

**МАТЕМАТИЧНЕ ІМІТАЦІЙНЕ ОБЧИСЛЮВАЛЬНЕ
МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ІНСТРУМЕНТ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В
УПРАВЛІННІ ПРОЕКТАМИ СТРАХОВИХ КОМПАНІЙ**

Рябоконт Б. А., Рябоконт Н. П.

Черкаський державний технологічний університет, Україна, Черкаси

Систематизовано досвід побудови математичних імітаційних обчислювальних моделей як інструмента обґрунтування рішень в управлінні проектами. Розглянуто основні етапи побудови моделі, та її використання у практичній діяльності страхової компанії в процесі обґрунтування рішень щодо доцільності використання франшизи під час страхування наземного автотранспорту. Наведено рекомендації щодо оптимізації тарифної політики страховика.

Ключові слова: управління проектами, імітаційне обчислювальне моделювання, побудова моделі, тарифна політика, франшиза.

Рябоконт Б. А., Рябоконт Н. П. Математическое имитационное моделирование как инструмент принятия решений в управлении проектами страховых компаний/ Черкасский государственный технологический университет, Черкассы, Украина.

Систематизировано опыт построения математических имитационных вычислительных моделей как инструмента обоснования решений в управлении проектами. Рассмотрены основные этапы построения модели и ее использование в практической деятельности страховой компании в процессе обоснования решений о целесообразности использования франшизы при страховании наземного автотранспорта. Приведены рекомендации по оптимизации тарифной политики страховщика .

Ключевые слова: управление проектами, имитационное вычислительное моделирование, построение модели, тарифная политика, франшиза .

Riabokon B. A., Riabokon N. P. Mathematical simulation computational modeling as a decision making tool in project management of insurance companies/ Cherkasy State Technological University, Ukraine Cherkassy.

Are systematized the experience of building of the mathematical imitating computational models as a tool of substantiation of making decisions in project management. Are reviewed the main stages of model building, and its use in practical activities of the insurance company during the process of decisions substantiation regarding the expediency of the use of franchise during the insurance of surface vehicles. Are offered the recommendations for optimizing the rate policy of the insurer.

Keywords: project management, imitating computational modeling, rate policy, franchise.

Вступ.

Висока конкуренція на ринку вимагає від компаній високого рівня якості управлінських рішень, мінімізації затрат та оперативності виконання проектів.

Сучасні тенденції управління проектами свідчать про підвищення ролі інформаційних технологій, які дозволяють автоматизувати такі складові управління проектами, як управління ресурсами, витратами, ризиками, та підвищити ефективність управління проектом в цілому. Особливої уваги заслуговує процес прийняття обґрунтованих, якісних управлінських рішень на основі аналізу великої кількості інформаційних даних. Для підвищення ефективності управлінських рішень потрібне глибоке вивчення економічних процесів різними методами. Одним з методів системного аналізу, який є потужним інструментом дослідження складних систем та процесів, є імітаційне моделювання. Незважаючи на те, що внаслідок складності відповідного математичного апарату і необхідності обробки значних масивів даних, використання цього методу в практичному управлінні залишається на сьогодні не достатньо поширеним. Проте таке моделювання дозволяє розглядати велике число альтернатив, покращувати якість управлінських рішень і точніше прогнозувати їх наслідки. Дослідженню цього питання присвячені праці багатьох вітчизняних і зарубіжних вчених, зокрема: Н. П. Бусленка [1], Шеннон Р. [2], Вітлінського В. В. [3], Гужви В. М. [4] та інших.

Метою статті є систематизація досвіду побудови математичних імітаційних обчислювальних моделей і визначення рекомендацій щодо їх застосування в управлінні проектами страхових компаній, що стосуються оптимізації тарифної політики.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо можливість застосування методів математичного моделювання в діяльності страхових компаній у сфері обґрунтування рішень щодо доцільності використання франшизи під час страхування наземного автотранспорту.

