alternativele. ▼

În ceea ce privește indicele R_d^I , acesta, spre deosebire de cei R^{EI} , PI, NPV și IRR, nu ia în calcul durata D de folosire a produsului și, totodată, nu estimează profitul ce se obține de la produs după recuperarea investițiilor. În plus, spre deosebire de cei IP, VAN și RIR, indicii R_d^I și R^{EI} nu țin cont de

where CRF is the Capital Recovery Factor. For indices NPV, IRR and PI occur the relationships

where CF_t are cash flows in year t .

3. Criteria to use for separate projects. Selection of particular projects can be done by comparing the projects in question in pairs using certain criteria.

Statement 1. For Category 1 projects, as a basic criterion of economic efficiency it is appropriate to use the TCO minimization, eventually in conjunction with the equivalent annual value method – the EATCO index.

Indeed, out of the seven core indices nominated in s. 2, the revenue from project implementation is not required to be estimated only for C^{EN} and TCO indices. Their comparative analysis is given in [8]. In certain situation, using these two indices leads to different preferences for comparison projects. At the same time, the TCO index covers the period D of the product use, while the C^{EN} – only the normative duration T^N of return on investments. If $T^N > D$, then the C^{EN} does not sufficiently characterize the project, and if $T^N < D$ then the TCO value more fully characterizes the project. Additionally, one of the conditions that the Category 2 project be accepted is the observance of the $T^N < D$ relationship. Therefore, it is preferable to use the TCO index. If the comparison projects are of a different duration, the EATCO index is applied. ■

Statement 2. For Category 2 projects, the use of C^{EN} , TCO, R_d^I and R^{EI} indices as basic indices of economic efficiency is not appropriate.

Indeed, the C^{EN} and TCO indices only take into account the discounted costs of project implementation. Of course, their analysis can be used to take actions to reduce them. But the costs involved are also taken into account in the calculation of the other five indices of the basic seven nominated in s. 2. At the same time, these five indices (R_d^I , R^{EI} , PI, NPV and IRR) in addition take into account the profit from the implementation of projects, thus characterizing the alternatives more fully. ▼

As for index R_d^I , it, unlike the R^{EI} , PI, NPV and IRR, does not take into account the D -life of the product and, at the same time, does not estimate the profit obtained from the product after the recovery of investment. Moreover, unlike the PI, NPV and IRR, the indices R_d^I and R^{EI} do not take into account the possibility of reinvesting, along with the profit, and of that of the amortization fund, as the proceeds

posibilitatea reinvestirii, concomitent cu profitul, și a fondului de amortizare pe măsura încasărilor de la comercializarea produselor vândute sau a serviciilor prestate. ■

Afirmația 3. Pentru proiectele de Categoria 2, folosirea indicilor PI și NPV conduce la aceeași soluție, doar dacă

$$\alpha > (I_{II}^C / I_I^C - 1)(PI_{II} - 1), \quad (5)$$

unde I_I^C și I_{II}^C exprimă investițiile cu proiectele I și II, respectiv; PI_I și PI_{II} sunt valorile indicelui PI pentru proiectele I și II, iar $PI_I = PI_{II} + \alpha$, $\alpha > 0$.

Într-adevăr, fie NPV_I și NPV_{II} sunt valorile indicelui NPV pentru proiectele I și II. Deoarece $PI_I > PI_{II}$, pentru ca indicii PI și NPV să conducă la aceeași soluție, este necesar și suficient să fie și $NPV_I > NPV_{II}$. Atunci, ținând cont de (4), obținem $NPV_I = I_I^C (PI_{II} + \alpha - 1) > NPV_{II} = I_{II}^C (PI_{II} - 1)$, de unde rezultă (5). ■

Consecința 1. Dacă pentru proiectele I și II de Categoria 2 au loc relațiile

$$I_I^C \geq I_{II}^C, NPV_{II} \geq 0 \text{ sau } I_I^C \leq I_{II}^C, NPV_{II} < 0 \text{ sau } I_I^C = I_{II}^C \quad (6)-(8)$$

la $PI_I = PI_{II} + \alpha$, $\alpha > 0$, atunci indicii PI și NPV conduc la aceeași soluție, de preferat fiind proiectul I.

Într-adevăr, dacă $NPV_{II} \geq 0$, atunci, ținând cont de (4), are loc și $PI_{II} \geq 1$. Deci, partea dreaptă a inegalității (5), ținând cont de (6), este non-positivă, în timp ce $\alpha = PI_I - PI_{II} > 0$, deci, are loc (5), îndeplinindu-se condițiile Afirmației 3. ▼

Dacă, însă, $NPV_{II} < 0$, atunci, ținând cont de (4), are loc și $PI_{II} < 1$. Deci, partea dreaptă a inegalității (5), ținând cont de (7), este non-positivă, pe când $\alpha = PI_I - PI_{II} > 0$, deci are loc (5), îndeplinindu-se condițiile Afirmației 3. ▼

Din (6)-(8), se poate observa că situația (8) se regăsește în cele (6) și (7) luate în ansamblu. ■

Prin comparare, se poate ușor observa că restricția (5) este mult mai largă decât cele (6)-(8).

Consecința 2. Dacă un proiect este de preferat doar în cazul că $NPV > 0$ și pentru proiectele I și II de Categoria 2 au loc relațiile $I_I^C > I_{II}^C$, $PI_I = PI_{II} + \alpha$, $\alpha > 0$, atunci indicii PI și NPV conduc la aceeași soluție, de preferat fiind proiectul I.

Într-adevăr, conform Consecinței 1, cazul (6) are loc. A rămas de demonstrat cazul $I_I^C > I_{II}^C$,

$PI_I = PI_{II} + \alpha$, $\alpha > 0$, $NPV_{II} < 0$. În acest caz, are loc $NPV_{II} < 0$, deci, proiectul II nu poate fi preferat, dar poate fi preferat proiectul I. Ultimul poate fi și selectat la $PI_I > 1$, care implică și relația $NPV_I > 0$ (a se vedea (4)). ■

from the sale of the products sold or of the services provided. ■

Statement 3. For Category 2 projects, the use of PI and NPV indices lead to the same solution only if

where I_I^C and I_{II}^C are the investments with projects I and II, respectively; PI_I and PI_{II} are PI index values for projects I and II, and $PI_I = PI_{II} + \alpha$, $\alpha > 0$.

Indeed, let NPV_I and NPV_{II} are the values of the NPV index for projects I and II. Because $PI_I > PI_{II}$, for the PI and NPV indices to lead to the same solution, it is necessary and sufficient that also occurs $NPV_I > NPV_{II}$. Then, taking into account (4), we obtain $NPV_I = I_I^C (PI_{II} + \alpha - 1) > NPV_{II} = I_{II}^C (PI_{II} - 1)$, from where it results (5). ■

Consequence 1. If for Category 2 project I and II take place the relationships

at $PI_I = PI_{II} + \alpha$, $\alpha > 0$, then indices PI and NPV lead to the same solution, preferably being the project I.