Основна мета побудови моделі – дослідження впливу змін у призначеннях франшизи та тарифній політиці компанії на рівень її доходів, оптимізація тарифів. Перший етап – математичне моделювання основних випадкових величин (страхова сума, відносна франшиза, страховий тариф, відносні збитки). Вище зазначено, що базовою випадковою величиною (з абсолютним значенням) нами обрано страхову суму. Всі інші випадкові величини, що беруть участь у моделі обчислюються відносно базової. При цьому абсолютні показники страхової діяльності розраховуються за формулами табл. 1.

Таблиця 1

Статистичні характеристики абсолютних показників страхового договору

Показник	Формула	Вибіркове середнє, грн.	Вибіркове середньоквадратичне відхилення, грн.
Страхова премія	$T_i = s_i \cdot t_i$	$9,106 \cdot 10^3$	$53,878 \cdot 10^3$
Франшиза	$F_i = s_i \cdot f_i$	774,347	670,571
Збитки	$Z_i = s_i \cdot z_i$	$12,188 \cdot 10^3$	$16,875 \cdot 10^3$
Виплати	$V_i = Z_i - F_i$	$11,977 \cdot 10^3$	$16,686 \cdot 10^3$
Дохід	$D_i = T_i - V_i$	$8,221 \cdot 10^3$	$54,039 \cdot 10^3$

Джерело: розрахунки автора

Розглянемо процедуру моделювання на простому прикладі. Перший етап моделювання – апроксимація гістограми аналітичною функцією. В процесі апроксимації будемо використовувати три типи розподілів ймовірностей.

1. Узагальнений гамма-розподіл із функцією щільності:

$$p_{\Gamma}(x, \alpha, \sigma, \gamma) = \frac{((x - \alpha) / \sigma)^{\gamma-1} \cdot \exp(-(x - \alpha) / \sigma)}{\sigma \cdot \Gamma(\gamma)}, \quad (1)$$

де α – параметр зміщення;

σ – параметр розтягу;

γ – параметр форми.

2. Нормальний розподіл із функцією щільності:

$$p_N(x, \alpha, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(x - \alpha)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (2)$$

де α – параметр зміщення;

σ – параметр розтягу (середньоквадратичне відхилення).

3. Дискретна компонента (випадкова величина набуває цілком певного значення α). Ця компонента характеризується лише своїм положенням. Її наявність у розподілі позначається доданком виду $\delta(x - \alpha)$, де δ – дельта-функція Дірака. Проаналізувавши гістограму можемо записати апроксимаційну функцію для щільності розподілу:

$$p(x) = P_1 \cdot p_{\Gamma}(x, \alpha_1, \sigma_1, \gamma_1) + P_2 \cdot p_N(x, \alpha_2, \sigma_2) + P_3 \cdot \delta(x - \alpha_3) + P_4 \cdot \delta(x - \alpha_4) + P_5 \cdot \delta(x - \alpha_5), \quad (3)$$

де вагові коефіцієнти P_i мають значення імовірності появи у вибірці відповідного компонента, їх сума має дорівнювати одиниці. Набір коефіцієнтів функції $p(x)$ знайдено ітераційними оптимізаційними методами (табл. 2).

Таблиця 2

Коефіцієнти функції $p(x)$

i	P_i	α_i	σ_i	γ_i
1	0,4	0	1,5	2
2	0,3	15	2	–
3	0,13	10	–	–
4	0,11	20	–	–
5	0,06	25	–	–

Джерело: розрахунки автора

Результуюча функція зображена на рис. 1 неперервною кривою. Окрім візуального контролю відповідності форми функції $p(x)$ гістограмі w_x , застосовуємо також метод моментів. Перевіримо рівність середніх значень та середньоквадратичних відхилень для апроксимаційної функції та вибірових даних. Маємо:

$$m_p = 10,7; \bar{m} = 11,17; \sigma_p = 7,356; \bar{\sigma} = 7,292.$$

Оскільки апроксимаційні та вибірові значення лежать в межах відповідних довірчих інтервалів, то можемо стверджувати, що функція $p(x)$ є адекватною

моделлю функції щільності розподілу досліджуваної величини.

Другий етап моделювання – побудова генератора вибіркового значення випадкової величини. Будемо вважати, що у нашому розпорядженні є генератор випадкової величини R рівномірно розподіленої на відрізок $[0,1]$. Наприклад, у системі Mathcad такий генератор реалізований у вигляді функції $rnd(1)$. Якщо $p(x)$ – функція щільності розподілу випадкової величини, то функцію:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x p(t) dt$$

називають інтегральною функцією розподілу цієї величини.

Позначимо $Q(p) = F^{-1}(p)$ функцію обернену до інтегральної функції $F(x)$, тоді математична модель генератора виглядає так:

$$x = Q(r),$$

де r – реалізація випадкової величини R з рівномірним розподілом на $[0,1]$.

У термінах Mathcad можна записати так: $x = Q(rnd(1))$. Для отримання вибірки об'єму n виклик даної функції необхідно повторити n раз. Користуючись описаною методикою, побудуємо моделі основних випадкових величин.

Моделювання страхової суми. Апроксимаційна функція для щільності розподілу страхової суми має вигляд:

$$p_s(x) = \sum_{i=1}^5 P_i \cdot p_{\Gamma}(x, \alpha_i, \sigma_i, \gamma_i), \quad (4)$$

4де коефіцієнти визначаються за таблицею 3

Таблиця 3

Коефіцієнти функції $p_s(x)$

i	P_i	α_i	σ_i	γ_i
1	316/893	0	$9 \cdot 10^3$	4
2	302/893	0	$0,85 \cdot 10^3$	35
3	147/893	0	$11 \cdot 10^3$	11
4	85/893	$200 \cdot 10^3$	$50 \cdot 10^3$	3,225
5	43/893	$600 \cdot 10^3$	$2,3 \cdot 10^6$	1,2

Порівняння моментів дає наступні результати:

$$m_{p_s} = 238,886 \cdot 10^3; \bar{m}_s = 238,886 \cdot 10^3; \sigma_{p_s} = 8,993 \cdot 10^5; \bar{\sigma}_s = 1,267 \cdot 10^6.$$

Моделювання франшизи. Розподіл імовірностей відносної франшизи має дискретний характер. Відповідно до результатів статистичного аналізу маємо:

$$p_f(x) = \sum_{i=1}^8 P_i \cdot \delta(x - \alpha_i), \quad (5)$$

Порівняння моментів дає наступні результати:

$$m_{p_f} = 0,71; \bar{m}_f = 0,651; \sigma_{p_f} = 0,72; \bar{\sigma}_f = 0,691.$$

Функція-генератор враховує поріг страхової суми, вище якого франшиза не спостерігається в договорах, та умовну імовірність використання франшизи у

договорі.

Моделювання страхового тарифу. Розподіл страхового тарифу містить 3 неперервних та 11 дискретних компонент:

$$p_t(x) = \sum_{i=1}^3 P_i \cdot p_{\Gamma}(x, \alpha_i, \sigma_i, \gamma_i) + \sum_{i=4}^{14} P_i \cdot \delta(x - \alpha_i), \quad (6)$$

Результат $p_s(x) = \sum_{i=1}^5 P_i \cdot p_{\Gamma}(x, \alpha_i, \sigma_i, \gamma_i)$ ати порівняння моментів вибірки та апроксимаційної функції:

$$m_{p_t} = 4,094; \bar{m}_t = 4,094; \sigma_{p_t} = 1,279; \bar{\sigma}_t = 1,375.$$

Моделювання відносних збитків. Розподіл відносних збитків суттєво залежить від страхової суми. Тому апроксимаційну функцію поділяємо за групами страхових сум:

$$p_z(z) = \begin{cases} P_{z1} \cdot p_{z1}(z), & s \leq 200 \cdot 10^3, \\ P_{z2} \cdot p_{z2}(z), & 200 \cdot 10^3 < s \leq 600 \cdot 10^3, \\ P_{z3} \cdot p_{z3}(z), & s > 600 \cdot 10^3, \end{cases}$$