Indeed, if $NPV_{II} \geq 0$, then, taking into account (4), occurs $PI_{II} \geq 1$. So, the right side of inequality (5), taking into account (6), is non-positive, while $\alpha = PI_I - PI_{II} > 0$, so it takes place (5), fulfilling the conditions of Statement 3. ▼

However, if $NPV_{II} < 0$, then, taking into account (4), there is also $PI_{II} < 1$. So, the right side of inequality (5), taking into account (7) is non-positive, while $\alpha = PI_I - PI_{II} > 0$, so it takes place (5), fulfilling the conditions of Statement 3. ▼

From (6)-(8), it can be seen that the situation (8) is found in the (6) and (7) taken together. ■

By comparison, it can be easily observed that the restriction (5) is much wider than the (6)-(8) ones.

Consequence 2. If a project is preferred only if $NPV > 0$ and for projects I and II of Category 2 there occur relationships $I_I^C > I_{II}^C$, $PI_I = PI_{II} + \alpha$, $\alpha > 0$, then the PI and NPV indices lead to the same solution, preferably being the project I.

Indeed, according to Consequence 1, case (6) occurs. It remains to prove the case $I_I^C > I_{II}^C$,

$PI_I = PI_{II} + \alpha$, $\alpha > 0$, $NPV_{II} < 0$. In this case occurs $NPV_{II} < 0$, so project II cannot be preferred, but project I may be preferred. The last one can also be selected if $PI_I > 1$, which also implies $NPV_I > 0$ (see (4)). ■

Afirmația 4. Dacă un proiect este de preferat doar la $VAN > 0$ și pentru proiectele I și II de Categoriile 1b sau 2b au loc relațiile

$$I_1^C < I_2^C, PI_1 = PI_2 + \alpha, \alpha > 0, NPV_2 > 0 \quad (9)$$

și / and

$$\alpha < (I_2^C - I_1^C)(IP_2 - 1) / I_1^C, \quad (10)$$

atunci, indicii PI și NPV conduc la soluții diferite.

Într-adevăr, în condițiile (9), conform indicelui PI, de preferat este proiectul I, în timp ce, ținând cont de (5) și (10), conform indicelui NPV, de preferat este proiectul II. ■

Astfel, deși la o valoare NPV mai mică, se poate întâmpla să fie rezonabil de selectat proiectul de o valoare PI mai mare, în scopul economisirii de resurse financiare pentru o posibilă acțiune viitoare, îndeosebi dacă valorile NPV pentru cele două proiecte diferă nesemnificativ, iar cele ale PI – considerabil.

Fie IRR_1, IRR_2, D_1 și D_2 sunt valorile parametrilor IRR și D pentru proiectele I și II.

Afirmația 5. Folosirea indicilor PI și IRR la compararea proiectelor I și II conduce la aceeași soluție, dacă $IRR_1 > d \geq IRR_2$ sau dacă la $IRR_1 > IRR_2 > d, CF_{1t} = CF_{1t}, t = \overline{1, D_1}$ și $CF_{2t} = CF_{2t}, t = \overline{1, D_2}$ are loc și $D_1 \geq D_2$.

Într-adevăr, la începutul lansării produsului proiectului în exploatare și $IRR_1 > d \geq IRR_2$, conform (2) și (3) avem $VAN_1 > 0$, deci, ținând cont de (4), are loc și $PI_1 > 1$. Totodată, deoarece $d \geq IRR_2$, conform (2) și (3) avem $NPV_2 \leq 0$, deci, ținând cont de (4), are loc și $PI_2 \leq 1$. Astfel, $PI_1 > PI_2$. ▼

În cel de-al doilea caz, la începutul lansării produsului proiectului în exploatare, din (3) avem

$$I^C = \sum_{t=1}^D \frac{CF_t}{(1+IRR)^t}, \text{ iar din (4) } I^C = \frac{1}{PI} \sum_{t=1}^D \frac{CF_t}{(1+d)^t}.$$

Egalând părțile drepte ale acestor două egalități,

$$\text{obținem } PI = \frac{\sum_{t=1}^D \frac{CF_t}{(1+d)^t}}{\sum_{t=1}^D \frac{CF_t}{(1+IRR)^t}}. \text{ Astfel,}$$

$$\frac{PI_1}{PI_2} = \frac{\sum_{t=1}^{D_1} \frac{CF_{1t}}{(1+d)^t}}{\sum_{t=1}^{D_1} \frac{CF_{1t}}{(1+IRR_1)^t}} \Bigg/ \frac{\sum_{t=1}^{D_2} \frac{CF_{2t}}{(1+d)^t}}{\sum_{t=1}^{D_2} \frac{CF_{2t}}{(1+IRR_2)^t}}. \quad (11)$$

Pentru $CF_{1t} = CF_{1t}, t = \overline{1, D_1}$ și $CF_{2t} = CF_{2t}, t = \overline{1, D_2}$, raportul (11) se reduce la

Statement 4. If a project is preferred only if $NPV > 0$ and for projects I and II of Category 2 there occur relationships

then indices PI and NPV lead to different solutions.

Indeed, under conditions (9), according to PI index, the project I to be preferred, while according to NPV index, taking into account (5) and (10), the project II to be preferred. ■

Thus, although at a lower NPV value, it may be happen to be reasonable to select the project with a higher PI value, in order to save financial resources for possible future action, especially if the NPV values for the two projects differ insignificantly, and the PIs – considerably.

Let IRR_1, IRR_2, D_1 și D_2 are the values of IRR and D parameters for projects I and II.

Statement 5. The use of PI and IRR indices for the comparison of projects I and II leads to the same solution, if $IRR_1 > d \geq IRR_2$ or if at $IRR_1 > IRR_2 > d, CF_{1t} = CF_{1t}, t = \overline{1, D_1}$ and $CF_{2t} = CF_{2t}, t = \overline{1, D_2}$ occurs $D_1 \geq D_2$, too.