де $P_{z1} = 48/765, P_{z2} = 16/85, P_{z3} = 2/43$ – умовні імовірності страхового випадку при відповідному значенні страхової суми, а функції щільності умовних розподілів мають вигляд:

$$p_{z1}(x) = \sum_{i=1}^3 P_{i,1} \cdot p_{\Gamma}(x, \alpha_{i,1}, \sigma_{i,1}, \gamma_{i,1}), \quad p_{z2}(z) = P_{1,2} \cdot p_{\Gamma}(x, \alpha_{1,2}, \sigma_{1,2}, \gamma_{1,2}),$$

$$p_{z3}(z) = P_{1,3} \cdot p_N(x, \alpha_{1,3}, \sigma_{1,3}).$$

Другий етап побудови імітаційної обчислювальної моделі – моделювання пакету договорів. Функція, що генерує таблицю з параметрами страхових договорів, складається із циклу, в тілі якого послідовно викликаються генератори страхової суми $Q_s(r)$, відносної франшизи $Q_f(r)$, страхового тарифу $Q_t(r)$ та відносних збитків $Q_z(r)$ з урахуванням керуючих коефіцієнтів. Після чого, за формулами таблиці 1 розраховуються абсолютні показники страхового договору і всі дані записуються в поточний рядок вихідної таблиці. Кількість повторень циклу визначається заданим об'ємом вибірки N . Повний перелік вхідних параметрів та вихідних даних функції зведено в таблицю 4.

Таблиця 4

Вхідні параметри та вихідні дані генератора таблиці показників пакету страхових договорів

Вхідні параметри		Колонки таблиці	
N	Об'єм вибірки	0	Страхова сума
PFr	Імовірність встановлення франшизи	1	Страховий тариф
SSFr	Поріг встановлення франшизи по страховій сумі	2	Страхова премія
KFr	Коефіцієнт розміру франшизи	3	Відносна франшиза
KSTFr	Коефіцієнт зменшення тарифу по франшизі	4	Абсолютне значення франшизи

KST	Загальний коефіцієнт страхового тарифу	5	Страхові виплати
KPZb	Коефіцієнт імовірності настання страхового випадку	6	Абсолютне значення збитків
KZb	Коефіцієнт розміру збитків	7	Відносні збитки

Для перевірки адекватності моделі пакету страхових договорів у цілому, повторимо генерування пакету 10000 раз, кожного разу розраховуючи підсумкові показники діяльності компанії за звітний період. Піддавши отримані результати статистичному аналізу перевіримо адекватність моделі шляхом порівняння середніх значень модельних показників із підсумковими показниками вибірки. Слід відзначити хорошу узгодженість результатів моделювання з вихідними статистичними даними (табл. 5), що свідчить про адекватність побудованої моделі.

Таблиця 5

Загальні порівняння загальних вибірових та середніх модельних показників

Показник	Вибірка	Модель
Кількість договорів (об'єм вибірки)	893	893
Кількість страхових випадків	66	66,321
Відносна частота страхових випадків, %	7,391	7,427
Загальна страхова сума, грн.	$213,3 \cdot 10^6$	$213,309 \cdot 10^6$
Загальна страхова премія, грн.	$8,132 \cdot 10^6$	$8,13 \cdot 10^6$
Страхова премія відносно страхової суми, %	3,812	3,811
Загальні збитки по страхових випадках, грн.	$804,4 \cdot 10^3$	$803,555 \cdot 10^3$
Відносно премій, %	9,893	10,023
Збитки не компенсовані за франшизою, грн.	$13,94 \cdot 10^3$	$13,964 \cdot 10^3$
Відносно премій, %	$171 \cdot 10^{-3}$	$174,975 \cdot 10^{-3}$
Відносно збитків, %	1,733	1,843
Страхові виплати, грн.	$790,5 \cdot 10^3$	$787,819 \cdot 10^3$
Відносно премій (коефіцієнт повернення), %	9,721	9,826
Відносно збитків, %	98,267	97,914
Дохід, грн.	$7,341 \cdot 10^6$	$7,342 \cdot 10^6$
Відносно премій, %	90,279	90,174