Indeed, at the beginning of the product launch in operation and $IRR_1 > d \geq IRR_2$, according to (2) and (3) we have $NPV_1 > 0$, so, taking into account (4) occurs $PI_1 > 1$, too. However, because $d \geq IRR_2$, according to (2) and (3) we have $NPV_2 \leq 0$; so, taking into account (3), occurs $PI_2 \leq 1$, too. Thus, $PI_1 > PI_2$. ▼

In the second case, at the start of the product launch in exploitation, from (3) we have

$$I^C = \sum_{t=1}^D \frac{CF_t}{(1+IRR)^t}, \text{ and from (4) } I^C = \frac{1}{PI} \sum_{t=1}^D \frac{CF_t}{(1+d)^t}.$$

By equalizing the straight parts of these two equalities, we obtain

$$PI = \frac{\sum_{t=1}^D \frac{CF_t}{(1+d)^t}}{\sum_{t=1}^D \frac{CF_t}{(1+IRR)^t}}.$$

So,

For $CF_{1t} = CF_{1t}, t = \overline{1, D_1}$ and $CF_{2t} = CF_{2t}, t = \overline{1, D_2}$, the ratio (11) is reducing to

$$\frac{PI_I}{PI_{II}} = \frac{\sum_{t=1}^{D_I} \frac{1}{(1+d)^t}}{\sum_{t=1}^{D_I} \frac{1}{(1+IRR_I)^t}} \bigg/ \frac{\sum_{t=1}^{D_{II}} \frac{1}{(1+d)^t}}{\sum_{t=1}^{D_{II}} \frac{1}{(1+IRR_{II})^t}} \quad (12)$$

La $x > 0$, valoarea expresiei $\sum_{t=1}^D \frac{1}{(1+x)^t}$ este crescătoare față de D și descrescătoare față de x . De aceea, la $IRR_I > IRR_{II} > d$ și $D_I \geq D_{II}$, pentru raportul (12) are loc $PI_I > PI_{II}$. Chiar dacă, în cazuri aparte, indicii nominalizați ar putea conduce la soluții diferite, situațiile în cauză se încadrează, în majoritatea cazurilor, în marja de eroare a estimării datelor inițiale privind proiectele de comparație, îndeosebi pentru perioade D de durată relativ mare. ■

Consecința 3. Se poate considera că, la $IRR_I > IRR_{II} > d$ și $D_I \geq D_{II}$, folosirea indicilor PI și IRR pentru compararea proiectelor I și II conduce, de obicei, la aceeași soluție.

Într-adevăr, Consecința 3 este o generalizare a celui de-al doilea caz al Afirmației 5, considerând că, la raportul (11), devierile de la condițiile $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{1, D_I}$ și $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{1, D_{II}}$ se vor încadra, de obicei, în respectarea relației $IP_I/IP_{II} > 1$. În plus, ținând cont de (11), deoarece $IRR_I > IRR_{II}$, au loc inegalitățile

$$\frac{\frac{CF_{I_t}}{(1+d)^t}}{\frac{CF_I}{(1+IRR_I)^t}} \bigg/ \frac{\frac{CF_{II_t}}{(1+d)^t}}{\frac{CF_{II}}{(1+IRR_{II})^t}} = \frac{(1+IRR_I)^t}{(1+IRR_{II})^t} > 1, t = \overline{1, D_{II}} \quad (13)$$

și, deoarece $IRR_I > d$, avem

$$\sum_{t=D_{II}+1}^{D_I} \frac{CF_{I_t}}{(1+d)^t} \bigg/ \sum_{t=D_{II}+1}^{D_I} \frac{CF_{II_t}}{(1+IRR_I)^t} > 1. \quad (14)$$

Din (11), (13) și (14) rezultă că inegalitatea $PI_I > PI_{II}$ are loc, de regulă, și fără îndeplinirea condițiilor $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{1, D_I}$ și $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{1, D_{II}}$. ■

Afirmația 6. Șansa ca, la $IRR_I > IRR_{II} > d$ și $D_I < D_{II}$, folosirea indicilor PI și IRR, pentru compararea proiectelor I și II, să conducă la aceeași soluție este crescătoare față de IRR_I/IRR_{II} , d/IRR_{II} și D_I și descrescătoare față de D_{II} și $D_{II} - D_I$.

Într-adevăr, deoarece $IRR_I > IRR_{II}$, similar celor (13) au loc inegalitățile

At $x > 0$, the expression $\sum_{t=1}^D \frac{1}{(1+x)^t}$ value is increasing with respect to D and decreasing with x . Therefore, at $IRR_I > IRR_{II} > d$ and $D_I \geq D_{II}$, for the ratio (12) occurs $PI_I > PI_{II}$. Even if, in separate cases, the nominated indices could lead to different solutions, the situations in question fall, in most cases, within the error margin of estimating the baseline data on the comparison projects, especially for relatively long D -periods. ■

Consequence 3. It can be assumed that at $IRR_I > IRR_{II} > d$ and $D_I \geq D_{II}$, the use of PI and IRR indices for the comparison of projects I and II usually leads to the same solution.

Indeed, Consequence 3 is a generalization of the second case of Statement 5, assuming that, at ratio (11), the deviations from $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{1, D_I}$ and $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{1, D_{II}}$ conditions will usually fall within the $PI_I/PI_{II} > 1$ relationship. Moreover, taking into account (11), because of $IRR_I > IRR_{II}$, occur the inequalities

and, because of $IRR_I > d$, one has

It follows from (11), (13) and (14) that the inequality $PI_I > PI_{II}$ usually takes place without meeting the $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{1, D_I}$ și $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{1, D_{II}}$ conditions. ■

Statement 6. The chance that at $IRR_I > IRR_{II} > d$ and $D_I < D_{II}$, the use of PI and IRR indices to compare projects I and II to lead to the same solution is rising with IRR_I/IRR_{II} , d/IRR_{II} and D_I and is decreasing with D_{II} and $D_{II} - D_I$.

Indeed, because $IRR_I > IRR_{II}$, similar to (13), occur inequalities

$$\frac{\frac{CF_{I_t}}{(1+d)^t}}{CF_{I_t}} \bigg/ \frac{\frac{CF_{II_t}}{(1+d)^t}}{CF_{II_t}} = \frac{(1+IRR_I)^t}{(1+IRR_{II})^t} > 1, \quad t = \overline{1, D_I}. \quad (15)$$

Însă celor (14), în acest caz, deja, nu la numărător, ci la numitorul raportului (11), la $IRR_{II} > d$, le corespund

However, to those (14), in this case already not in the numerator but in the denominator of the ratio (11), at $IRR_{II} > d$, they correspond

$$\sum_{t=D_I+1}^{D_{II}} \frac{CF_{I_t}}{(1+d)^t} \bigg/ \sum_{t=D_I+1}^{D_{II}} \frac{CF_{II_t}}{(1+IRR_{II})^t} > 1, \quad (16)$$

care la $CF_{I_t} = CF_I$, $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{D_I+1, D_{II}}$ se reduce la

which at $CF_{I_t} = CF_I$, $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{D_I+1, D_{II}}$ is reducing to

$$\sum_{t=D_I+1}^{D_{II}} \frac{1}{(1+d)^t} \bigg/ \sum_{t=D_I+1}^{D_{II}} \frac{1}{(1+IRR_{II})^t} = \frac{IRR_{II}(1+IRR_{II})^{D_I+1} [1 - (1+d)^{-D_{II}+D_I+1}]}{d(1+d)^{D_I+1} [1 - (1+IRR_{II})^{-D_{II}+D_I+1}]} > 1. \quad (17)$$

Astfel, ținând cont de (11) la $IRR_I > IRR_{II} > d$, dacă inegalitățile (15) contribuie la cea $PI_I > PI_{II}$, atunci inegalitățile (16) – la cea $PI_I < PI_{II}$. Caracterul crescător al șansei în discuție față de IRR_I/IRR_{II} rezultă din (15), față de d/IRR_{II} rezultă din (16) și față de D_I rezultă din (15)-(17), iar cel descrescător față D_{II} și $D_{II} - D_I$ rezultă din (16) și (17). ■

Thus, taking into account (11) at $IRR_I > IRR_{II} > d$, if inequalities (15) contribute to the $PI_I > PI_{II}$, then the (16) inequality – to the $PI_I < PI_{II}$ one. The increasing character of the chance in question in relation with IRR_I/IRR_{II} results from (15), with d/IRR_{II} – from (16) and with D_I – from (15)-(17), and the decreasing one towards D_{II} and $D_{II} - D_I$ results from (16) and (17). ■

Afirmația 7. Folosirea indicilor EAPI și IRR, la compararea proiectelor I și II, conduce la aceeași soluție, dacă $IRR_I > d \geq IRR_{II}$ sau dacă la $IRR_I > IRR_{II}$, $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{1, D_I}$ și $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{1, D_{II}}$ are loc și $D_{II} \geq D_I$.

Statement 7. The use of EAPI and IRR indices, when comparing projects I and II, leads to the same solution if $IRR_I > d \geq IRR_{II}$ or if at $IRR_I > IRR_{II}$, $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{1, D_I}$ and $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{1, D_{II}}$ occur the $D_{II} \geq D_I$, too.

Într-adevăr, la începutul lansării produsului proiectului în exploatare, ținând cont de (1), în mod similar cu obținerea raportului (11), avem

Indeed, at the start of the product launch in operation taking into account (1), similar to obtaining the ratio (11), we have

$$\frac{EAPI_I}{EAPI_{II}} = \frac{\sum_{t=1}^{D_I} \frac{CF_{I_t}}{(1+d)^t}}{\sum_{t=1}^{D_I} \frac{1}{(1+d)^t} \sum_{t=1}^{D_I} \frac{CF_{I_t}}{(1+IRR_I)^t}} \bigg/ \frac{\sum_{t=1}^{D_{II}} \frac{CF_{II_t}}{(1+d)^t}}{\sum_{t=1}^{D_{II}} \frac{1}{(1+d)^t} \sum_{t=1}^{D_{II}} \frac{CF_{II_t}}{(1+IRR_{II})^t}}. \quad (18)$$

De menționat că, la $D_{II} = D_I$, raportul (18) se reduce la cel (11).

Note that at $D_{II} = D_I$, the ratio (18) is reducing to (11).

La $IRR_I > d \geq IRR_{II}$, conform (2) și (3) avem $NPV_I > 0$, deci, ținând cont de (4) și (1), are loc și $IP_I > CRF_I$. Totodată, deoarece $d \geq IRR_{II}$, conform (2) și (3) avem $NPV_{II} \leq 0$, deci, ținând cont de (4), are loc și $PI_{II} \leq CRF_I$. Astfel, $EAPI_I > EAPI_{II}$. ▼

At $IRR_I > d \geq IRR_{II}$, according to (2) and (3) one has $NPV_I > 0$, so, taking into account of (4) and (1), $IP_I > CRF_I$ takes place. However, because of $d \geq IRR_{II}$, according to (2) and (3) we have $NPV_{II} \leq 0$, so taking into account (4), the $PI_{II} \leq CRF_I$ also takes place. Thus, $EAPI_I > EAPI_{II}$. ▼

În cazul că $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{1, D_I}$ și $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{1, D_{II}}$, raportul (18) se reduce la

In case that $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{1, D_I}$ and $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{1, D_{II}}$, the ratio (18) is reducing to

$$\frac{EAPI_I}{EAPI_{II}} = \sum_{t=1}^{D_{II}} \frac{1}{(1+IRR_{II})^t} \bigg/ \sum_{t=1}^{D_I} \frac{1}{(1+IRR_I)^t},$$

de unde, pentru $IRR_I > IRR_{II}$ și $D_{II} \geq D_I$, avem $EAPI_I > EAPI_{II}$. ■

Consecința 4. Se poate considera că, la $IRR_I > IRR_{II}$ și $D_{II} \geq D_I$, folosirea indicilor EAPI și IRR, pentru compararea proiectelor I și II, conduce, de obicei, la aceeași soluție.

Într-adevăr, Consecința 4 este o generalizare a celui de-al doilea caz al Afirmației 7, considerând că, la raportul (15), devierile de la condițiile $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{1, D_I}$ și $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{1, D_{II}}$ se vor încadra, de obicei, în respectarea relației $EAPI_I > EAPI_{II}$.

În plus, la $D_{II} \geq D_I$, deoarece $IRR_I > IRR_{II}$, în mod similar cu cele (13) pentru raportul (11), în cazul raportului (18) au loc inegalitățile

$$\frac{\frac{CF_{I_t}}{(1+d)^t}}{CF_{I_t}} \bigg/ \frac{\frac{CF_{II_t}}{(1+d)^t}}{CF_{II_t}} = \frac{(1+IRR_I)^t}{(1+IRR_{II})^t} > 1, t = \overline{1, D_I}. \quad (19)$$

Totodată, la $D_{II} > D_I$, similară relației (14), dar deja la numitorul raportului (18), este

$$\sum_{t=D_I+1}^{D_{II}} \frac{CF_{II_t}}{(1+d)^t} \bigg/ \sum_{t=D_I+1}^{D_{II}} \frac{1}{(1+d)^t} \sum_{t=D_I+1}^{D_{II}} \frac{CF_{II_t}}{(1+IRR_{II})^t} > 0. \quad (20)$$

Partea stângă a inegalității (20) conduce la reducerea numitorului raportului (18) și, respectiv, la fortificarea creșterii raportului (18) comparativ cu inegalitățile (1). Astfel, din (18)-(20) rezultă că inegalitatea $EAPI_I > EAPI_{II}$ are loc, de regulă, și fără îndeplinirea condițiilor $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{1, D_I}$ și $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{1, D_{II}}$. Chiar dacă, în cazuri aparte, indicii nominalizați ar putea conduce la soluții diferite, situațiile în cauză se încadrează, în majoritatea cazurilor, în marja de eroare a estimării datelor inițiale privind proiectele de comparație, îndeosebi pentru perioade D de durată relativ mare. ■

Afirmația 8. Șansa ca, la $IRR_I > IRR_{II} > d$ și $D_I > D_{II}$, folosirea indicilor EAPI și IRR, pentru compararea proiectelor I și II, să conducă la aceeași soluție este crescătoare față de RIR_I/RIR_{II} și D_{II} , descrescătoare față de D_I și $D_I - D_{II}$ și mai puțin depinde de valoarea d .