Дослідження дозволяє оцінити вигляд розподілу загальних показників страхової діяльності за рік. Особливу увагу слід звернути на розподіл загальних доходів. Він зосереджений на відрізку від $3,766 \cdot 10^6$ грн. до $12,53 \cdot 10^6$ грн., що далеко від нуля. Отже, імовірність збиткової діяльності компанії надзвичайно мала. Використавши нормальну апроксимацію розподілу, отримаємо імовірність, що дорівнює близько $1,058 \cdot 10^{-11}$. З використанням побудованої імітаційної обчислювальної моделі проведено ряд досліджень (табл. 6):

1. Виключення використання франшизи із усіх договорів ($KFr=0$).
2. Виключення франшизи та відповідне зменшення кількості договорів ($KFr=0$, $N=650$).
3. Зменшення тарифу відповідно до відносно франшизи ($KSTFr=1$).
4. Збільшення розміру франшизи вдвічі при $KSTFr=1$ ($KFr=2$).
5. Збільшення розміру та частоти використання франшизи вдвічі при $KSTFr=1$ ($KFr=2$, $PFr=2$).

6. Вибір коефіцієнту регулювання тарифу по франшизі для збереження розміру абсолютних доходів ($KSTFr=0.4$).

7. Зменшення тарифів удвічі ($KST=0,5$; $KSTFr=0.4$).

Таблиця 6

Загальні порівняння загальних вибірових та середніх модельних показників

Показник	Вибірка	Дослід №1	Дослід №2	Дослід №3	Дослід №4	Дослід №5	Дослід №6	Дослід №7
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Кількість договорів	893	893	650	893	893	893	893	893
Кількість страхових випадків	66	66,158	48,201	66,217	66,23	66,233	66,316	66,343
Відносна частота страхових випадків, %	7,391	7,409	7,415	7,415	7,417	7,417	7,426	7,429
Загальна страхова сума, млн. грн.	213,30	213,26	155,32	213,31	213,27	213,58	213,35	213,68
Загальна страхова премія, млн. грн.	8,132	8,131	5,924	7,964	7,798	7,485	8,059	4,043
Премія відносно страхової суми, %	3,812	3,813	3,814	3,732	3,654	3,500	3,776	1,892
Загальні збитки, тис. грн.	804,40	802,81	582,26	801,95	801,58	805,87	804,67	803,57
Відносно премій, %	9,893	10,01	10,009	10,223	10,438	10,947	10,131	20,157
Збитки не компенсовані за франшизою, тис. грн.	13,940	0,00	0,00	13,863	23,640	47,191	13,897	13,937
Відносно премій, %	0,171	0,00	0,00	0,177	0,309	0,643	0,175	0,351
Відносно збитків, %	1,733	0,00	0,00	1,837	3,113	6,182	1,829	1,845
Страхові виплати, тис. грн.	790,50	802,81	582,27	786,26	773,00	748,77	789,01	787,81
Відносно премій, %	9,721	10,010	10,009	10,022	10,064	10,168	9,933	19,76
Відносно збитків, %	98,267	100	100	97,911	96,212	92,467	97,930	97,906
Дохід, млн. грн.	7,341	7,329	5,342	7,178	7,025	6,737	7,270	3,255
Відносно премій, %	90,279	89,990	89,991	89,978	89,936	89,832	90,067	80,24

Джерело: розрахунки автора

Проаналізуємо отримані результати [5, с. 13-14]. Результати 1-го дослідження свідчать про те, що за наявних умов відмова від використання франшизи зменшує відносні доходи компанії на 0,2%. Це приблизно відповідає розміру збитків, які припадають на франшизу. Якщо припустити, що клієнти, які не отримали франшизи, не укладуть договорів (дослід №2), то компанія втратить майже 2 млн. гривень. Отже, механізм франшизи впливає на дохідність компанії. Досліди №3, №4 та №5 дозволяють зробити важливий висновок. Встановлення коефіцієнту зменшення тарифу по франшизі рівним одиниці, тобто зменшення в кожному договорі розміру тарифу на величину відносної франшизи, стабілізує величину відносних доходів незалежно від параметрів франшизи (величини та частоти використання у договорах). Відмітимо, що у загальному випадку величину тарифу передбачається розраховувати так:

$$\text{Тариф} = \text{Розмір тарифу за тарифним планом без урахування франшизи} - KSTFr \cdot (\text{Величина відносної франшизи}).$$