Într-adevăr, la $D_I > D_{II}$ și $IRR_I > IRR_{II}$, similar celor (19) au loc inegalitățile

$$\frac{\frac{CF_{I_t}}{(1+d)^t}}{CF_{I_t}} \bigg/ \frac{\frac{CF_{II_t}}{(1+d)^t}}{CF_{II_t}} = \frac{(1+IRR_I)^t}{(1+IRR_{II})^t} > 1, t = \overline{1, D_{II}}. \quad (21)$$

from where, for $IRR_I > IRR_{II}$ and $D_{II} \geq D_I$, one has $EAPI_I > EAPI_{II}$. ■

Consequence 4. It can be considered that, at $IRR_I > IRR_{II}$ and $D_{II} \geq D_I$, the use of EAPI and IRR indices to compare projects I and II usually leads to the same solution.

Indeed, Consequence 4 is a generalization of the second case of Statement 7, considering that at ratio (15) the deviations from $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{1, D_I}$ and $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{1, D_{II}}$ conditions will usually fall within the the $EAPI_I > EAPI_{II}$ relationship.

Moreover, at $D_{II} \geq D_I$, because of $IRR_I > IRR_{II}$, similarly to (13) for ratio (11), in case of ratio (18) occur the inequalities

At the same time, at $D_{II} > D_I$, similar to relationship (14), but already at the denominator of the ratio (18), it

The left part of the inequality (20) leads to the reduction of the ratio (18) denominator and, respectively, to the strengthening of the ratio (18) increase compared with the inequalities (19). Thus, from (18)-(20) it results that the inequality $EAPI_I > EAPI_{II}$ takes place, as a rule, without fulfilling the $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{1, D_I}$ and $CF_{II_t} = CF_{II}$, $t = \overline{1, D_{II}}$ conditions, too. Even if, in some cases, the nominated indices could lead to different solutions, the situations in question fall, in most cases, within the error margin of initial data estimation with refer to the comparison projects, especially for relatively long D -periods. ■

Statement 8. The chance that, at $IRR_I > IRR_{II} > d$ and $D_I > D_{II}$, the use of EAPI and IRR indices for the comparison of projects I and II will lead to the same solution is rising with respect to RIR_I/RIR_{II} and D_{II} , is decreasing with respect to D_I and $D_I - D_{II}$ and less depends on the d value.

Indeed, at $D_I > D_{II}$ and $IRR_I > IRR_{II}$, similar to (19) occur the inequalities

Totodată, celei (20), dar deja la numărătorul raportului (18) în cazul că $D_I > D_{II}$, îi corespunde

$$\sum_{t=D_{II}+1}^{D_I} \frac{CF_{I_t}}{(1+d)^t} \Big/ \sum_{t=D_{II}+1}^{D_I} \frac{1}{(1+d)^t} \sum_{t=D_{II}+1}^{D_I} \frac{CF_{I_t}}{(1+IRR_I)^t} > 0, \quad (22)$$

care la $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{D_{II} + 1, D_I}$ se reduce la

$$\frac{1}{\sum_{t=D_{II}+1}^{D_I} \frac{1}{(1+IRR_I)^t}} = \frac{IRR_I}{(1+IRR_I)^{-D_{II}-1} - (1+IRR_I)^{-D_I}} = \frac{IRR_I(1+IRR_I)^{D_{II}+1}}{1 - (1+IRR_I)^{-D_I+D_{II}+1}} > 0. \quad (23)$$

Astfel, ținând cont de (18) la $IRR_I > IRR_{II} > d$, atât inegalitățile (21), cât și cele (22) contribuie la inegalitatea $EAPI_I > EAPI_{II}$. Caracterul crescător al șansei în discuție față de IRR_I/IRR_{II} rezultă din (21), cel crescător față de D_{II} rezultă din (23), iar cel descrescător față de D_I și $D_I - D_{II}$ rezultă din (23). Totodată, șansa în cauză mai puțin depinde de valoarea d , deoarece d este prezentă doar în relațiile (18) și (22), dar nu și în cazurile particulare ale acestora (21) și (23). ■

Consecința 5. Se poate considera că folosirea indicilor PI, EAPI și IRR, pentru compararea a două proiecte de aceeași durată D , conduce, de obicei, la aceeași soluție.

Enunțul Consecinței 3.8 rezultă direct din Consecințele 3 și 4. Din acești trei indici, mai ușor de calculat este indicele PI. ■

Afirmația 9. Se poate considera că, pentru compararea proiectelor I și II la $D_I \neq D_{II}$, dintre indici PI, EAPI și IRR, de preferat este cel EAPI.

Într-adevăr, la $D_I = D_{II}$, conform Consecinței 3.8, iar la $IRR_I > d \geq IRR_{II}$, conform Afirmațiilor 5 și 7, indicii PI, EAPI și IRR conduc, practic, la aceeași soluție.

Să examinăm cazul $D_I \neq D_{II}$ și $IRR_I > IRR_{II} > d$. La $D_I \neq D_{II}$, dintre indici PI și EAPI de preferat este cel EAPI (a se vedea alineatul precedent), ultimul fiind relativ în timp, pe când cel PI este absolut în timp. ▼

Dacă $IRR_I > IRR_{II} > d$ și $D_I < D_{II}$, atunci, conform Afirmației 7, indicii EAPI și IRR conduc, practic, la aceeași soluție, iar dacă $IRR_I > IRR_{II} > d$ și $D_I > D_{II}$, atunci, conform Afirmației 5, indicii PI și IRR conduc la aceeași soluție. Totodată, în ultimul caz ($IRR_I > IRR_{II} > d$ și $D_I > D_{II}$), deoarece, după cum a fost menționat în alineatul precedent, indicele EAPI este de preferat celui PI, el este de preferat și celui IRR. ■

Exemplul 1. Fie datele inițiale privind proiectele I și II, prezentate în Tabelul 1 și, de asemenea: $d = 0,08$, $I_1^C = 1000$ EUR, $I_2^C = 1240$ EUR, $D_I = 3$ ani și $D_{II} = 8$ ani. Se cere de determinat ordinea de preferință a

At the same time, to the (20), but already in the ratio (3.80) numerator in case of $D_I > D_{II}$, it corresponds

which at $CF_{I_t} = CF_I$, $t = \overline{D_{II} + 1, D_I}$ is reducing to

Thus, taking into account (18) at $IRR_I > IRR_{II} > d$, both inequalities (21) and (22) contribute to the inequality $EAPI_I > EAPI_{II}$. Increasing character of the chance in question with respect to IRR_I/IRR_{II} results from (21), the one increasing with D_{II} results from (23), and the one decreasing with D_I and $D_I - D_{II}$ results from (23). At the same time, the chance in question is less dependent on the d value, since d is present only in relations (18) and (22), but not in their particular cases (21) and (23). ■

Consequence 5. It can be considered that the use of PI, EAPI and IRR indices to compare two projects of the same duration D usually leads to the same solution.

The enounce of Consequence 5 follows directly from Consequences 3 and 4. From these three indices, the PI index is easier to calculate. ■

Statement 9. It can be considered that for comparing projects I and II at $D_I \neq D_{II}$, from PI, EAPI and IRR indices, the EAPI one is preferable.

Indeed, at $D_I = D_{II}$ according to Consequence 3.8, and at $IRR_I > d \geq IRR_{II}$ according to Statements 5 and 7, the PI, EAPI and IRR indices lead, practically, to the same solution.

Let's examine the case when $D_I \neq D_{II}$ and $IRR_I > IRR_{II} > d$. At $D_I \neq D_{II}$, from the PI and EAPI indices, preferably is the EAPI one, the last being relative in time, while the IP is absolute in time. ▼

If $IRR_I > IRR_{II} > d$ and $D_I < D_{II}$, then according to Statement 7 the EAPI and IRR indices lead, practically, to the same solution, and if $IRR_I > IRR_{II} > d$ and $D_I > D_{II}$, then according to Statement 5 the PI and IRR indices lead to the same solution. At the same time, in the latter case ($IRR_I > IRR_{II} > d$ and $D_I > D_{II}$), because the EAPI index is preferable to the PI (see the previous paragraph), it is also preferable to the IRR. ■

Example 1. Let be the initial data for projects I and II, shown in Table 1, and also: $d = 0.08$, $I_1^C = 1000$ EUR, $I_2^C = 1240$ EUR, $D_I = 3$ years and $D_{II} = 8$ years. It is required to determine the order of

proiectelor, având ca punct de reper începutul lansării produselor proiectelor în exploatare. preference of projects, starting with the launch of the project product in operation.

Tabelul 1/Table 1

Unele caracteristici ale proiectelor I și II la Exemplul 1 /
Some features of projects I and II to Example 1

<i>t</i>	1	2	3	4	5-8	NPV	EANPV	PI	EAPI	IRR
CF _{1t}	300	500	500	-	-	103	40.1	1.103	0.428	0.1319
CF _{2t}	190	230	230	280	280	203	35.4	1.164	0.203	0.1190

Sursa: eaborat de autor / Source: elaborated by the author

Conform Afirmației 9, deoarece $D_I \neq D_{II}$, ca indice de bază pentru compararea proiectelor dintre indicii PI, EAPI și IRR este oportun de folosit cel EAPI. Aceeași soluție, ca și cea a EAPI oferă indicii EANPV și IRR (preferință se oferă proiectului I), pe când soluția oferită de indicii PI și NPV este opusă (preferință se oferă proiectului II). Este ușor de observat că, dacă cu același succes de reinvestit resursele financiare, obținute de la proiectul I, atunci în cei 8 ani (durata folosirii produsului proiectului II) se va obține o valoare actualizată netă de peste $103 \times 8/3 \approx 374$ EUR, care este mai mare decât cei 203 EUR, obținuți de la folosirea produsului proiectului II. Astfel, se confirmă enunțul Afirmației 9 privind oportunitatea folosirii indicelui EAPI față de cel PI la $D_I \neq D_{II}$.

Exemplul 2. Fie datele inițiale privind proiectele I și II, prezentate în Tabelul 2 și: $d = 0,08$, $I_I^C = 1000$ EUR, $I_{II}^C = 1100$ EUR, $D_I = 5$ ani, $D_{II} = 6$ ani. Se cere de determinat ordinea de preferință a proiectelor, având ca punct de reper începutul lansării produselor proiectelor în exploatare.

According to Statement 9, because of $D_I \neq D_{II}$, from IP, EAIP and RIR indices the EAPI should be used as basic index for the comparison of projects. The same solution as the EAPI one provide the EANPV and IRR indices (preference is given to project I), while the solution offered by PI and NPV indices is opposite (preference is given to project II). It is easy to see that if with the same success to reinvest the financial resources obtained from project I, then in the 8 years (the duration of the use of project II product) a net present value of more than $103 \times 8/3 \approx 374$ EUR will be obtained; this is higher than the 203 EUR obtained from the use of project II. Thus, the enounce of Statement 9 on the appropriateness of using the EAPI index against the IP at $D_I \neq D_{II}$ is confirmed.

Example 2. Let be the initial data for projects I and II, shown in Table 2 and also: $d = 0,08$, $I_I^C = 1000$ EUR, $I_{II}^C = 1100$ EUR, $D_I = 5$ years, $D_{II} = 6$ years. It is required to determine the order of preference of projects, starting with the launch of the project product in operation.

Tabelul 2/Table 2

Unele caracteristici ale proiectelor I și II la Exemplul 2 /
Some features of projects I and II to Example 2

<i>t</i>	1	2	3	4	5, 6	NPV	EANPV	PI	EAPI	IRR
CF _{1t}	250	250	300	300	300	109	32.8	1.109	0.335	0.1188
CF _{2t}	220	250	270	300	300	146	31.6	1.133	0.245	0.1202

Sursa: elaborat de autor / Source: elaborated by the author

Conform Afirmației 9, deoarece $D_I \neq D_{II}$, ca indice de bază pentru compararea proiectelor dintre indicii PI, EAPI și RRI este oportun de folosit cel EAPI. Aceeași soluție ca și cea a EAPI oferă indicele EANPV (preferință se oferă proiectului I), pe când soluția oferită de indicii PI, NPV și IRR este opusă (preferință se oferă proiectului II).

According to Statement 9, because of $D_I \neq D_{II}$, from IP, EAIP and RIR indices the EAPI should be used as basic index for the comparison of projects. The same solution as the EAPI one provide the EANPV index (preference is given to project I), while the solution offered by PI, NPV and IRR indices is opposite (preference is given to project II).

Afirmația 10. Pentru proiectele de Categoria 2, folosirea indicilor EAPI și EANPV conduce la aceeași soluție doar dacă

Statement 10. For Category 2 projects, the use of EAPI and EANPV indices lead to the same solution only if

$$\beta > (I_{II}^C / I_I^C - 1)(EAPI_{II} - CRF), \quad (24)$$

unde I_I^C și I_{II}^C sunt investițiile în proiectele I și II, respectiv; $EAPI_I$ și $EAPI_{II}$ sunt valorile indicelui EAPI pentru proiectele I și II, iar $EAPI_I = EAPI_{II} + \beta, \beta > 0$.

where I_I^C and I_{II}^C are the investments with projects I and II, respectively; $EAPI_I$ and $EAPI_{II}$ are EAPI index values for projects I and II, and $EAPI_I = EAPI_{II} + \beta, \beta > 0$.

Într-adevăr, fie $EANPV_I$ și $EANPV_{II}$ sunt valorile indicelui EANPV pentru proiectele I și II. Deoarece $EAPI_I > EAPI_{II}$, pentru ca indicii EAPI și EANPV să conducă la aceeași soluție, este necesar și suficient să fie și $EANPV_I > EANPV_{II}$. Atunci, ținând cont de (4) și (1), obținem

Indeed, let $EANPV_I$ and $EANPV_{II}$ are the values of the EANPV index for projects I and II. Because $EAPI_I > EAPI_{II}$, for the EAPI and EANPV indices to lead to the same solution, it is necessary and sufficient that also occurs $EANPV_I > EANPV_{II}$. Then, taking into account (4) and (1), we obtain

$$EAVAN_I = I_I^C (EAPI_{II} + \beta - CRF) > EAVAN_{II} = I_{II}^C (EAPI_{II} - CRF),$$

de unde rezultă (24). ■

from where it results (24). ■

Consecința 6. Dacă, pentru proiectele I și II de Categoria 2, au loc relațiile (6)-(8) la $EAPI_I = EAPI_{II} + \beta, \beta > 0$, atunci indicii EAPI și EANPV conduc la aceeași soluție, fiind de preferat proiectul I.