Дослід №6 показує, що відновлення абсолютного значення доходу досягається при $KSTFr = 0,4$ (40%). Якщо зберігаючи дане значення $KSTFr = 0,4$, вдвічі зменшити тарифи на страхування (дослід №7), то компанія втратить близько 4 млн. грн. доходу, відносні доходи зменшаться на 10%, а імовірність збиткової діяльності в підсумку за рік сягне порядку 10^{-9} . Лише при зменшенні тарифів у 4 рази абсолютні доходи зменшаться до 1,2 млн. грн., відносні доходи - до рівня 60,55%. При цьому, імовірність збиткової діяльності дорівнюватиме 0,0002 (або 0,02%). Зауважимо, що частка франшизи у погашенні збитків (відносно премій) за таких умов збільшується у чотири рази. Таким чином, при використанні обґрунтованих розмірів страхових тарифів роль франшизи суттєво збільшується.

Висновки. Отже, запропонована методика моделювання пакету страхових договорів дозволяє оптимізувати тарифну політику страхової компанії за рахунок варіантизації використання франшизи. Результати досліджень свідчать про те, що зменшення розміру тарифу на 40% від величини відносної франшизи дозволяє зберегти абсолютну величину доходів компанії (відносно розміру доходів при відмові від застосування франшизи).

Застосування інструментів, які дозволяють автоматизувати процес обґрунтування рішення на основі аналізу комп'ютерної обробки економічної інформації, що включає велику кількість різноманітних змінних, які впливають на результат дозволяє суттєво підвищити ефективність менеджменту. Економіко-математичне моделювання підвищує ефективність аналітичної роботи за рахунок скорочення часу на аналіз, більш повного врахування факторів впливу на результати господарської діяльності, заміни наближених або спрощених розрахунків точними обчисленнями. Розробка програмного забезпечення для застосування імітаційного моделювання в практиці прийняття рішень страхових компаній є подальшим напрямом досліджень.

Література:

1. Рыков В. В. О работах Н. П. Бусленко в области имитационного моделирования / В. В. Рыков, В. А. Ивницкий, Е. В. Морозов - Информационные процессы, 2005 - Том 5, № 3. - С. 177-186.
2. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем: искусство и наука / Р. Шеннон. - М.: Мир, 1978. - 424 с.
3. Вітлінський В. В. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком / В. В. Вітлінський, П. І. Верченко. - К. : КНЕУ, 2000. - 292 с.
4. Гужва В. М. Інформаційні системи і технології на підприємствах. — К.: Вид-во КНЕУ, 2001. - 400с.
5. Рябоконт Н. П. Система реалізації страхових продуктів : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. екон. наук: спец. 08.00.08 "Фінанси і кредит" / Н. П. Рябоконт. — К., 2014. — 20 с.

References:

1. Rukov V. V. O rabotakh N. P. Buslenko v oblasti ymytatsyonnoho modelyrovanyya / V. V. Rukov, V. A. Yvnytskyu, E. V. Morozov - Ynformatsyonnie protsessi 2005 - Tom 5, № 3. - S. 177-186.

2. *Shennon R. Ymytatsyonnoe modelyrovanye system: yskusstvo y nauka / R. Shennon. – M. : Myr, 1978. – 424 s.*
3. *Vitlins'kyi V. V. Analiz, modelyuvannya ta upravlinnya ekonomichnym ryzykom / V. V. Vitlins'kyi, P. I. Verchenko. – K. : KNEU, 2000. – 292 s.*
4. *Huzhva V. M. Informatsiyni systemy i tekhnolohiyi na pidpryyemstvakh. — K.: Vyd-vo KNEU, 2001– 400 s.*
5. *Ryabokon' N. P. Systema realizatsiyi strakhovykh produktiv: avtoref. dys. na zdobuttya nauk. stupenya kand. ekon. nauk : spets. 08.00.08 "Finansy i kredyt" / N. P. Ryabokon'. — K., 2014. — 20 s.*