Consequence 6. If for Category 2 project I and II take place the relationships (6)-(8) at $EAPI_I = EAPI_{II} + \beta, \beta > 0$, then indices EAPI and EANPV lead to the same solution, preferably being the project I.

Într-adevăr, dacă $NPV_{II} \geq 0$, atunci, ținând cont de (4), are loc și $PI_{II} \geq 1$, iar, ținând cont de (1), are loc și $EAPI_{II} \geq CRF$. Deci, partea dreaptă a inegalității (24), ținând cont de (6), este non-pozitivă, pe când $\beta = EAPI_I - EAPI_{II} > 0$, deci, are loc (24), îndeplinindu-se condițiile Afirmației 10. ▼

Indeed, if $NPV_{II} \geq 0$, then, taking into account (4), occurs $PI_{II} \geq 1$, and, taking into account (1), occurs $EAPI_{II} \geq CRF$. So, the right side of inequality (24), taking into account (6), is non-positive, while $\beta = EAPI_I - EAPI_{II} > 0$, so it takes place (24), fulfilling the conditions of Statement 10. ▼

Dacă însă $NPV_{II} < 0$, atunci, ținând cont de (4), are loc și $PI_{II} < 1$, iar, ținând cont de (1), are loc și $EAPI_{II} < CRF$. Deci, partea dreaptă a inegalității (24), ținând cont de (7), este non-pozitivă, pe când $\beta = EAPI_I - EAPI_{II} > 0$, deci, are loc (24), îndeplinindu-se condițiile Afirmației 10. ▼

However, if $NPV_{II} < 0$, then, taking into account (4), there is also $PI_{II} < 1$, and taking into account (1), occurs $EAPI_{II} < CRF$. So, the right side of inequality (24), taking into account (7), is non-positive, while $\beta = EAPI_I - EAPI_{II} > 0$, so it takes place (24), fulfilling the conditions of Statement 10. ▼

Din (6)-(8), se poate observa că situația (8) se regăsește în cele 6) și (7) luate în ansamblu. ■

From (6)-(8), it can be seen that the situation (8) is found in the (6) and (7) taken as a whole. ■

Prin comparare, se poate ușor observa că restricția (24) este mult mai largă decât cele (6)-(8).

By comparison, it can be easily observed that the restriction (24) is much wider than the (6)-(8) ones.

Consecința 7. Dacă un proiect este de preferat doar în cazul că $NPV > 0$ și pentru proiectele I și II de Categoria 2 au loc relațiile

Consequence 7. If a project is preferred only if $NPV > 0$ and for projects I and II of Category 2 there occur relationships

$$I_I^C > I_{II}^C, EAPI_I = EAPI_{II} + \beta, \beta > 0, \quad (25)$$

atunci, indicii EAPI și EANPV conduc la aceeași soluție, fiind de preferat proiectul I.

then the EAPI and EANPV indices lead to the same solution, preferably being the project I.

Într-adevăr, conform Consecinței 6, cazul (6) are loc. A rămas de demonstrat cazul

Indeed, according to Consequence 6, case (6) occurs. It remains to prove the case

$$I_I^C > I_{II}^C, EAPI_I = EAPI_{II} + \beta, \beta > 0, NPV_{II} < 0. \quad (26)$$

Conform (26), are loc $NPV_{II} < 0$, deci proiectul II nu poate fi preferat, dar poate fi preferat

According to (26), there is $NPV_{II} < 0$, so project II cannot be preferred, but project I may be pre-

proiectul I. Ultimul poate fi și selectat în cazul că $PI_I > 1$, adică $EAPI_I > CRF$, care implică și relația $NPV_I > 0$ (a se vedea (4)). ■

Afirmația 11. Dacă un proiect este de preferat doar în cazul că $NPV > 0$ și pentru proiectele I și II de Categoria 2 au loc relațiile

$$I_1^C < I_2^C, EAPI_I = EAPI_{II} + \beta, \beta > 0, NPV_{II} > 0 \quad (27)$$

și / and

$$\beta < (I_2^C / I_1^C - 1)(EAPI_{II} - CRF), \quad (28)$$

atunci, indicii EAPI și EANPV conduc la soluții diferite.

Într-adevăr, în condițiile (37), conform indicelui EAPI este de preferat proiectul I, în timp ce, ținând cont de (24) și (28), conform indicelui EANPV este de preferat proiectul II. ■

Exemplul 3. Fie datele inițiale privind proiectele I și II, prezentate în Tabelul 3 și, de asemenea: $d = 0,08$, $I_1^C = 1000$ EUR, $I_2^C = 1240$ EUR, $D_I = 3$ ani, $D_{II} = 5$ ani. Se cere de determinat ordinea de preferință a proiectelor, având ca punct de reper începutul lansării produselor proiectelor în exploatare.

ferred. The last one can also be selected if $PI_I > 1$, namely $EAPI_I > CRF$, which also implies $NPV_I > 0$ (see (4)). ■

Statement 11. If a project is preferred only if $NPV > 0$ and for projects I and II of Category 2 there occur relationships

then indices EAPI and EANPV lead to different solutions.

Indeed, under conditions (27), according to EAPI index, the project I to be preferred, while according to EANPV index, taking into account (24) and (28), the project II to be preferred. ■

Example 3. Let be the initial data for projects I and II, shown in Table 3, and also: $d = 0,08$, $I_1^C = 1000$ EUR, $I_2^C = 1240$ EUR, $D_I = 3$ years and $D_{II} = 5$ years. It is required to determine the order of preference of projects, starting with the launch of the project product in operation.

Tabelul 3/Table 3

Unele caracteristici ale proiectelor I și II la Exemplul 3 /
Some features of projects I and II to Example 3

<i>t</i>	1	2	3	4	5	NPV	EANPV	PI	EAPI	IRR
CF_{1t}	300	500	500	-	-	103	40.1	1.103	0.428	0.1319
CF_{2t}	300	350	350	350	350	111	27.8	1.090	0.273	0.1127

Sursa: elaborat de autor / Source: elaborated by the author

Conform Afirmației 9, deoarece $D_I \neq D_{II}$, ca indici de bază pentru compararea proiectelor este oportun de folosit cei EANPV și EAPI. Soluțiile oferite de acești doi indici și, de asemenea, de cei PI și IRR, după cum se vede din Tabelul 3, coincid (preferință se acordă proiectului I). Totodată, indicele NPV oferă o altă soluție (preferință se acordă proiectului II).

Exemplul 4. Fie datele inițiale privind proiectele I și II, prezentate în Tabelul 4 și $D_I = 5$ ani, $D_{II} = 4$ ani, iar celelalte condiții – ca la Exemplul 3.

According to Statement 9, because of $D_I \neq D_{II}$, the EANPV and EAPI should be used as basic indices for the comparison of projects. The solutions offered by these two indices and also by the PI and IRR indices, as shown in Table 3, coincide (preference is given to project I). At the same time, the NPV index provides another solution (preference is given to project II).

Example 4. Let be the initial data for projects I and II, shown in Table 4 and $D_I = 5$ years, $D_{II} = 4$ years, and the other conditions – as in Example 3.

Tabelul 4/Table 4

Unele caracteristici ale proiectelor I și II la Exemplul 4 /
Some features of projects I and II to Example 4

<i>t</i>	1	2	3	4	5, 6	NPV	EANPV	PI	EAPI	IRR
CF_{1t}	250	300	300	300	300	152	37.9	1.152	0.288	0.1343
CF_{2t}	350	450	450	450	-	158	47.7	1.127	0.340	0.1337

Sursa: elaborat de autor / Source: elaborated by the author

Deoarece $D_I \neq D_{II}$, conform Afirmației 9, ca indici de bază pentru compararea proiectelor este oportun de folosit cei EANPV și EAPI. Soluțiile oferite de acești doi indici și, de asemenea, de cel NPV, după cum se vede din Tabelul 4, sunt aceleași (preferință se oferă proiectului II). Totodată, indicii PI și IRR oferă soluția opusă (preferință se acordă proiectului I).

Exemplul 5. Fie datele inițiale privind proiectele I și II, prezentate în Tabelul 5 și $D_I = D_{II} = 5$ ani, iar celelalte condiții ca la Exemplul 3.

According to Statement 9, because of $D_I \neq D_{II}$, the EANPV and EAPI should be used as basic indices for the comparison of projects. The solutions offered by these two indices and also by the NPV index, as shown in Table 4, coincide (preference is given to project II). At the same time, the PI and IRR indices provide an opposite solution (preference is given to project I).

Example 5. Let be the initial data for projects I and II, shown in Table 5 and $D_I = D_{II} = 5$ years, and the other conditions – as in Example 3.

Tabelul 5/Table 5

Unele caracteristici ale proiectelor I și II la Exemplul 5 /
Some features of projects I and II to Example 5

t	1	2	3	4	5, 6	NPV	EANPV	PI	EAPI	IRR
CF_{I_t}	250	330	330	330	330	244	61.0	1.244	0.311	0.1647
CF_{2t}	300	400	400	400	400	264	66.2	1.213	0.304	0.1545

Sursa: elaborat de autor / Source: elaborated by the author

Deoarece $D_I = D_{II}$, conform Consecinței 5, ca indici de bază pentru compararea proiectelor este oportun de folosit cei NPV și PI. Soluțiile oferite de acești doi indici, după cum se vede din Tabelul 5, sunt diferite (preferența NPV este pentru proiectul II, iar a celui PI este pentru proiectul I). Pentru a lua decizia, sunt necesare cercetări suplimentare. De menționat că indicii PI, EAPI și IRR oferă aceeași soluție (preferință se acordă proiectului I). În ce privește indicii NPV și EANPV, aceștia, la $D_I = D_{II}$, întotdeauna oferă aceeași soluție.

Bineînțeles, alături de indicii de bază, la selecția proiectelor poate fi oportună folosirea ca auxiliari și a altor indici. În plus, stipulările afirmațiilor și consecințelor sunt obținute în anumite condiții ce pot să nu se satisfacă, în mai mare sau mai mică măsură, în situații reale. De exemplu, în cazul unor proiecte de durată diferită, importanța este luarea în considerare a riscurilor aferente etc. De aceea, recomandările în cauză pot servi, de obicei, doar ca orientări în linii mari în situațiile-problemă respective.

7. Concluzii. La analiza comparativă în perechi a proiectelor de investiții, având ca moment de referință anul lansării produselor, ca indici de bază de eficiență economică este oportun de folosit:

- a) indicele EATCO – pentru proiecte, ale căror venituri provenite de la implementarea lor este într-atât de dificil de estimat, încât nici nu me-

According to Consequence 5, because of $D_I = D_{II}$, the NPV and PI should be used as basic indices for the comparison of projects. The solutions offered by these two indices, as shown in Table 5, are different (NPV preference is for project II, and PI preference is for project I). Additional research is needed to make the decision. Note that PI, EAPI and IRR indices provide the same solution (preference is given to project I). As for the NPV and EANPV indices, at $D_I = D_{II}$ they always provide the same solution.

Of course, along with basic indexes, when selecting projects, it may be appropriate to use as auxiliaries other indexes. Moreover, the results of statements and consequences are obtained under certain conditions that may not, to a greater or lesser extent, be satisfied in real situations. For example, in case of projects of a different duration, it is important to take into account the related risks, etc. Therefore, the recommendations in question can usually only serve as broad guidelines in the respective problem situations.

7. Conclusions. In the comparative analysis of investment projects in pairs, starting with the products launch in operation, as basic economic efficiency indices it is appropriate to use:

- a) EATCO index – for projects whose revenue is so difficult to quantify that it is not worth it. If projects are of the same duration, the TCO

- rită. Dacă proiectele sunt de aceeași durată, atunci poate fi folosit indicele TCO, calcularea căruia este mai simplă (Afirmația 1);
- b) indicii EANPV și EAPI – pentru celelalte cazuri de proiecte (Afirmația 9). Dacă proiectele sunt de aceeași durată, atunci pot fi folosiți indicii NPV și PI, a căror calculare este mai simplă (Consecința 5).
- index can be used, which is easier to calculate (Statement 1);
- b) EANPV and EAPI indices – for the other cases of projects (Statement 9). If projects are of the same duration, the NPV and PI indices can be used, which are easier to calculate (Consequence 5).

Bibliografie/Bibliography:

1. ROMANU, I.; VASILESCU, I. *Economic Efficiency of Investments and of Fixed Capital*. – Bucharest: Didactic and Pedagogical Publishing House, 1993 (Romanian).
2. KRASOVSKII, V.R. et al. *A technique for determining the effectiveness of capital investments*. – Moscow: Nauka, 1990 (Russian).
3. BOTNARI, Nadejda. *Enterprise Finance*. – Chisinau: Central Printing House, 2006 (Romanian).
4. Methodical recommendations for evaluating the effectiveness of investment projects. – Moscow: Economica, 2000 (Russian).
5. BAKER, S.L. *Perils of the Internal Rate of Return*. 2000 (<http://hspm.sph.sc.edu/COURSES/ECON/invest/invest.html>, accessed 24.04.2006).
6. ALBU, S.; CAPSÎZU, V.; ALBU, I. *Efficiency of Investment: Lecture Notes*. – Chisinau: CEP USM, 2005. – 138 p. (Romanian).